VILNIUS TECH
Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Paulius KOJIS

AUTOMATIZUOTAI VALDOMO AUTOMOBILIO VAŽIAVIMO KOMFORTĄ UŽTIKRINANČIOS PAKABOS KŪRIMAS IR VEIKSMINGUMO TYRIMAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
TRANSPORTO INŽINERIJA (T 003)

Vilnius, 2026

2026-061-M

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Paulius KOJIS

AUTOMATIZUOTAI VALDOMO AUTOMOBILIO VAŽIAVIMO KOMFORTĄ UŽTIKRINANČIOS PAKABOS KŪRIMAS IR VEIKSMINGUMO TYRIMAS

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
TRANSPORTO INŽINERIJA (T 003)

Vilnius, 2026

Disertacija rengta 2022–2026 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Vadovas

doc. dr. Viktor SKRICKIJ (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Transporto inžinerija – T 003).

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Transporto inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo taryba:

Pirmininkas

prof. dr. Edgar SOKOLOVSKIJ (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Transporto inžinerija – T 003).

Nariai:

dr. Pedro CASTILLO GARCIA (Kompjeno technologijų universitetas, Prancūzija, Transporto inžinerija – T 003),
doc. dr. Artūras KERŠYS (Kauno technologijos universitetas, Transporto inžinerija – T 003),
prof. dr. Olegas PRENTKOVSKIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Transporto inžinerija – T 003),
doc. dr. Paulius SKAČKAUSKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Transporto inžinerija – T 003).

Disertacija bus ginama viešame Transporto inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo tarybos posėdyje **2026 m. gruodžio 14 d. 10:00 val.** Vilniaus Gedimino technikos universiteto *Aula Doctoralis* posėdžių salėje.

Adresas: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva.
Tel.: (0 5) 274 4956; faksas (0 5) 270 0112; el. paštas doktor@vilniustech.lt

Pranešimai apie numatomą ginti disertaciją išsiųsti 2026 m. lapkričio 13 d.

Disertaciją galima peržiūrėti Vilniaus Gedimino technikos universiteto Mokslo valdymo sistemoje VILNIUS TECH – CRIS (https://cris.vilniustech.lt) ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lietuva), Klaipėdos universiteto (H. Manto g. 84, LT-92294 Klaipėda, Lietuva), Vytauto Didžiojo universiteto (Studentų g. 11-213 Akademija, LT-53361 Kauno r., Lietuva), Kauno technologijų universiteto (Gedimino g. 50, LT-44239 Kaunas, Lietuva) bibliotekose.

Vilniaus Gedimino technikos universiteto 2026-061-M mokslo literatūros knyga

https://doi.org/10.20334/2026-061-M

© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2026
© Paulius Kojis, 2026
paulius.kojis@vilniustech.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Paulius KOJIS

SUSPENSION DEVELOPMENT AND PERFORMANCE EVALUATION TARGETING RIDE COMFORT IN AUTOMATED VEHICLE

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
TRANSPORT ENGINEERING (T 003)

Vilnius, 2026

The doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2022–2026.

Supervisor

Assoc. Prof. Dr Viktor SKRICKIJ (Vilnius Gediminas Technical University, Transport Engineering – T 003).

The Dissertation Defence Council of the Scientific Field of Transport Engineering of Vilnius Gediminas Technical University:

Chairman

Prof. Dr Edgar SOKOLOVSKIJ (Vilnius Gediminas Technical University, Transport Engineering – T 003).

Members:

Dr Pedro CASTILLO GARCIA (University of Technology of Compiègne, France, Transport Engineering – T 003),

Assoc. Prof. Dr Artūras KERŠYS (Kaunas University of Technology, Transport Engineering – T 003),

Prof. Dr Olegas PRENTKOVSKIS (Vilnius Gediminas Technical University, Transport Engineering – T 003),

Assoc. Prof. Dr Paulius SKAČKAUSKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Transport Engineering – T 003).

The dissertation will be defended at the public meeting of the Dissertation Defence Council of the Scientific Field of Transport Engineering in the *Aula Doctoralis* Meeting Hall of Vilnius Gediminas Technical University at **10 a.m. on 14 December 2026**.

Address: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.
Tel.: +370 5 274 4956; fax +370 5 270 0112; e-mail: doktor@vilniustech.lt

A notification of the intended defence of the dissertation was sent on 13 November 2026. A copy of the doctoral dissertation is available for review at the Vilnius Gediminas Technical University Research Management System VILNIUS TECH – CRIS (https://cris.vilniustech.lt) and at the Library of Vilnius Gediminas Technical University (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lithuania), at the library of Klaipėda University (H. Manto st. 84, LT-92294 Klaipėda, Lithuania), at the library of Vytautas Magnus University (Studentų st. 11-213 Akademija, LT-53361 Kaunas r., Lithuania) and the library of Kaunas University of Technology (Gedimino g. 50, LT-44239 Kaunas, Lithuania).

Reziumė

Disertacijoje nagrinėjamos automatizuotai valdomos transporto priemonės (TP) pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos ir kuriami valdymo algoritmai, skirti važiavimo komfortui užtikrinti. Taip pat atsižvelgiama į TP valdomumą, nes pakabos sistema veikia nuolatinio kompromiso ribose tarp važiavimo komforto ir TP valdomumo. TP pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos yra veikiamos kintančių parametrų. Dėl šios priežasties valdymo algoritmai turi užtikrinti sistemos stabilumą įvairiomis sąlygomis ir spręsti parametrų neapibrėžtumą.

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai, bendrosios išvados, naudotos literatūros sąrašas, autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašas ir 4 priedai.

Įvadiniame skyriuje įvardijama tiriamoji problema, darbo aktualumas, aprašomas tyrimų objektas, suformuluojamas darbo tikslas ir uždaviniai. Taip pat aprašoma tyrimų metodika, darbo mokslinis naujumas, darbo rezultatų praktinė reikšmė, ginamieji teiginiai. Įvado pabaigoje pateikiamos disertacijos tema autoriaus paskelbtos publikacijos, pranešimai mokslinėse konferencijose bei disertacijos struktūra.

Pirmajame skyriuje nagrinėjamas važiavimo komforto ir TP valdomumo kompromisas bei objektyvios įvertinimo metrikos ir testai. Atsižvelgiama į įvairių pakabos charakteristikų, konstrukcijų ir aktyviųjų elementų poveikį TP dinamikai. Pristatomi kitų autorių sukurti pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų valdymo algoritmai. Taip pat nurodomi važiavimo komforto modeliavimo ir tyrimų metodai.

Antrajame skyriuje apibrėžiamas metodologinių tyrimų planas. Pateikiami sudaryti matematiniai TP modeliai ir jų prielaidos. Detaliai aprašomos modeliuojamos TP posistemės ir pavaros, kurių poveikis ypač svarbus vertinant važiavimo komfortą ir sukurtų valdymo algoritmų efektyvumą. Taip pat detalizuojami bazinių – palyginamųjų ir sukurtų valdymo algoritmų įvesties ir išvesties parametrai bei valdymo dėsniai.

Trečiajame skyriuje pateikiama sukurtos matematinio modelio ir aparatinės įrangos sąsajos architektūra, veikimo principas ir validavimas. Taip pat apibrėžiama eksperimentų atlikimo metodika testuojant ratų pozicionavimo ir pakabos valdymo sistemas.

Ketvirtajame skyriuje pateikiami matematinių modelių, sudarytų pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų valdymo algoritmų modeliavimo rezultatai bei atliktų eksperimentinių tyrimų rezultatai. Atliekama rezultatų analizė.

Disertacijos tema yra paskelbti penki moksliniai straipsniai – mokslo žurnaluose, įtrauktuose į *Web of Science* duomenų bazę.

Abstract

The dissertation investigates the suspension and wheel positioning systems of an automated vehicle and develops control algorithms designed to ensure ride comfort. Vehicle handling is also considered, since the suspension system operates on a compromise between ride comfort and handling. Vehicle suspension and wheel positioning systems are affected by changing parameters. For this reason, control algorithms must ensure robustness, system stability under various conditions, and deal with parameter uncertainty.

The dissertation consists of an introduction, four chapters, general conclusions, a list of used literature, a list of the author's publications on the topic of the dissertation, and four appendices.

The Introduction states the research problem, the relevance of the work, the research object, the goal, and objectives of the dissertation. Additionally, it provides the research methodology, the scientific novelty of the work, the practical significance of the results, and defended statements. The Introduction concludes with lists of the author's publications concerning the investigated topic, the presentations at conferences and the structure of the dissertation.

The First Chapter presents the trade-off between ride comfort and vehicle handling, as well as objective evaluation metrics and tests. It considers the impact of various suspension characteristics, structures, and actuators on vehicle dynamics. It also presents control algorithms for suspension and wheel positioning systems developed by other authors. Finally, it indicates methods for modelling and investigating ride comfort.

The Second Chapter defines the methodological research plan. It presents the mathematical vehicle models and their assumptions. Also, it provides a detailed description of the simulated vehicle subsystems and actuators, the effect of which is particularly important in assessing ride comfort and the effectiveness of the created control algorithms. Furthermore, it presents the input and output parameters and control laws of the baseline and the created control algorithms.

The Third Chapter presents the architecture, operating principle, and validation of the created hardware-in-the-loop (HIL) interface. It also defines the methodology for conducting experiments when testing wheel positioning and suspension control systems within the HIL interface.

The Fourth Chapter presents the results of extensive mathematical modelling and experimental testing with the developed suspension, wheel positioning system, and their control algorithms. The analysis of the results is performed.

Five research papers on the dissertation's topic have been published in scientific journals that are included in the *Web of Science* database.

Žymėjimai

Santrumpos

AV – automatizuotai valdomas automobilis (angl. *automated vehicle*);

BFA – ribinės funkcijos adaptacija (angl. *barrier function adaptation – BFA*);

EH – elektrohidraulinė pavara (angl. *electro-hydraulic actuator*);

EM – elektromechaninė pavara (angl. *electromechanical actuator*);

EMAG – elektromagnetinė pavara (angl. *electromagnetic actuator*);

FOSM BFA – pirmosios eilės slankiojo režimo valdymas su ribinės funkcijos adaptacija (angl. *first-order sliding mode control with BFA*);

HIL – realiuoju laiku vykstančio kompiuterinio modeliavimo ir fizinės sistemos sąsaja (angl. *hardware-in-the-loop – HIL*);

IWM – ratuose integruoti elektros varikliai (angl. *in-wheel motor – IWM*);

LL – laisvės laipsnis (angl. *degree of freedom – DOF*);

MIL – modeliavimu grindžiama testavimo metodika, kai valdymo algoritmai ir sistemos dinamika vertinami virtualioje aplinkoje (angl. *model-in-the-loop* – MIL);

MR – magnetoreologinė pavara (angl. *magnetorheological actuator*);

PI(A) – proporcinis-integralinis valdiklis, kuriame grįžtamojo ryšio signalas yra amortizuojamos masės vertikalusis pagreitis (angl. *PI controller with vertical sprung mass acceleration as feedback*);

PID(V) – proporcinis-integralinis-diferencialinis valdiklis, kuriame grįžtamojo ryšio signalas yra amortizuojamos masės vertikalusis greitis (angl. *PID controller with vertical sprung mass velocity as feedback*);

PID-CSMC BFA – nepertraukiamas slankiojo režimo valdymas su ribinės funkcijos adaptacija (angl. *continuous sliding mode control with BFA*);

SAE – tarptautinė automobilių inžinierių draugija (angl. *Society of Automotive Engineers*);

SMC – slankiojo režimo valdymas (angl. *sliding mode control – SMC*);

STA + EQ BFA – „Super-Twisting“ algoritmas su ekvivalentine dedamąja ir ribinės funkcijos adaptacija (angl. *Super-Twisting algorithm with equivalent part and BFA*);

TP – transporto priemonė (angl. *vehicle*);

TPL – technologinės parengties lygis (angl. *technology readiness level*);

tSH – „Triple Skyhook“ pakabos valdymo metodas (angl. *Triple Skyhook suspension control method*);

TSMC + EQ BFA SS1 – terminalinis SMC su ekvivalentine dedamąja ir ribinės funkcijos adaptacija, kuriam taikomas slydimo paviršius SS1, aprašytas (2.46) lygtimi (angl. *terminal SMC with equivalent part, BFA, and sliding surface SS1 defined in equation (2.46)*);

TSMC + EQ BFA SS2 – terminalinis SMC su ekvivalentine dedamąja ir ribinės funkcijos adaptacija, kuriam taikomas slydimo paviršius SS2, aprašytas (2.46) lygtimi (angl. *terminal SMC with equivalent part, BFA, and sliding surface SS2 defined in equation (2.46)*);

TSMC BFA SS1 – terminalinis SMC su ribinės funkcijos adaptacija, kuriam taikomas slydimo paviršius SS1, aprašytas (2.46) lygtimi (angl. *terminal SMC with BFA and sliding surface SS1 defined in equation (2.46)*);

TSMC BFA SS2 – terminalinis SMC su ribinės funkcijos adaptacija, kuriam taikomas slydimo paviršius SS2, aprašytas (2.46) lygtimi (angl. *terminal SMC with BFA and sliding surface SS2 defined in equation (2.46)*).

Turinys

ĮVADAS 1
Problemos formulavimas 1
Darbo aktualumas 2
Tyrimų objektas 3
Darbo tikslas 3
Darbo uždaviniai 3
Tyrimų metodika 4
Darbo mokslinis naujumas 4
Darbo rezultatų praktinė reikšmė 4
Ginamieji teiginiai 5
Darbo rezultatų aprobavimas 6
Disertacijos struktūra 6
Padėka 6

1. TRANSPORTO PRIEMONĖS PAKABOS PARAMETRŲ ANALIZĖ IR VALDYMO ALGORITMŲ APŽVALGA 7
1.1. Važiavimo komforto ir transporto priemonės valdomumo kompromisas 7
1.2. Pakabos charakteristikų įtaka transporto priemonės dinamikai 12
1.3. Transporto priemonės pakabos valdymo algoritmai 24
1.4. Transporto priemonės komforto ir valdomumo įvertinimo metodikos bei rodikliai 35
1.5. Važiavimo komforto matematinio modeliavimo ir eksperimentinių tyrimų metodai 42

1.6. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas 48

2. TRANSPORTO PRIEMONĖS MATEMATINIS MODELIAVIMAS IR VALDYMO ALGORITMŲ SUDARYMAS 51
2.1. Bendrasis metodologinis tyrimų planas 51
2.2. Transporto priemonės su valdoma pakaba ir ratų pozicionavimo sistema matematiniai modeliai 55
2.3. Hibridinės pakabos architektūros valdomų elementų matematiniai modeliai ... 70
2.4. Transporto priemonės modeliavimo aplinka 76
2.5. Valdymo algoritmų įdiegimas matematiniame modelyje 82
2.6. Antrojo skyriaus išvados 93

3. BANDYMŲ STENDAS IR EKSPERIMENTINIŲ TYRIMŲ METODIKA 95
3.1. Matematinio modelio ir aparatinės įrangos sąsajos stendas bei jo validavimas 95
3.2. Ratų pozicionavimo sistemos eksperimentinių tyrimų metodika 106
3.3. Hibridinės pakabos sistemos eksperimentinių tyrimų metodika 109
3.4. Trečiojo skyriaus išvados 111

4. TRANSPORTO PRIEMONĖS MATEMATINIO MODELIAVIMO IR EKSPERIMENTINIŲ TYRIMŲ REZULTATAI 113
4.1. Skaitinio modeliavimo rezultatai 113
4.2. Eksperimentinių tyrimų rezultatai 136
4.3. Ketvirtojo skyriaus išvados 145

BENDROSIOS IŠVADOS 147

LITERATŪRA IR ŠALTINIAI 149

AUTORIAUS MOKSLINIŲ PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS 165

SUMMARY IN ENGLISH 167

PRIEDAI 185
A priedas. Viso TP matematinio modelio validavimo rezultatai 186
B priedas. TP pakabos konstrukcijų palyginamoji analizė 188
C priedas. Objektyvios TP valdomumo įvertinimo metrikos 189
D priedas. TP pakabos bandymo stendų taikymas literatūroje 192

Contents

INTRODUCTION 1
Formulation of the Problem 1
Relevance of the Dissertation 2
Object of the Research 3
Aim of the Dissertation 3
Tasks of the Dissertation 3
Research Methodology 4
Scientific Novelty of the Dissertation 4
Practical Value of the Research Findings 4
Defended Statements 5
Approval of the Research Findings 6
Structure of the Dissertation 6
Acknowledgements 6

1. LITERATURE REVIEW OF VEHICLE SUSPENSION PARAMETERS AND CONTROL ALGORITHMS 7
1.1. Trade-off between ride comfort and vehicle handling 7
1.2. Influence of suspension characteristics on vehicle dynamics 12
1.3. Vehicle suspension control algorithms 24
1.4. Methods and key performance indicators for evaluating vehicle ride comfort and handling 35
1.5. Ride comfort modelling and experimental investigation methods 42
1.6. Conclusions of the First Chapter and formulation of the dissertation tasks 48

2. MATHEMATICAL MODELLING OF A VEHICLE AND DEVELOPMENT OF CONTROL ALGORITHMS 51
2.1. General research methodology plan 51
2.2. Mathematical models of a vehicle with a controlled suspension and wheel positioning system 55
2.3. Mathematical models of the hybrid suspension architecture actuators 70
2.4. Vehicle mathematical modelling environment 76
2.5. Implementation of control algorithms in the vehicle mathematical model 82
2.6. Conclusions of the Second Chapter 93

3. HARDWARE-IN-THE-LOOP TEST RIG AND EXPERIMENTAL RESEARCH METHODOLOGY 95
3.1. Hardware-in-the-loop test rig and validation 95
3.2. Wheel positioning system experimental research methodology 106
3.3. Hybrid suspension architecture experimental research methodology 109
3.4. Conclusions of the Third Chapter 111

4. RESULTS OF MATHEMATICAL MODELLING AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF THE PROPOSED SYSTEMS 113
4.1. Numerical simulation results 113
4.2. Experimental investigation results 136
4.3. Conclusions of the Fourth Chapter 145

GENERAL CONCLUSIONS 147

REFERENCES 149

LIST OF SCIENTIFIC PUBLICATIONS BY THE AUTHOR ON THE TOPIC OF THE DISSERTATION 165

SUMMARY IN ENGLISH 167

ANNEXES 185
Annex A. Validation results of the full-vehicle mathematical model 186
Annex B. Comparative analysis of vehicle suspension designs 188
Annex C. Objective metrics for vehicle handling evaluation 189
Annex D. Applications of vehicle suspension test rigs in the literature 192

Įvadas

Problemos formulavimas

Automatizuotas valdymas (AV) ir transporto priemonių (TP) elektrifikavimas yra vienos iš svarbiausių transporto inžinerijos sričių, kurioms skiriamos reikšmingos investicijos. Tarptautinės energetikos agentūros duomenimis (International Energy Agency, 2026) į TP elektrifikaciją pasauliniu mastu kasmet investuojama apie 295 mlrd. JAV dolerių, o į išmaniojo judumo ir AV technologijas nuo 2010 m. jau investuota daugiau kaip 200 mlrd. JAV dolerių (Holland-Letz et al., 2021). Nuolatinis aplinkos suvokimo ir valdymo algoritmų tobulinimas leidžia atsisakyti aktyvaus vairuotojo dalyvavimo TP valdymo procese. Kryptingai siekiama, kad tokios TP keleiviai važiuodami galėtų leisti laiką darbui, poilsiui ir kitoms veikloms. Tikslingam šių veiklų vykdymui būtina užtikrinti keleivių komfortą plačiąja prasme. Nors terminis, akustinis, ergonominis ir psichologinis komfortas yra svarbūs, AV kontekste didesnę reikšmę įgyja funkcinis ir važiavimo komfortas (Peng et al., 2024). Deja, esamų AV važiavimo komfortas nėra pakankamas, nes kelionės metu jose esantys žmonės (naršantys internete, skaitantys) greitai pavargsta ir jaučiasi nemaloniai.

Sparti AV plėtra lemia didesnių skaičiavimo pajėgumų integravimą į šiuolaikinius automobilius (Stümpfle et al., 2025). Dėl šios priežasties atsiranda gali-

mybė diegti daugiau aktyviųjų sistemų, kurios gerina važiavimo komfortą, valdomumą ir leidžia programine įranga apibrėžti TP funkcionalumą. Taip pat integruoti elektros varikliai ratuose (angl. *in-wheel motor – IWM*) tampa naujos kartos transmisijų dalimi. Todėl padidėja neamortizuojama masė, tačiau atsiranda galimybė diegti modulines pakabos ketvirčio konstrukcijas. Įtraukus ratų pozicionavimo sistemą, aktyvią arba pusiau aktyvią pakabą ir elektros variklius ratuose į bendrą modulį, tampa įmanoma pasiekti racionalią keleivių važiavimo komforto ir TP valdomumo pusiausvyrą. Problema, kuri sprendžiama šiame darbe, yra minėtų komponentų sujungimas į bendrą sistemą ir jos valdymo algoritmų sudarymas siekiant pagerinti TP važiavimo komfortą.

Darbo aktualumas

Remiantis įvairiomis vartotojų apklausomis, pastebima, kad reikšminga dalis respondentų dar nėra pasirengę naudoti AV ir pasižymi ribotu atvirumu šioms technologijoms (Kyriakidis et al., 2015; Zhang et al., 2019; Continental AG, 2024). Šalių pasirengimo AV vertinimas grindžiamas daugiasluoksniais metodais, apimančiais teisinę, infrastruktūrinę, technologinę ir socialinę dimensijas, kurios analizuojamos tiek per OECD/ITF politikos sistemas, tiek per KPMG indeksą, tiek per ES finansuojamus bandomuosius instrumentus – „GINEVRA“ projektas (OECD/ITF, 2023; KPMG, 2020; Interreg Central Europe, 2026). Kaip rodo šių vertinimo įrankių rezultatai, teisinės bazės ir infrastruktūros parengimas išlieka vieni sudėtingiausių diegimo aspektų, o technologijų brandos lygis ir vartotojų lūkesčių bei pasitikėjimo atitiktis – esminiai šių technologijų priėmimo veiksniai. Siekiant didinti AV patrauklumą, svarbus vaidmuo tenka važiavimo komforto užtikrinimui.

Moksliniame sektoriuje gausu tyrimų, kuriuose vertinamas keleivių komfortas ir kuriami pakabos valdymo algoritmai, skirti važiavimo komfortui ar TP valdomumui pagerinti. Kadangi tiesioginis aktyviųjų elementų ir valdymo algoritmų įdiegimas į realią TP yra sudėtingas ir brangus procesas, daugelis sprendimų yra realizuojami tik matematinio modeliavimo aplinkoje. Tokiose teorinėse analizėse vertinamas bet koks skaitinis komforto pagerėjimas, kuris dažnai neperžengia slenkstinių pagreičių ribų ir nėra juntamas keleivių. Tik taikant skaitinį modeliavimą patikrinti valdymo algoritmai linkę prarasti stabilumą, kai įtraukiamas matavimų triukšmas, signalų delsa ir sistemų netiesiškumas. Dėl šių priežasčių yra tikslinga ištirti, kaip aktyviųjų elementų delsa, dinaminės savybės ir kiti valdomos sistemos neapibrėžtumai paveiks sudarytą valdymo algoritmą. Papildomai svarbu įvertinti TP pakabos kinematinių ir dinaminių parametrų poveikį važiavimo komfortui ir valdomumui, nes literatūroje egzistuoja nemažai dviprasmybių. Atliekant tyrimus, pasitelkus realiuoju laiku vykdomą kompiuterinį modeliavimą su fizinės

sistemos sąsaja (angl. *hardware-in-the-loop – HIL*), galima visapusiškai įvertinti sudaryto algoritmo veiksmingumą. Ši architektūra leidžia tiesiogiai matuoti sunkiai modeliuojamų komponentų atsaką į žadinimo signalus ir užtikrina rezultatų korektiškumą. Taikomi nauji pakabos valdymo algoritmai ir jų modifikacijos leis pagerinti keleivių komfortą ir TP valdomumą, o sudaryta HIL aplinka užtikrins korektišką algoritmų įvertinimą.

Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektas – automobilio pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos.

Darbo tikslas

Sukurti naujus važiavimo komfortą pagerinančius pusiau aktyvios, aktyvios pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų valdymo algoritmus bei įvertinti jų veiksmingumą.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti disertacijoje sprendžiami šie uždaviniai:

1. Išanalizuoti automobilio pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų valdymo metodus, pagrindinius veiksmingumo įvertinimo rodiklius ir tyrimo metodus.
2. Išnagrinėti ratų pozicionavimo sistemos ir valdomos pakabos įtaką automobilio dinamikai, naudojant validuotą netiesinį automobilio matematinį modelį.
3. Sudaryti pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmus ir įvertinti jų veiksmingumą, taikant transporto priemonės komforto ir valdomumo metrikas.
4. Sukurti HIL sistemą ir atlikti eksperimentinius tyrimus, sujungiant automobilio matematinį modelį su pakabos ketvirčio stendo aparatine įranga.
5. Atlikti teorinių bei eksperimentinių tyrimų analizę bei įvertinti sukurtų valdymo algoritmų veiksmingumą.

Tyrimų metodika

Darbe atliekama mokslinių publikacijų analizė siekiant identifikuoti dažniausiai taikomų valdymo algoritmų privalumus, trūkumus ir galimas tobulinimo kryptis. Lygiagrečiai vykdomas teorinis tyrimas, skirtas nustatyti kritiniams TP pakabos parametrams, kurių keitimas daro didžiausią poveikį valdomumui ir komfortui. Identifikavus pakabos ir ratų pozicionavimo sistemas kaip perspektyviausias, atliekamas jų valdymo algoritmų kūrimas. Taikomi pažangiausi metodai, kurių dauguma iki šiol nebuvo eksperimentiškai išbandyti, taip pat pasiūlyti visiškai nauji valdymo algoritmai. Valdymo veiksmingumas vertinamas pagal standartais aprašytas ir industrijoje taikomas važiavimo komforto bei valdomumo metrikas. Sudaryti valdymo algoritmai testuojami pasitelkiant industrijoje plačiai taikomą programinę įrangą, verifikuotą TP matematinį modelį ir realiuoju laiku vykdomą kompiuterinį modeliavimą su fizinės sistemos sąsaja – HIL.

Darbo mokslinis naujumas

Rengiant disertaciją buvo gauti šie transporto inžinerijos mokslui nauji rezultatai:

1. Sukurtas originalus pakabos valdymo algoritmas, pagrįstas nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo (angl. *continuous sliding mode control*) modifikacijomis ir ribinių funkcijų (angl. *barrier function*) taikymu. Ši valdymo strategija gali būti taikoma tiek važiavimo komforto, tiek transporto priemonės valdomumui pagerinti.
2. Sukurtas ir išbandytas ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmas, kuris naudojamas kaip dinaminio stabilumo kontrolė (DSC), nes užtikrina transporto priemonės valdomumą esant dideliam sukimosi apie vertikalią ašį intensyvumui (angl. *Yaw rate*) ir skersiniam pagreičiui.
3. Sukurtas programinės ir aparatinės įrangos įrankis, leidžiantis testuoti valdymo sistemas taikant modeliavimo ciklo su aparatine įranga sąsają (HIL).

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Tyrimų rezultatai gali būti taikomi tobulinant aktyvios pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmus bei vertinant keleivių komfortą ir transporto priemonės valdomumą.

1. Pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmai ženkliai pagerina važiavimo komfortą ir transporto priemonės valdomumą. Algoritmai veikia realiuoju laiku ir siekia technologinės parengties – TPL 5 lygį. Šis praktinis rezultatas tiesiogiai prisideda prie keleivių komforto užtikrinimo.
2. Sukurta ratų pozicionavimo sistemos konstrukcija, skirta daugiasvirtei pakabos sistemai, kurios įdiegimas nereikalauja sudėtingų pakabos konstrukcijos pokyčių.
3. Sukurtas automobilio ketvirčio stendas su HIL architektūra leidžia patikrinti ir įvertinti įvairių valdymo algoritmų efektyvumą plačiame kraštinių sąlygų rėžyje. Stendo konstrukcija yra nesudėtingai pritaikoma kitos TP pakabos konstrukcijai ar tipui. Sudaryta HIL stendo validavimo metodika.
4. Sudaryta kompleksinė TP važiavimo komforto įvertinimo metodika su parinktomis metrikomis ir manevrais.
5. Sukurta hidraulinės ir elektromechaninės (EM) pakabos architektūra, kurioje integruojamos slopinimo ir pridėtinės jėgos.

Ginamieji teiginiai

1. Aktyvus ratų pozicionavimas pagerina ne tik TP valdomumą, bet ir važiavimo komfortą.
2. Sukurtas pakabos valdymo algoritmas, pagrįstas nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo modifikacijomis ir ribinių funkcijų taikymu, lyginant su kitais darbe nagrinėtais valdymo algoritmais užtikrina geriausią TP važiavimo komfortą.
3. Nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo dėsnio papildymas kvadratinėmis ribinėmis funkcijomis pašalina valdymo signalo būsenos virpėjimą (angl. *chattering*), būdingą klasikiniam slankiojo režimo valdymui.
4. Disertacijoje nagrinėjamomis sąlygomis, taikant tik pusiau aktyvią pakabos sistemą ir pažangius valdymo algoritmus, pagrįstus amortizuojamos masės būsenos parametrų sekimu, šios sistemos konstrukciniai ribotumai neleidžia visiškai realizuoti pažangių valdymo algoritmų potencialo.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema yra atspausdinti 5 moksliniai straipsniai mokslo žurnaluose, įtrauktuose į *Web of Science* duomenų bazės sąrašą ir turinčiuose cituojamumo rodiklį (Skrickij & Kojis, 2026; Skrickij et al., 2024; Šabanovič et al., 2024; Kojis et al., 2022; Šabanovič et al., 2021).

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti 6 mokslinėse konferencijose Lietuvoje ir užsienyje:

- Tarptautinėje konferencijoje „TRANSBALTICA XV: Transportation science and technology“ 2024 m., Vilnius, Lietuva.
- Tarptautinėje konferencijoje „TRANSBALTICA XII: Transportation science and technology“ 2021 m., Vilnius, Lietuva.
- Tarptautinėje konferencijoje „VEHITS 2025: Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems“ 2025 m., Porto, Portugalija.
- Tarptautinėje konferencijoje „SAE World Congress Experience, WCX 2024“ 2024 m., Detroitas, Jungtinės Amerikos Valstijos.
- Tarptautinėje konferencijoje „SAE World Congress Experience, WCX 2022“ 2022 m., Detroitas, Jungtinės Amerikos Valstijos.
- Tarptautinėje konferencijoje „EVTeC 2025: International Electric Vehicle Technology Conference“ 2025 m., Jokohama, Japonija.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai ir rezultatų apibendrinimas. Taip pat yra 4 priedai.

Darbo apimtis yra 183 puslapiai, neskaitant priedų, tekste panaudotos 60 numeruotos formulės, 81 paveikslas ir 16 lentelių. Rašant disertaciją buvo panaudoti 182 literatūros šaltiniai.

Padėka

Reiškiu padėką Jaroslavui Grigorovičiui ir visam „UAB Metec“ kolektyvui už prieigą prie technines bazės gaminant transporto priemonės ketvirčio stendą. Taip pat dėkoju *Tenneco Automotive Europe BVBA* darbuotojams už konsultacijas ir pusiau aktyvaus amortizatoriaus testavimą. Galiausiai nuoširdžiai dėkoju savo šeimai – žmonai, tėvams ir sesei – už jų supratingumą ir nuolatinį palaikymą.

1

Transporto priemonės pakabos parametrų analizė ir valdymo algoritmų apžvalga

Pirmajame skyriuje nagrinėjamas važiavimo komforto ir TP valdomumo kompromisas bei objektyvios įvertinimo metrikos ir testai. Analizuojamas įvairių pakabos charakteristikų, konstrukcijų ir aktyviųjų elementų poveikis TP dinamikai. Pristatomi kitų autorių sukurti pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų valdymo algoritmai. Papildomai nurodomi važiavimo komforto modeliavimo ir tyrimų metodai.

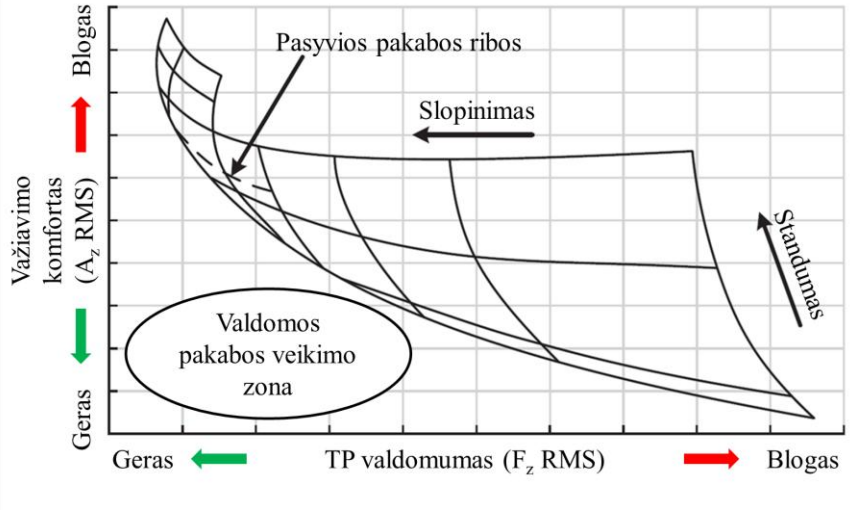
Skyriaus tematika buvo paskelbtas vienas straipsnis (Skrickij et al., 2024) ir skaitytas vienas pranešimas (Kojis et al., 2022) konferencijoje.

1.1. Važiavimo komforto ir transporto priemonės valdomumo kompromisas

TP pakabos tikslas yra izoliuoti amortizuojamą masę nuo išorės trikdžių, kartu užtikrinant padangos ir kelio dangos paviršiaus kontaktą. Pasyvioje pakaboje važiavimo komfortas ir TP valdomumas yra kompromiso reikalaujantys kriterijai

(1.1 pav.). *TP valdomumas* – TP gebėjimas tiksliai, stabiliai ir prognozuojamai reaguoti į įvesties signalus bei išlaikyti pageidaujamą judėjimo trajektoriją įvairiomis važiavimo sąlygomis (Mastinu & Ploechl, 2018). *Važiavimo komfortas* – kompleksinė sąvoka, apimanti ergonominius, psichologinius ir akustinius veiksnius, viso kūno vibracijas bei mikroklimato sąlygas TP viduje (Papaioannou et al., 2025). Disertacijoje ši sąvoka nagrinėjama tik kaip įvairių vibracijų bei judesių poveikis, kuris per TP konstrukciją yra perduodamas žmogaus kūnui.

Tyrimai rodo, kad pakaba su žemu slopinimu ir standumu užtikrina gerą važiavimo komfortą, tačiau tokia konfigūracija nulemia drastiškus rato prispaudimo jėgos pokyčius (Savitski et al., 2017; Williams, 2022). Priešingų charakteristikų pakaba užtikrins gerą TP valdomumą net ir esant dideliam važiavimo greičiui, tačiau važiavimo komfortas bus minimalus.



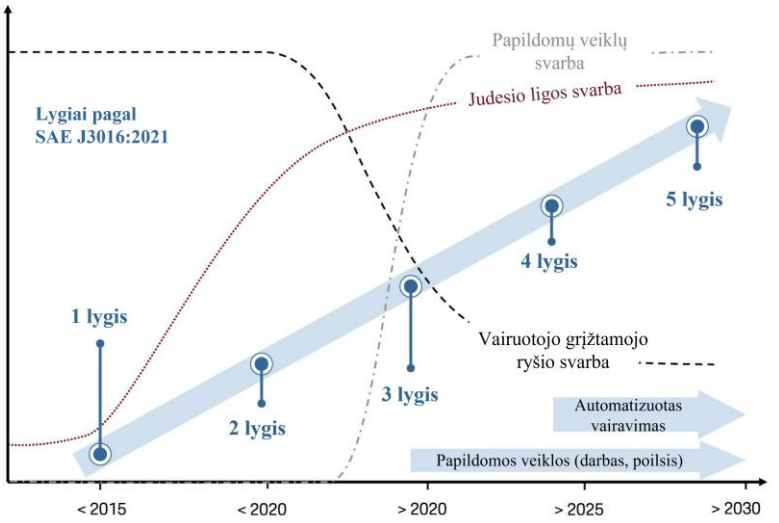
1.1 pav. Važiavimo komforto ir TP valdomumo kompromisas (sudaryta pagal Savitski et al., 2017)
Fig. 1.1. Ride comfort and handling trade-off (based on Savitski et al., 2017)

Taigi, ieškomas kompromisas tarp geriausio rato sukibimo su kelio danga ir važiavimo komforto. Vadinasi, pusiau aktyvioje arba aktyvioje pakabos sistemoje tuo pačiu laiko momentu egzistuoja kompromisas tarp važiavimo komforto ir TP valdomumo optimizavimo (Poussot-Vassal et al., 2012). Dėl šios priežasties pakabose diegiami valdymo algoritmai, kurių veikimo logika grindžiama taisyklėmis, kurios, reaguodamos į TP parametrus, pritaiko valdymo tikslus ir prioritetą suteikia komfortui arba valdomumui.

Kelio nelygumų sukeltas žadinimas pasižymi plačiu dažnių spektru, tačiau TP pakabos sistemos elgsena pasižymi žemo dažnio perdavimo savybėmis (Jazar, 2017; Milliken & Milliken, 1994). Dėl šios priežasties amortizuojamos masės di-

naminis atsakas, reikšmingas važiavimo komfortui, daugiausia koncentruojasi žemiau 30 Hz dažnio, o pagrindinis poveikis pasireiškia žemiau 10 Hz. Pagal ISO 2631-1:1997 standartą keleiviai labiausiai jautrūs vibracijoms, kurių dažnis yra tarp 4–8 Hz bei 0,1–0,5 Hz, nes jos skatina prastą savijautą. Šie dažnių rėžiai yra plačiai analizuojami literatūroje (Deubel et al., 2023; Zhang et al., 2024; Papaioannou et al., 2025; Ren et al., 2018). Nors žmogaus organizmas yra natūraliai prisitaikęs prie 1–2 Hz virpesių, kurie atitinka eisenos pagrindinį dažnį, tačiau kitų dažnių ilgalaikis poveikis yra ypač pavojingas sveikatai. Literatūroje (Deubel et al., 2023) pateikiami žmogaus kūno dalių rezonansiniai dažniai: skrandžio 4–8 Hz, stuburo 3–12 Hz, pečių 4–6 Hz, galvos 8–27 Hz, krūtinės 2–12 Hz bei akių 12–27 Hz. Būtent šių dažnių svyravimų minimizavimas yra vienas iš pagrindinių važiavimo komforto uždavinių.

AV perėjimas nuo aktyvaus vairuotojo prie neatidaus keleivio keičia judėjimo sampratą, nes suvokiamo pagreičio ir judėjimo krypties kompensavimas nėra įmanomas dėl trūkstamos vaizdinės informacijos (1.2 pav.). Tyrimuose (Burkhard et al., 2018; Iskander et al., 2019) nustatyta, kad nedėmesingi keleiviai, AV važiavimo metu užsiimantys kitomis veiklomis, juda daugiau bei netolygiau nei keleiviai, stebintys aplinką. Taigi, dėl visiško arba dalinio vairavimo užduoties perdavimo pačiam automobiliui pagal SAE J3016:2021 lygius tikimasi, kad judesio liga (angl. *motion sickness*) įgis ypatingą svarbą (Iskander et al., 2019).



1.2 pav. Kaita didėjant automatizavimo lygiui pagal SAE (sudaryta pagal Jurisch, 2022)
Fig. 1.2. Trend with increasing automation level based on SAE (based on Jurisch, 2022)

Komfortas AV gali būti skirstomas į du sluoksnius: *i) fizinis komfortas*, kai vertinamas važiavimo tolydumas ir iš to atsirandantys žmogaus kūno kinematiniai

judesiai bei judesio liga; *ii) psichologinis komfortas*, kai atsižvelgiama į privatumą, pasitikėjimą TP, važiavimo natūralumą, saugumą, galimybę įsitraukti į pašalines veiklas ir situacijos suvokiamumą (Peng et al., 2024). Dėl šių priežasčių šalia vertikaliųjų svyravimų ypatingas dėmesys yra skiriamas išilginės ir skersinės TP dinamikos sukeltiems pagreičiams. Standarte (ISO 15622:2018) nurodytos aktyvios greičio palaikymo sistemos pagreičių ribinės vertės: išilginio – stabdymo metu: $-3{,}5\ \mathrm{m/s^2}$, greitėjimo metu: $2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$ bei skersinio – posūkio metu: $2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$. Šios ribos yra pirminis apibendrintas pagreičių apribojimas, taikomas įvairių automatizacijos lygių TP.

Judesio liga TP kyla dėl ilgalaikio žemųjų dažnių svyravimų poveikio. Šis fenomenas gali sukelti pykinimą, kognityvinių užduočių atlikimo pablogėjimą, subjektyviai suvokiamo darbo krūvio padidėjimą ir letargiją (De Winkel et al., 2023). Esminis judesio ligos atsiradimo šaltinis AV yra judesio suvokimas vestibuliarine sistema be regimosios informacijos patvirtinimo. Neigiamas efektas gali būti mažinamas taikant tolydesnius judesio valdymo algoritmus, užtikrinant regimosios informacijos apie judėjimą pateikimą, optimizuojant ergonominius aspektus bei įdiegiant žmogaus ir mašinos sąsają (angl. *human-machine interface*) (Siddiqi et al., 2023). Šie uždaviniai nėra disertacijos tyrimo objektas.

Analizuojant važiavimo komfortą svarbu išskirti tam tikrus reiškinius, kurie nulemia TP atsaką į išorės žadinimą. Pavyzdžiui, įdiegtos pakabos modifikacijos ir atliekamas testavimas pasitelkus aukštą žadinimo dažnį – 25 Hz. Šiuo atveju keleiviai gali nepajusti komforto pagerėjimo, nes jis bus užgožiamas akustiniais reiškiniais. Bendruoju atveju važiavimo komforto reiškiniai yra skaidomi į šias grupes (Deubel et al., 2023; Kat et al., 2024; Guastadisegni et al., 2024):

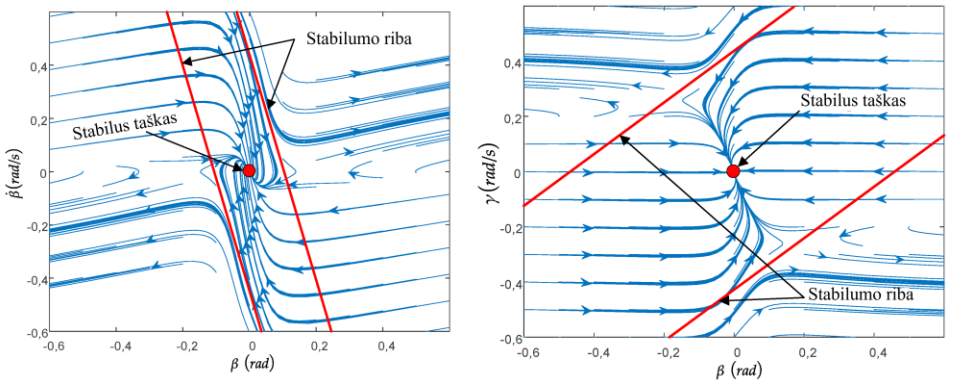
- Pirminis važiavimas (angl. *primary ride*) (0–5 Hz) – apibūdina TP elgseną, susijusią su kėbulo svyravimais nurodytame dažnių intervale. Analizė paprastai atliekama važiuojant kelio dangomis, pasižyminčiomis žemo dažnio nelygumais.
- Antrinis važiavimas (angl. s*econdary ride*) (5–30 Hz) – apibūdina įvairių TP masių, tokių kaip neamortizuojama masė ar variklis, poveikį nurodytame dažnių intervale. Ši analizė atliekama važiuojant kelio dangomis, kuriose naudojami intensyvūs žadinimo profiliai. Papildomai vertinami sąlyčio reiškiniai, kurie atitinka sudėtingą vibraciją įvairiuose TP interjero komponentuose, kuriuos nuolatos arba su pertraukomis liečia keleivis. Toks sąlytis sukelia nepatogumo ir nuovargio jausmą.
- Triukšmo ir vibracijos reiškiniai (angl. *Noise, vibration, and harshness – NVH*) (daugiau nei 30 Hz) pasireiškia kompleksiniu būdu, susidedančiu iš akustinio bei tiesioginio sąlyčio poveikio derinių.

Vertinant TP, kurią valdo vairuotojas, ypač svarbus yra grįžtamasis ryšys. Šis ryšys perteikiamas per valdymo įtaisus, vertikalius, skersinius ir išilginius kėbulo judesius. Tokiu būdu užtikrinamas vairuotojo situacijos suvokimas, nes vaizdinė

informacija sutampa su pojūčiais. Svarbu suprasti, kad vairuotojas negali jausti visų TP valdomumą lemiančių parametrų. Dėl šios priežasties greta profesionalių vairuotojų atliekamos subjektyvios analizės registruojami objektyvūs TP parametrai.

AV didesnę reikšmę įgauna globalūs kintamieji, nuo kurių priklauso TP stabilumas, manevringumas ir bendras valdomumas. Šie kintamieji yra: TP skersridės kampas, sukimosi greitis apie vertikalią TP ašį, tendencija nepakankamam pasisukimui (angl. *understeer*) arba per dideliam pasisukimui (angl. *oversteer*), dinaminis svorio persiskirstymas (angl. *weight transfer*) bei padangos trinties elipsės apribojimas.

TP skersridės kampas apibrėžiamas kaip funkcija, priklausanti nuo išilginio ir skersinio judėjimo greičio komponenčių automobilio svorio centre. Tai svarbus rodiklis, nusakantis TP valdomumą, stabilumą ir subjektyvų keleivių saugumo pojūtį (Puscul et al., 2024). Literatūroje (Tang et al., 2023; Cao et al., 2025) analizuojami TP skersridės kampo stabilumo žemėlapiai (angl. *phase-plane*), kuriuose išskiriamos stabilios ir nestabilios zonos (1.3 pav.). Išliekant stabilioje srityje, TP aktyviai reaguoja į valdymo įvestis ir konverguoja į norimą būseną. Nestabilioje zonoje TP atsakas į perturbacijas ir įvestis yra sunkiai nuspėjamas. Tinkamai sudarytas TP dinaminio stabilizavimo algoritmas gali praplėsti stabilumo ribas ir užtikrinti gerą valdomumą net ir esant kritinėms važiavimo sąlygoms (Cao et al., 2025; Mazzilli et al., 2021).



1.3 pav. TP stabilumo žemėlapiai (sudaryta pagal Tang et al., 2023)
Fig. 1.3. Vehicle stability maps (based on Tang et al., 2023)

Sukimosi greitis apie vertikalią TP ašį yra tiesiogiai matuojamas rodiklis, kuris nusako stabilumą posūkyje, polinkį į nepakankamą arba perteklinį pasisukimą. Tiek sukimosi greitis apie vertikalią TP ašį, tiek skersridės kampas turi slenkstines ribas, kurias peržengus TP tampa nevaldoma (1.3 pav.). Kadangi sukimosi greitis apie vertikalią TP ašį priklauso nuo TP inercinių savybių, padangos skersinio stan-

dumo, važiavimo greičio ir sankybumo su kelio danga, slenkstinė riba yra nuolatos kintanti. Taigi, geromis valdomumo savybėmis pasižyminti TP geba staigiai keisti šio greičio kryptį, užtikrinti minimalius verčių svyravimus ir sparčiai bei sklandžiai sugrįžti į stabilų tašką (Mazzilli et al., 2021; Park et al., 2022).

TP valdomumas negali būti aptariamas neįvertinus padangos trinties elipsės apribojimo, kurio išraiška aprašoma (Jazar, 2017).

$$\left(\frac{F_x}{\mu_x F_z}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{\mu_y F_z}\right)^2 \leq 1, \tag{1.1}$$

čia μ_x, μ_y – išilginis ir skersinis sukibimo koeficientas, F_x, F_y, F_z – išilginė, skersinė ir vertikali padangos jėga.

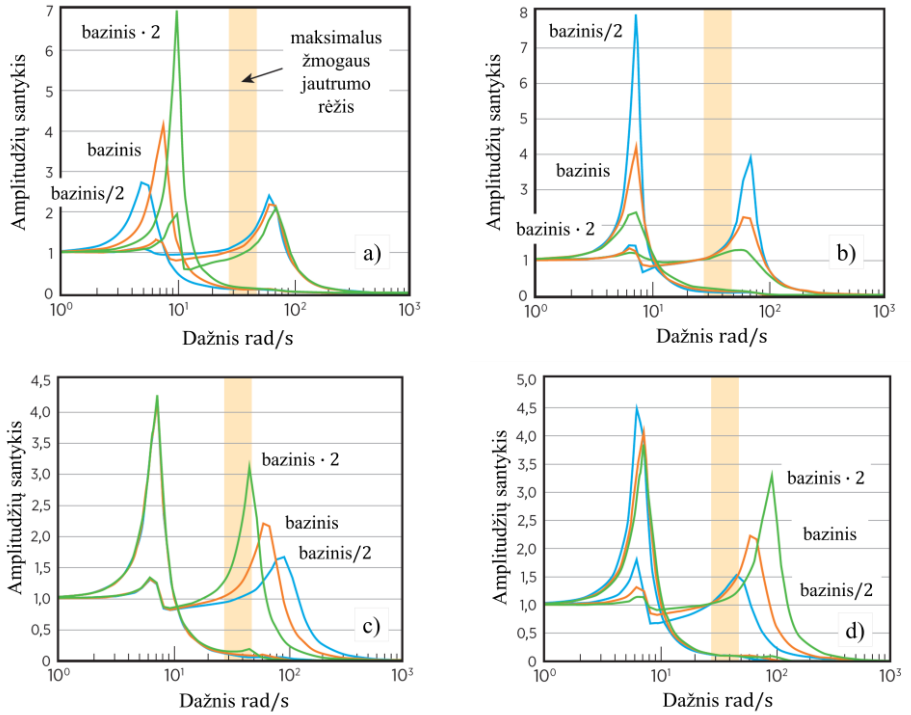
Didėjant vertikaliajai apkrovai, padangos trinties elipsės ribos didėja, tačiau dėl padangos jautrumo apkrovai (angl. *tyre load sensitivity*) efektyvus sukibimo koeficientas mažėja, todėl maksimalios išilginės ir skersinės jėgos didėja netolygiai su vertikaliąja apkrova. Šis netiesiškumas turi esminį poveikį TP valdomumui ir stabilumui (Milliken & Milliken, 1994). Svarbu suprasti, kad esant tam tikrai F_z, rato skersridės kampui, išilginio rato praslydimui ir kitoms sąlygoms galima pasiekti tik tam tikrą padangos jėgų kombinaciją. Pavyzdžiui, dominuojanti F_y jėga sumažins F_x jėgos vertę ir tokią TP bus sudėtingiau sustabdyti.

Taigi, atlikus literatūros analizę apibrėžtos važiavimo komforto ir TP valdomumo sąvokos, nustatytas kritinis žadinimo dažnių rėžis, kuris yra pavojingas keleiviams, bei sukonkretinta disertacijoje nagrinėjama mokslinė sritis. Taip pat nustatyti esminiai kintamieji, kurių įtaka TP valdomumui yra reikšminga.

1.2. Pakabos charakteristikų įtaka transporto priemonės dinamikai

Pasyviosios TP pakabos konfigūraciją sudarantys elementai yra fiksuotų charakteristikų. Nekintančios slopinimo ir standumo komponentų savybės, esant įvairioms važiavimo sąlygoms, gali užtikrinti tik tam tikrą važiavimo komforto ir TP valdomumo santykį. Priklausomai nuo kelio nelygumų bei važiavimo greičio, pakabos komponentai yra žadinami plačiame rėžyje: 0–30 Hz. Dėl šios priežasties galimas amortizuojamos (1–2 Hz) ir neamortizuojamos masės (10–12 Hz) savųjų ir žadinimo dažnių sutapimas. Atsiradus projektavimo fazėje nenumatytam pakabos sistemos charakteristikų pokyčiui masių savieji svyravimo dažniai bei svyravimo amplitudės gali išaugti arba sumažėti. Šie pokyčiai gali neigiamai paveikti TP važiavimo komfortą ir valdomumą.

Pakabos standumo pokyčio poveikis amortizuojamos ir neamortizuojamos masės saviesiems dažniams pateiktas 1.4 pav., a. Grafiko vertikalioje ašyje pateiktas santykis tarp kelio nelygumo ir atitinkamos masės poslinkio. Abiejų masių savieji svyravimo dažniai didėja, įvedus aukštesnį pakabos standumą. Esant didesniam pakabos standumui, nurodyto santykio vertė sumažėja. Tai pagerina kelio nelygumų izoliavimą (4–8 Hz srityje) neamortizuojamos masės atžvilgiu, tačiau daroma neigiama įtaka važiavimo komfortui (Williams, 2022). Bendruoju atveju pakabos standumo pokytis turi didesnį poveikį važiavimo komfortui nei TP valdomumui. Kadangi amortizuojamos masės savųjų dažnių formulėje spyruoklės ir padangos standumai vertinami taikant nuoseklaus jungimo išraišką – regimas mažesnio standumo dominavimas.



1.4 pav. Pakabos parametrų įtaka TP dinamikai (sudaryta pagal Williams, 2022): pokytis – a) standumo; b) slopinimo; c) neamortizuojamos masės; d) padangos standumo
Fig. 1.4. Suspension parameters impact on vehicle dynamics (based on Williams, 2022): change – a) stiffness; b) damping; c) unsprung mass; d) tyre stiffness

Neamortizuojamos masės savųjų dažnių formulėje taikoma lygiagretaus jungimo išraiška, todėl spyruoklės standumo pokytis turi mažesnį efektą. Apibendrinant, standesnė pakaba padeda geriau valdyti neamortizuojamą masę ir užtikrina

aukšto dažnio vibracijų izoliaciją, tačiau pablogina žemo dažnio važiavimo komfortą (Hamed et al., 2018).

Pakabos slopinimo pokytis ir jo poveikis masių kritiniams dažniams pateikiamas 1.4 pav., b. Nežymių slopinimo variacijų gali atsirasti dėl darbinės temperatūros kaitos ir slopinimo elemento tūrinių pokyčių dėl suspaudimo bei išplėtimo ciklų. Drastiškas slopinimo pokytis gaunamas naudojant kitos konstrukcijos ir charakteristikų amortizatorių. Bendruoju atveju padidinus pakabos slopinimą pastebimas abiejų masių rezonansinių dažnių sumažėjimas. Tačiau bendras kelio nelygumų izoliavimas kritiniame dažnyje (4–8 Hz) pablogėja (Williams, 2022). Atsižvelgus į visos TP atsaką, žemas slopinimas užtikrina aukštą važiavimo komfortą, tačiau išauga neamortizuojamos masės bei kėbulo posvyrio kampų amplitudės. Papildomai gaunamas ryškesnis vertikaliosios apkrovos perdavimas tarp priekinių ir galinių bei kairės ir dešinės pusės ratų. Dėl šių priežasčių padidėja atsako į valdymo signalus laikas ir blogėja TP valdomumas. Didelis pakabos slopinimas pagerina išilginę ir skersinę TP dinamiką, sumažina kėbulo posvyrio kampus bei užtikrina mažą rato prispaudimo jėgos kitimą. Kita vertus, didelio slopinimo pakabos sistema neužtikrina tinkamo kelio nelygumų izoliavimo ir perduoda žadinimo jėgas į TP amortizuojamą masę (Wang et al., 2025).

Pakaboje neamortizuojamos masės pokytis gali atsirasti pakeitus ratlankius, padangas bei atliekant kitas modifikacijas: lengvinant pakabos elementus arba didinant stabdžių sistemos efektyvumą. Šie veiksniai turės minimalų poveikį palyginus su elektros variklių įdiegimu į ratus. Ratuose montuojami elektros varikliai yra naujos architektūros TP dalis, kuri gali padidinti neamortizuojamą masę iki 40 kg – kiekviename ketvirtyje (Wu et al., 2025). Papildomai ratuose montuojami varikliai derinami su novatoriškais TP ketvirčio moduliais, kuriuose gausu kitų aktyvių komponentų. Šio prieaugio ar sumažėjimo poveikis saviesiems amortizuojamos ir neamortizuojamos masės dažniams pateikiamas 1.4 pav., c. Intuityvu, kad neamortizuojamos masės pokytis turės didesnį poveikį šios masės svyravimų dažniui. 1.4 pav., c matyti, kad didėjant neamortizuojamai masei jos savieji dažniai artėja prie 4–8 Hz rėžio, kuriam yra ypač jautrūs žmonės. TP esantys keleiviai nebūtinai pajus šį skirtumą, tačiau iš grafiko matyti, kad neamortizuojamos masės prieaugis gali neigiamai paveikti keleivių komfortą, ypač kritinių dažnių rėžyje (Williams, 2022).

Įvairių šalių mokslininkų atliktuose teoriniuose (Žuraulis et al., 2022; Wu et al., 2025) ir eksperimentiniuose (Anderson & Harty, 2010) tyrimuose matyti tos pačios tendencijos. Mokslininkai (Ślaski et al., 2014) atliko eksperimentinius testus su papildoma 22 kg neamortizuojama ir 23 kg amortizuojama mase, sumontuota ant galinės TP ašies. Šiuose testuose amortizuojamos masės vertikaliojo pagreičio vidutinė kvadratinė vertė (angl. *root mean square – RMS*) svyravimo dažniuose 1,25–2,5 Hz ir 12,5 Hz padidėjo atitinkamai 63 % bei 60 %. Papildomai autoriai atliko matematinį modeliavimą su TP ketvirčio modeliu. Teorinio tyrimo

metu gauti rezultatai rodo neamortizuojamos masės rezonansinio dažnio kritimą nuo 14 Hz iki 10,5 Hz bei iki 30 % didesnį normalizuotą vertikalios padangos jėgos kitimą. Taip pat aukštesniuose nei rezonansinis neamortizuojamos masės dažnis pastebimas minėtų parametrų sumažėjimas. Tai sutampa su autorių (Wu et al., 2025) pastebėjimais, kai ties vidutiniu važiavimo greičiu (17–25 m/s) regimas vertikaliojo pagreičio svyravimų išaugimas. Ties greičiais 25–50 m/s – sumažėjimas.

Bendruoju atveju pridėtinė neamortizuojama masė yra siejama su amortizuojamos masės išaugimu. Šis kombinuotas masių išaugimas, pagal antrąjį Niutono dėsnį, sumažins sistemos pagreičius. Kita vertus, išlieka neigiamas rezonansinio dažnio pokytis, kuris lemia dinaminius rato apkrovos svyravimus ir galimas TP valdomumo problemas.

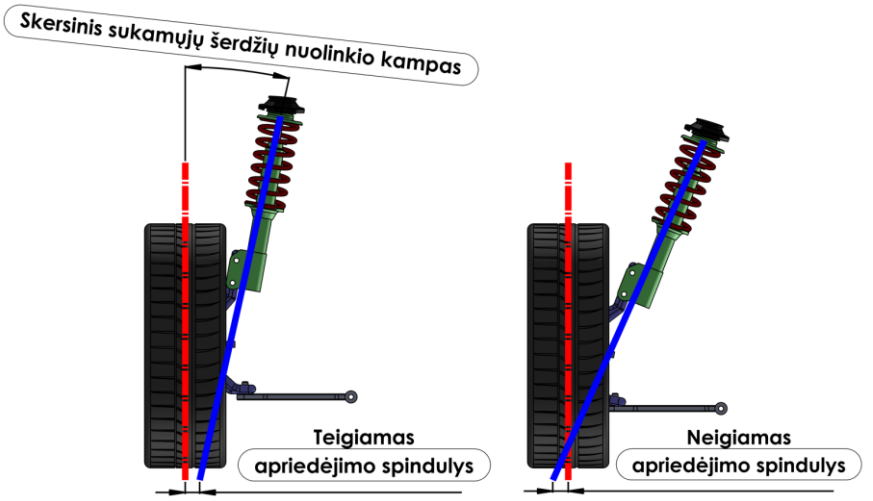
TP padangų standumas beveik nekinta. Šio parametro variacijas galima pasiekti pakeitus padangas arba įvedus dinaminį padangos slėgio valdymą (Savitski et al., 2015). Svarbu paminėti, kad padangos standumas yra skirtingas įvairiomis kryptimis – vertikalusis, skersinis, nuo to priklauso padangos jėginės charakteristikos bei bendras TP valdomumas. Įvedus padangos standumo pokytį bus regimas neamortizuojamos masės rezonansinio dažnio pokytis – standumui didėjant dažnis auga, standumui mažėjant dažnis artėja prie kritinio (1.4 pav., d) (Konieczny et al., 2015). Kita vertus, padangos standumo pokyčio įtaka beveik nejuntama ties amortizuojama mase (Williams, 2022).

Aptarus pagrindines TP pakabos charakteristikas, svarbu atkreipti dėmesį į geometrinių parametrų ypatybes. TP pakaboje daugelis geometrinių parametrų yra tarpusavyje susiję. Priekinėje pakaboje vairuojamųjų ratų išvirtimo kampas – funkcija, priklausanti nuo skersinio ir išilginio sukamųjų šerdžių nuolinkio kampų (angl. *kingpin inclination, caster angle*), vertikaliosios eigos ir TP kėbulo pavirtimo kampo apie išilginę ašį (Milliken & Milliken, 1994). Nesant šių kampų, rato išvirtimo vertė nesikeistų priklausomai nuo vairo pasukimo kampo. Įvedus skersinį nuolinkio kampą, tačiau nesant išilginio, sukant TP vairaratį, išorinio rato išvirtimas įgaus teigiamą vertę. Kita vertus, įvesta teigiama išilginio sukamųjų šerdžių nuolinkio kampo vertė pakeis šią priklausomybę. Šiuo atveju atliekant posūkį išorinis ratas įgaus neigiamą, o vidinis teigiamą ratų išvirtimo vertę.

Analizuojant šias priklausomybes svarbu paminėti rato apriedėjimo spindulį (angl. *scrub radius*), kuris priklauso nuo skersinio sukamųjų šerdžių nuolinkio kampo ir rato išnešimo (1.5 pav.). Teigiama šio spindulio vertė sukelia neigiamo suvedimo (angl. *toe-out*) vertės išaugimą stabdymo manevro metu ir teigiamo suvedimo (angl. *toe-in*) padidėjimą įsibėgėjimo metu. Neigiamas apriedėjimo spindulys sukelia atvirkštinį efektą. Šių parametrų tarpusavio suderinamumas gali nulemti TP tendenciją nepakankamam arba per dideliam pasisukimui.

Ratų išvirtimas – kampas tarp rato sukimosi plokštumos ir vertikalės. Šis kampas laikomas teigiamu, kai rato sukimosi plokštuma nukreipta į automobilio

išorę. Priešingu atveju kampas yra neigiamas (1.6 pav.). Ratų išvirtimas yra vienas iš įvesties parametrų, lemiančių padangos jėgines charakteristikas (Jazar, 2017). Kiti įvesties parametrai yra vertikalioji padangos apkrova, skersridės kampas (angl. *slip angle*) ir išilginis slydimas (angl. *longitudinal slip*).



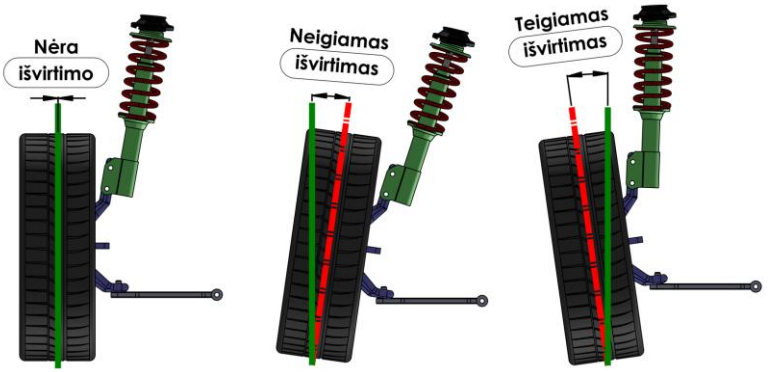
1.5 pav. Skersinio sukamųjų šerdžių nuolinkio kampo ir rato apriedėjimo spindulio sąryšis
Fig. 1.5. Relation of kingpin inclination angle and scrub radius

Esant ratų išvirtimo kampui papildomai generuojama skersinė jėga padangoje. Šios jėgos dydis priklauso nuo rato išvirtimo bei skersridės kampų, vertikaliosios rato apkrovos, padangos pripūtimo slėgio ir mechaninių padangos savybių (Abe, 2015). Tokiu atveju, kai nėra skersridės kampo, skersinė padangos jėga generuojama tik dėl ratų išvirtimo kampo (angl. *camber thrust*).

Lengvųjų automobilių statinis ratų išvirtimo kampas dažniausiai yra nedidelis, neigiamas ir gali svyruoti maždaug nuo $0°$ iki $-2°$, priklausomai nuo TP konstrukcijos ir pakabos geometrijos (Milliken & Milliken, 1994). Svarbu suprasti, kad TP pakabos konstrukcijoje ratų išvirtimo kampas kinta priklausomai nuo vertikaliosios rato eigos ir apkrovos. Pakabos kinematikos ir paslankumo (angl. *kinematics and compliance – K&C*) analizės rodo, kad ratų išvirtimas kinta ir nuo vairuojamųjų ratų pasukimo kampo, guminių įvorių ir kitų pakabos elementų deformacijos (Gao & Wu, 2021; Gao & Qi, 2024; Lukoševičius et al., 2021).

Mokslinėje literatūroje ratų išvirtimo kampo įtaką TP dinamikai nagrinėjo Milliken ir Milliken (1994). Šaltinyje pateikiami eksperimentų, kurie atlikti *Calspan* tyrimų centre, rezultatai. Tyrimų metu nustatyta, kad padangai neturint išvirtimo kampo generuojama skersinė jėga yra simetriška vairo pasukimo kampo (važiavimo krypties) atžvilgiu. Įvedus neigiamą išvirtimo kampą ($-5°$) pastebėta,

kad didesnė jėga išvystoma, kai važiavimo ir pavertimo kryptys sutampa. Šiame bandyme nagrinėjamas tik vienas ratas, todėl dinaminiai vertikaliosios apkrovos pokyčiai, sukelti skersinio ar išilginio pagreičio, nebuvo vertinami. Autoriai skiria daug dėmesio įstrižinės struktūros padangoms, kurios pasižymi mažesniu skersiniu standumu ir apvalios formos skerspjūviu. Šio tipo padangos leidžia didesnes ratų išvirtimo kampo ($\pm 20°$) vertes. Tokios padangos posūkio metu labiau deformuojasi, todėl ratų išvirtimo kampas leidžia padidinti kontakto plotą.



1.6 pav. Ratų išvirtimo konfigūracijos
Fig. 1.6. Camber angle configurations

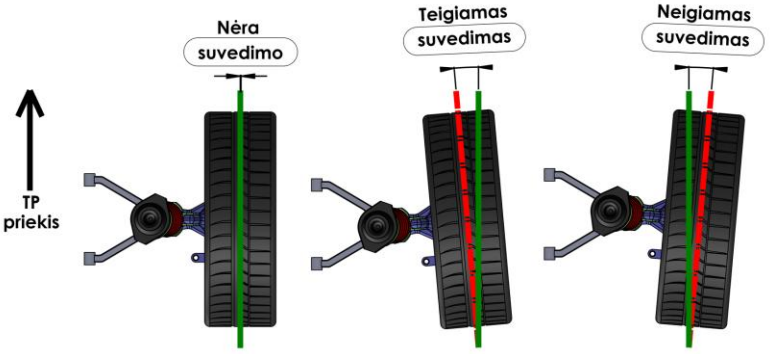
Rekomendacijos pagal (Milliken & Milliken, 1994):

1. Neigiama ratų išvirtimo vertė ant dviejų išorinių ratų posūkyje leidžia maksimizuoti šių padangų skersinę jėgą. Teigiamas ratų išvirtimo nustatymas yra pageidaujamas ant vidinių ratų posūkyje.
2. Daugumai radialinės konstrukcijos padangų 1° ratų išvirtimo tolygus maždaug $0{,}1^{\circ}$ vairuojamųjų ratų pasukimo kampui. Dėl šios priežasties TP galima stabilizuoti įvedus atitinkamą ratų suvedimo kampo vertę, išlaikant $1:10$ santykį su ratų išvirtimo kampo verte.

Roethof et al. (2016) nagrinėjamas ratų išvirtimo kampo poveikis TP valdomumui ir vairavimo pojūčiui. Sudarytas kompleksinis pakabos matematinis modelis, kuris leidžia aktyviai keisti ratų išvirtimo kampus. Testuojant TP matematinis modelis sujungiamas su vairavimo simuliatoriumi. Bandymuose dalyvavo 12 dalyvių, kurie naudodami simuliatorių atliko įvairius manevrus. Eksperimentų metu buvo fiksuojami TP duomenys, atliekamas subjektyvus ir objektyvus TP valdomumo įvertinimas. Iš subjektyviojo įvertinimo matyti, kad dalyviai jautėsi saugiau ir lengviau gebėdami valdyti TP. Autoriai pabrėžia aktyvaus ratų išvirtimo kampo reguliavimo elemento (pvz., elektrinio cilindro) pozicijos svarbą. Virš rato centro esantis elementas reikalauja daugiau erdvės. Žemiau – leidžia pasiekti didesnes rato išvirtimo vertes, tačiau reikalingos galingesnės pavaros.

Li (2013) teoriniame lygmenyje išnagrinėjo ratų išvirtimo kampo poveikį TP dinamikai. Autorius taikė daugialinijinį (angl. *multi-line*) „*brush*“ tipo padangos matematinį modelį, skirtą padangos jėginėms charakteristikoms nagrinėti esant ratų išvirtimo kampui. Gauti matematinio modeliavimo rezultatai rodo neigiamą ratų išvirtimo poveikį padangos išilginės jėgos generavimui. Dėl šios priežasties įsibėgėjimo ar stabdymo metu rekomenduojama išlaikyti ratų išvirtimo kampą, artimą 0°. Šaltinyje pabrėžiamas vertikalios rato apkrovos ir išvirtimo kampo santykis. Nurodoma, kad esant tam tikrai apkrovai yra racionalus išvirtimo kampas, kuris leis išvystyti maksimalią padangos skersinę jėgą. Išvirtimo kampo reikšmė turi augti tiesiogiai su didėjančia vertikalia rato apkrova. Li (2013) modeliavimo metu įvedus aktyvų ratų išvirtimo kampo reguliavimą rėžyje $\pm 10°$ pasiektas 5 % TP važiavimo greičio padidėjimas atliekant juostos keitimo manevrą.

Ratų suvedimas yra kampas tarp skersinės TP simetrijos ašies ir ratų sukimosi plokštumos, žiūrint iš TP viršaus (Abe, 2015). Kampas vadinamas teigiamu, kai ratų sukimosi plokštumos yra nukreiptos link skersinės TP simetrijos ašies. Priešingu atveju – suvedimas neigiamas (1.7 pav.).



1.7 pav. Ratų suvedimo kampo konfigūracijos
Fig. 1.7. Toe angle configurations

Suvedimo reikšmė gali priklausyti nuo įvairių TP pakabos charakteristikų: Akermano arba atvirkštinės Akermano geometrijos, ratų pasukimo kampo pokyčio dėl vertikalios eigos (angl. *ride steer*), nuo pavirtimo kampo apie išilginę TP ašį (angl. *roll steer*), nuo pakabos paslankumo (angl. *compliance steer*) ir nuo ratų išvirtimo kampo (Milliken & Milliken, 1994). Klasikinė Akermano geometrija lemia išorinio rato posūkyje polinkį į neigiamą suvedimo reikšmę.

Ratų suvedimo kampas turi įtakos trims pagrindinėms charakteristikoms: padangų dilimui, stabilumui važiuojant tiesia linija ir TP valdomumui atliekant posūkius (Jazar, 2017). Siekiant minimalaus padangų dilimo ratų suvedimas turėtų būti neutralus. Didelis teigiamas suvedimas skatina padangos išorinio krašto dėvėjimąsi. Neigiamo suvedimo perteklius pagreitina vidinio krašto dilimą. TP

stabilumas pagerinamas įvedus teigiamą suvedimo kampą. Tokiu atveju TP linkusi į savaiminį svyravimų, sukeltų šoninio vėjo ar kelio geometrijos nelygumų, slopinimą. Taip pat šiuo atveju TP yra labiau linkusi į tendenciją nepakankamam pasisukimui, kuris yra laikomas stabilizuojančiu efektu. Dėl šios priežasties daugelyje lengvųjų automobilių naudojamas statinis teigiamo suvedimo parametras priekinėje ašyje. Neigiamas suvedimas paprastai siejamas su spartesniu TP atsaku į vairaračio padėties pokyčius ir tendencija per dideliam pasisukimui. Įvairūs suvedimo nustatymai dažnai naudojami siekiant minimizuoti kitų, neigiamų veiksnių daromą įtaką. Pavyzdžiui, TP varančiojoje ašyje dėl sukuriamo sukimo momento ratai linkę įgauti teigiamą suvedimo kampą. Atitinkamai stabdymo metu varomieji ratai linksta į neigiamo suvedimo pusę. Taigi, pradinis statinis suvedimo kampo nustatymas gali sumažinti šių kampų pokyčius.

Įvairios TP pakabos charakteristikos yra nulemtos taikomų inžinerinių sprendimų visumos. Išskiriamos tiek priklausomos, tiek pusiau priklausomos pakabos sistemos, tačiau jos nėra siejamos su geru važiavimo komfortu ir TP valdomumu.

Komforto požiūriu palankiausiai vertinamos nepriklausomos pakabos sistemos. Šių pakabų konstrukcijos užtikrina nepriklausomą kairės ir dešinės pusių ratų judėjimą, taip sumažinant ratų išvirtimo kampo pokyčius, atsirandančius dėl TP kėbulo pasvirimo apie išilginę ašį. Nuo taikomo pakabos konstrukcijos tipo priklauso darbinės erdvės poreikis, konstrukcinis standumas, kelio nelygumų izoliavimo lygis, neamortizuojama masė, ilgaamžiškumas ir kaina. Inžineriniai sprendimai daro tiesioginį poveikį TP valdomumui, padangos ir kelio dangos kontakto ploto pokyčiui, pakabos kinematinių parametrų kitimui ir bendram TP atsako į žadinimus nuspėjamumui. Dėl šių priežasčių svarbu įvertinti pakabos konstrukcijos poveikį anksčiau išvardintiems aspektams (Reimpell et al., 2001; Jazar, 2017; Goodarzi et al., 2023; Yu et al., 2024).

Plačiausiai paplitusi „MacPherson“ pakabos konstrukcija, kurios pagrindiniai pranašumai yra kompaktiškumas ir paprastumas (Reimpell et al., 2001). Dėl kombinuotos statramsčio sandaros užtikrinamas platesnis pakabos eigos rėžis, gaunamas skersinis bei išilginis sukamųjų šerdžių nuolinkio kampas įgalina savaiminį važiavimo krypties sekimą ir vairaračio grįžimą į pradinę padėtį. Kita vertus, dėl didesnio konstrukcinio standumo juntamas perteklinis smūgių ir vibracijų perdavimas į TP kėbulą (Goodarzi et al., 2023). Klasikinė „MacPherson“ pakaba nesuteikia optimalios ratų išvirtimo ir suvedimo kampų priklausomybės nuo vertikalios eigos. Polinkis į teigiamą ratų išvirtimo kampą nulemia prastesnį padangos ir kelio dangos kontaktą bei valdomumą. Ratų suvedimo kampas tiesiogiai priklauso nuo ratų išvirtimo kampo ir atsiradę dinaminiai pokyčiai gali padidinti padangos dilimą, bendrą nestabilumą ir lemti tendenciją nepakankamam pasisukimui (Goodarzi et al., 2023; Milliken & Milliken, 1994). Taigi, ši pakaba užtikrina gerą valdomumą įprastomis sąlygomis, tačiau dėl vienos apatinės svirties naudojimo regimas netinkamas rato pozicionavimas ir prastas valdomumas ties sukibimo riba.

Žinoma, egzistuoja inžineriniai sprendimai, kurie minimizuoja šiuos neigiamus aspektus: „HiPer Strut“ ir dviejų apatinių lankstų konstrukcija (angl. *Dual-Pivot*), „Doftek“ – aktyvi pakabos geometrijos keitimo sistema ir pusiau aktyvios bei aktyvios pakabos taikymas (Yu et al., 2024).

Dvigubų skersinių svirčių pakaba (angl. *double wishbone suspension*) išsiskiria plačiomis kinematinės galimybės. Tinkamai parinkus svirčių ilgius ir posvyrio kampus galima minimizuoti ratų išvirtimo, suvedimo kampų ir tarpvėžės pločio pokyčius visame pakabos eigos rėžyje. Papildomai galima modifikuoti TP polinkį į pavirtimą apie skersinę ir išilginę simetrijos ašį. Dėl didesnio įtvirtinimų skaičiaus ir juose naudojamų guminių atramų užtikrinamas geras kelio nelygumų izoliavimas ir apkrovos paskirstymas. Tikslus rato pozicionavimas užtikrina padangos ir kelio paviršiaus kontaktą, polinkis į neigiamą ratų išvirtimo kampą suteikia gerą valdomumą ties sukibimo riba (Reimpell et al., 2001). Vis dėlto ši pakabos konstrukcija reikalauja daugiau erdvės skersine TP kryptimi, yra sudėtingesnė projektavimo ir derinimo požiūriu bei kainuoja daugiau. Kita vertus, yra įvairių techninių sprendimų, kurie dar labiau padidina šios pakabos pranašumus: aktyvus pakabos geometrijos keitimas, lengvas pritaikomumas pusiau aktyvios, aktyvios pakabos sistemų įdiegimui bei papildomų trauklių sistema (angl. *push-rod, pull-rod*), kuri leidžia pozicionuoti slopinimo ir standumo modulį į kėbulo vidų, taip sumažinant neamortizuojamą masę (Yu et al., 2024).

Daugiasvirtė pakaba (angl. *multi-link suspension*) yra pažangi sistema, sudaryta iš trijų ar daugiau svirčių, formuojančių artikuliuotą struktūrą, kurioje didžioji dalis trauklių yra veikiamos beveik vien tik ašinės apkrovos. Dėl plataus konstrukcijos realizavimo spektro galima pasiekti norimas pakabos kinematines ir dinamines priklausomybes (Goodarzi et al., 2023; Yu et al., 2024). Tokiu būdu parenkant tinkamas gumines atramas, mažą masę turinčių svirčių skaičių bei kitas jungiamąsias dalis, galima užtikrinti efektyvų kelio nelygumų izoliavimą. Racionali valdymo svirčių kinematika bei paslankumas tiksliai pozicionuoja ratą visame pakabos eigos rėžyje ir garantuoja komforto bei valdomumo balansą.

Daugiasvirtė pakaba yra nuspėjama, staigus TP stabdymas ar įsibėgėjimas nesukelia nepageidaujamų suvedimo kampo pokyčių, o kėbului pasvirus apie išilginę ašį išlaikomas neigiamas ratų išvirtimo kampas. Kita vertus, padidėjęs komponentų skaičius, geometrijos kompleksiškumas ir gamybos kaina apsunkina šios pakabos diegimą į ekonominės klasės TP. Papildomai, statinis pakabos geometrijos reguliavimas yra imlus laikui ir reikalauja aukštos specialisto kompetencijos. Esami pakabos trūkumai yra sprendžiami pritaikius aktyviuosius elementus vietoje svirčių bei tvirtinimo taškų. Tokiu būdu užtikrinamas aktyvus pakabos geometrijos derinimas bei važiavimo komforto ir TP valdomumo pagerinimas (Yu et al., 2024). Šio darbo B priede pateikiamas apibendrintas aptartų pakabos konstrukcijų įvertinimas pagal esminius efektyvumo rodiklius.

Apžvelgus pakabos konstrukcijas matyti, kad net ir pažangiausios pakabos susiduria su ratų pozicionavimo problemomis, nes pasyvus sprendimai tik iš dalies užtikrina norimą suvedimo ir išvirtimo kampų priklausomybę nuo pakabos eigos. Rankinis ratų geometrijos reguliavimas yra sudėtingas ir laikui imlus procesas, todėl galimybė nuolatos stebėti ir aktyviai keisti pakabos geometriją yra patraukli.

Pakabos parametrų keitimas atliekamas pritaikius įvairias pavaras. Tai gali būti hidraulinės, elektrohidraulinės (EH), pneumatinės, magnetoreologinės (MR), elektromechaninės (EM) arba elektromagnetinės (EMAG) pavaros. Priklausomai nuo valdomos pakabos tipo – adaptyvi, pusiau aktyvi arba aktyvi – naudojami skirtingi komponentai. Literatūroje (Savitski et al., 2017; Isermann, 2021) ypatinga svarba teikiama pakabos sistemos savybėms, kurios yra tokios: efektyvių dažnių intervalas, energijos sąnaudos bei valdymo jėgos (F) priklausomybė nuo pakabos eigos greičio $(\dot{x})$. 1.1 lentelėje pateikiamas apibendrintas įvairių pakabos sistemų charakteristikų sąrašas.

1.1 lentelė. Įvairių pakabos sistemų charakteristikos
Table 1.1. Characteristics of various suspension systems

Pakabos tipas	$\dot{x}$ ir F diagrama	Efektyvi dažnių juosta	Energijos sąnaudos	Pavarų tipas
Pasyvi	Fiksuota	-	-	-
Adaptyvi	Lėtai kintanti	< 2 Hz	Mažos (~50 W)	Hidraulinis ir pneumatinis
Pusiau aktyvi	Priklauso nuo santykinio judesio krypties ir greičio	< 15 Hz	Mažos (~25 W)	Hidraulinis, MR ir EMAG
Žemo dažnio aktyvi	Naudojami visi kvadrantai	< 5 Hz	Vidutinės (~500 W)	EH, EM ir pneumatinis
Aktyvi	Naudojami visi kvadrantai	< 30 Hz	Didelės (4–5 kW)	EH, EM ir EMAG

Pasyvios pakabos sistemos sudarytos iš komponentų, kurių parametrai yra fiksuoti. Žinoma, galimos įvairios modifikacijos, papildant sistemą standumo, slopinimo ar kitais funkciniais elementais. Vis dėlto pasyvios sistemos yra suderinamos tik tam tikram dažnių diapazonui bei konkrečiai TP masei ir padangų slėgiui (Isermann, 2021).

Adaptyvios pakabos įgalina labai lėtą parametrų kitimą (< 2 Hz). Tokių sistemų pavyzdžiai yra kėbulo aukščio palaikymo sistema (angl. *load leveling system*) ir įvairūs važiavimo režimų nustatymai (Soliman & Kaldas, 2021). Pirmuoju

atveju yra keičiamas spyruoklės pradinis suspaudimas (angl. *preload*) ir prošvaisa (angl. *ride height*). Tai atliekama siekiant užtikrinti TP kėbulo padėties stabilumą ir išlaikyti nominalią prošvaisą esant skirtingoms amortizuojamosios masės konfigūracijoms (keleiviai, krovinys). Ši galimybė realizuojama pritaikius pneumatines spyruokles arba hidraulinius cilindrus, kurie montuojami vietoje pagrindinio standumo elemento. Antruoju atveju važiavimo režimų nustatymai leidžia keisti slopinimą ar standumą pagal iš anksto numatytas parametrų lenteles. Šiuo atveju sistema minimaliai prisitaiko prie kelio nelygumų ar TP dinamikos pokyčių (Koch**,** 2011). Abi sistemos veikia koordinuotai: tarkime, pasirinkus „Sport“ režimą, keičiama TP prošvaisa siekiant sumažinti masės centro aukštį, o slopinimas ir standumas atitinkamai didinami, taip pagerinant bendrą valdomumą.

Pusiau aktyvi pakaba suteikia galimybę realiuoju laiku keisti amortizatoriaus slopinimą. Svarbu pabrėžti, kad valdomo amortizatoriaus generuojama jėga priklauso nuo santykinio judesio krypties ir greičio (Subramanian et al., 2024). Dėl šio apribojimo pusiau aktyvi pakaba negali tiesiogiai valdyti TP kėbulo aukščio bei posvyrio kampų apie skersinę ir išilginę ašis (Theunissen et al., 2021). Kita vertus, dėl netiesiogiai generuojamos jėgos, ši sistema pasižymi mažu energijos suvartojimu – iki 25 W vienam amortizatoriui.

Konstrukciniu požiūriu pusiau aktyvi pakaba gali būti realizuojama naudojant hidraulinius, MR bei EMAG amortizatorius (Soliman & Kaldas, 2021; Subramanian et al., 2024). MR amortizatoriuose naudojamas skystis, kurio klampa yra keičiama pritaikius elektromagnetinio lauko poveikį. Užfiksavus reikiamus TP parametrus, generuojamas valdymo impulsas ir įjungiama ar išjungiama magnetinė ritė. MR skysčio dalelės orientuojasi pagal magnetinio lauko kryptį, didindamos slopinimo savybes (Wang et al., 2024; Lenkutis, 2023). Hidrauliniuose slopintuvuose skysčio srautas yra reguliuojamas elektromagnetiniais vožtuvais. Pažangios konstrukcijos amortizatoriuose naudojami du tokie vožtuvai, kurie leidžia keisti tiek kompresijos, tiek išstūmimo kreives (Savitski et al., 2017; Soliman & Kaldas, 2021). EMAG pavaros veikimas pagrįstas judančios ritės sąveika su nuolatinio magneto arba elektromagneto magnetiniu lauku, kurios metu sukuriamas slopinimo efektas. Slopinimo lygis papildomai gali būti keičiamas pakeitus išorinę varžą arba magnetinio lauko stiprumą. Pagrindinis EMAG amortizatoriaus trūkumas yra aukšta kaina (Soliman & Kaldas, 2021; Subramanian et al., 2024).

Taigi, pusiau aktyvi pakaba dėl netiesioginio jėgos generavimo pasižymi pakankama greitaveika. Šios pakabos konstrukcija užtikrina funkcinį saugumą, nes nutrūkus elektros grandinei amortizatorius veikia kaip pasyvus arba pereina į padidinto slopinimo režimą. Kita vertus, yra akivaizdus apribojimas – priklausomybė nuo santykinio judesio krypties ir greičio.

Aktyvi pakaba gali būti įgyvendinama naudojant EM, EMAG arba EH pavaras, kurios montuojamos tarp amortizuojamos ir neamortizuojamos masės. Priešingai nei pusiau aktyvioje pakaboje, aktyviojo elemento generuojama pridėtinė

jėga nepriklauso nuo santykinio judesio krypties. Šis privalumas leidžia kompensuoti TP kėbulo svyravimus vertikalia kryptimi, posvyrį apie išilginę ir skersinę ašį bei valdyti prošvaisą (Theunissen et al., 2021), priklausomai nuo pavaros greitaveikos išskiriamos žemo ir aukšto dažnio aktyvios pakabos sistemos (Enders, 2022). Žemo dažnio sistemos pasižymi vidutinėmis energijos sąnaudomis. Šios konfigūracijos yra tinkamos amortizuojamos masės judesiams, atsirandantiems dėl išilginių ir skersinių pagreičių, kompensuoti. Dažniausiai realizuojamos kaip aktyvūs stabilizatoriai, veikiantys EH ir EM principais. Taip pat taikomos pneumatinės spyruoklės (Yu et al., 2024).

Visiškai aktyvios pakabos sistemos pasižymi plačiu efektyvių dažnių intervalu, tačiau jų energijos sąnaudos yra didelės. Abi savybės tiesiogiai priklauso nuo pasirinktų pavarų tipų. EH pavaros atveju didesnis hidraulinio siurblio našumas leidžia pasiekti geresnes aktyvios jėgos charakteristikas. Papildomai naudojamas hidraulinis akumuliatorius užtikrina reikiamą skysčio slėgį ir (arba) debitą (Vandersmissen et al., 2012). Sklandus bei spartus veikimas reikalauja galingų elektros variklių, todėl pereinama prie zoninės architektūros su 48V elektros sistema (Levasseur, 2024) bei trumpinamas skysčio kelias ir siurblys su elektros varikliu yra montuojami tiesiai ant aktyviojo elemento (Ekchian et al., 2016).

EM pakabos pavaros paprastai susideda iš elektros variklio ir mechaninės pavaros, kuri sukamąjį judesį paverčia slenkamuoju. Pažymėtina, kad EM sistemos siejamos su mažesne delsa ir platesne efektyviųjų dažnių juosta nei EH sistemos. Vis dėlto geresnės pavaros savybės lemia didesnes energijos sąnaudas (Savitski et al., 2017). Svarbu suprasti, kad vien tik EM pavaros naudojimas neužtikrina funkcinio saugumo ir pasyviojo slopinimo. Tokia sistema reikalaus nuolatinės elektros energijos ir aktyviųjų elementų dubliavimo. Dėl šių priežasčių industrinėje bei akademinėje bendruomenėje EM pavaros yra derinamos su kitais slopinimo ir standumo sprendimais (Münster et al., 2009; Yu et al., 2024).

Atlikus mokslinės literatūros analizę, nustatyta, kad neamortizuojamosios masės padidėjimas yra vienas iš esminių pakabos parametrų pokyčių, galinčių reikšmingai pabloginti TP važiavimo komfortą ir valdomumą. Taip pat aktyviai keičiamos pakabos geometrijos poveikis TP valdomumui ir važiavimo komfortui yra nepakankamai ištirtas. Moksliniuose tyrimuose taikomi platūs ratų išvirtimo kampo rėžiai nėra tinkami radialinės struktūros padangoms. Valdomos pakabos atveju aktyviojo elemento tipo parinkimas nulemia efektyviųjų dažnių intervalą ir energijos sąnaudas. Vien tik aktyvios EM pavaros naudojimas neužtikrina funkcinio saugumo ir pasyviojo slopinimo. Tokia architektūra reikalaus nuolatinės elektros energijos ir pavarų dubliavimo. Būtina atsižvelgti, kad įvairios aktyvios pakabos yra efektyviausios esant mažam pakabos eigos greičiui. Pusiau aktyvios pakabos atveju yra akivaizdus apribojimas – valdymo jėgos priklausomybė nuo

santykinio judesio krypties ir greičio. Todėl formuluojami du pagrindiniai moksliniai klausimai: kaip tikslingai valdyti sistemos parametrus, atsižvelgiant į TP pakabos apribojimus, ir kokią aktyviųjų pakabos elementų architektūrą taikyti.

1.3. Transporto priemonės pakabos valdymo algoritmai

Pusiau aktyvios ir aktyvios pakabos naudoja poslinkio, pagreičio jutiklių bei inercinio matavimo bloko (angl. *Inertial Measurement Unit – IMU*) derinius, kad tinkamai sektų amortizuojamos ir neamortizuojamos masės būsenas. Gauti tiesioginiai arba išvestiniai jutiklių rodmenys taikomi pakabos slopinimui ir pridėtinei jėgai keisti realiuoju laiku (Theunissen et al., 2021). Taigi, pakabos valdymo algoritmas įvertina esamus parametrus, generuoja ir siunčia valdymo impulsus į aktyvius pakabos elementus, kurie suveikdami keičia TP būseną. Bendruoju atveju pakabos valdymo algoritmai yra kuriami siekiant įgyvendinti kėbulo padėties stabilizavimą išilginio ir skersinio pasvirimo kampų atžvilgiu; vibracijų slopinimą, siekiant didesnio važiavimo komforto ir geresnio sukibimo su kelio danga; suderintą veikimą su kitais automobilio moduliais, siekiant pagerinti TP valdomumą, stabilumą, energijos sąnaudas bei saugumą (Mazzilli et al., 2021).

Literatūroje nėra visuotinai priimto pakabos valdymo algoritmų klasifikavimo, tačiau dažnai sutinkamas algoritmų skirstymas apima klasikinius, pažangius ir intelektinius – mokymais pagrįstus valdymo metodus (Kimball et al., 2024). Daugelis naujų valdymo metodų yra sudaryti derinant skirtingų grupių ir pogrupių valdymo algoritmus. Tokiu būdu gaunami algoritmai, kurie negali būti priskirti vienai ar kitai grupei dėl jų mišrios sandaros ir sudėtingumo.

Klasikinių pakabos valdymo algoritmų vystymui yra būtina prieiga prie sistemos matematinio modelio, nes norimų TP būsenos parametrų pasiekimas reikalauja ilgo iteracinio proceso ir valdymo konstantų derinimo. Klasikiniai metodai su įvairiomis modifikacijomis yra gerai įsitvirtinę automobilių pramonėje. Papildomai šie valdymo algoritmai pasižymi paprastumu ir visišku apibrėžtumu. Dėl šių priežasčių lengviau užtikrinamas algoritmų funkcinis saugumas ir veikimas realiuoju laiku. Kita vertus, dėl dažnai taikomų idealizuotų matematinių modelių šių metodų efektyvumas sudėtingose sistemose yra ribotas. Realioje pakaboje vyrauja netiesinės standumo ir slopinimo charakteristikos, padangų savybės, aktyviųjų elementų dinamika bei delsa. Klasikinių valdymo algoritmų prognozavimo galimybės sistemoje, kurią jie siekia valdyti, yra ribotos, todėl valdymo efektyvumas nėra maksimalus (Kimball et al., 2024).

Skyhook algoritmas ir įvairios jo modifikacijos yra labiausiai industrijoje paplitusios ir mokslinėje literatūroje išnagrinėtos pakabos valdymo strategijos (Poussot-Vassal et al., 2012; Tseng & Hrovat, 2015; Surblys, 2020). Tai paprastas ir

efektyvus būdas užtikrinti gerą važiavimo komfortą pusiau aktyvioje pakabos sistemoje. Algoritmas paremtas perjungimu tarp dviejų slopinimo koeficientų. Šio metodo įdiegimas reikalauja dviejų jutiklių ties vienu TP pakabos ketvirčiu. Dėl naudojamo staigus perjungimo tarp dviejų būsenų sistemoje gali atsirasti papildomų trūkių ir vibracijų. (Poussot-Vassal et al., 2012). Išskiriamos įvairios *Skyhook* strategijos, kurios pateikiamos didėjančio kompleksiškumo tvarka.

Skyhook su linijine aproksimacija (SH-L) – ši modifikacija taip pat orientuota į važiavimo komfortą. Priešingai nei bazinis *Skyhook*, šis algoritmas geba užtikrinti nenutrūkstamą slopinimo koeficiento kitimą. SH-L reikalauja analogiškų įvesties matavimų kaip ir bazinis algoritmas. Nors metodas skirtas nenutrūkstamai keisti slopinimą, dėl būsenos, kai $\Delta v \approx 0$, atsiranda trūkių ir vibracijų.

Pagreičiu paremtas valdymas (angl. *Acceleration Driven Damper control – ADD*) literatūroje laikomas racionaliausiu, nes užtikrina važiavimo komfortą ir nereikalauja papildomo signalų integravimo. Vis dėlto, kaip ir ankstesnėse modifikacijose, perjungimo dėsnis gali paveikti uždarojo kontūro stabilumą ir sukelti papildomus būsenos svyravimus.

Galia paremtas valdymas (angl. *Power Driven damper control*) suteikia rezultatus, artimus ADD valdymui, kartu išsprendžiamos amortizatoriaus slopinimo vertės vibracijos ir valdymo jėgos trūkiai. Tačiau algoritmas reikalauja papildomų žinių apie spyruoklės standumą, pakabos eigą ir taiko sudėtingesnę valdymo taisyklę.

Mišrus *Skyhook* bei pagreičiu pagrįstas valdymas (SH-ADD) derina geriausias *Skyhook* ir ADD charakteristikas, nereikalaudamas daugiau skaičiavimo resursų ar papildomų būsenos matavimų. Pagrindinė idėja paremta dažnių diapazono selektoriumi, kuris geba atskirti pakabos dinaminę būseną: žemo dažnio rėžyje parenkamas *Skyhook*, o kitais atvejais naudojamas ADD.

Literatūroje nėra gausu valdymo algoritmų, orientuotų į TP valdomumo pagerinimą. Dažniausiai projektuojama taip, kad pakabos valdymo algoritmas užtikrintų važiavimo komfortą ir minimaliai paveiktų TP valdomumą arba visiškai jo nepaveiktų. „Groundhook“ (GH) strategija yra atvirkščia *Skyhook* ir amortizatoriaus slopinimo reguliavimas joje grindžiamas neamortizuojamos masės svyravimo charakteristikų gerinimu. Šis valdymo algoritmas pablogina važiavimo komfortą ir dėl staigaus perjungimo dėsnio gali sukelti vibracijas.

„Groundhook“ su linijine aproksimacija (GH-L) – ši modifikacija taip pat orientuota į TP valdomumą ir geba užtikrinti nenutrūkstamą slopinimo koeficiento kitimą. Deja, algoritmas išlaiko daugumą bazinės GH strategijos trūkumų ir nestabilumų.

Hibridinis valdymas yra alternatyvi strategija (Díaz-Choque et al., 2021), kai siekiama kompromiso tarp važiavimo komforto ir TP valdomumo. Šis valdiklis sujungia *Skyhook* ir „Groundhook“ strategijų privalumus. Kai $\alpha = 1$, valdymas atitinka *Skyhook*, kai $\alpha = 0$ – taikomas „Groundhook“. Galimos įvairios statinės

ir dinamiškai kintančios α reikšmės. Taigi, atsižvelgus į tikslinius TP būsenos parametrus, tarkime, skersinį pagreitį ar vairaračio pasukimo kampą, galima keisti valdymo algoritmą pagal poreikį. Literatūroje gausu studijų, kuriose bandoma surasti optimalias α reikšmes bei sukurti racionalų α kitimo dėsnį (Tan et al., 2024).

Modernesnis klasikinių algoritmų pavyzdys yra „Triple Skyhook“ (tSH) metodas, kuris sukurtas „Toyota“ kompanijos mokslininkų Shimoya ir Katsuyama, (2019). Tai vertikaliųjų svyravimų slopinimo metodas, paremtas trijų virtualiųjų elementų poveikiu amortizuojamajai masei. Šie elementai yra spyruoklė, amortizatorius ir inercinis elementas (angl. *inerter*), kurių suminis poveikis išreiškiamas aktyviojo elemento pridėtine jėga. Nedaugelyje mokslinių darbų (Shimoya & Katsuyama, 2019; Suzuki et al., 2021) algoritmas analizuojamas tiek teoriniu, tiek eksperimentiniu būdu. Pabrėžiamas veiksmingumas rezonansiniuose bei 4–5 Hz dažniuose. Papildomai nurodoma, kad šis valdymo algoritmas taip neigiamai neveikia TP valdomumo, kaip kiti į važiavimo komfortą orientuoti valdymo algoritmai. Straipsnyje (Shimoya & Katsuyama, 2019) pritaikius aktyvią pakabos sistemą ir tSH gauti rezultatai rodo ne tik vertikaliųjų kėbulo vibracijų sumažėjimą, bet ir kėbulo padėties stabilizavimą išilginio ir skersinio pasvirimo kampų atžvilgiu. Moksliniame darbe (Suzuki et al., 2021) atliekamos bazinio tSH algoritmo modifikacijos ir atsisakoma aukštojo dažnio filtro. Sudarytas valdymo algoritmas testuojamas TP su įdiegtais elektros varikliais ratuose. Atlikta valdymo korekcija leido sumažinti 4–5 Hz vibracijas, tačiau aukštesnių dažnių svyravimų amplitudė išaugo.

Kiti taisyklėmis pagrįsti algoritmai yra taikomi ratų pozicionavimo sistemoms valdyti. Moksliniame straipsnyje (Roethof et al., 2016) priklausomai nuo TP skersinio pagreičio ir sukimosi apie vertikalę TP ašį greičio įvedami ratų išvirtimo kampai. Aktyvus kampų reguliavimas leidžia pasiekti didesnes normalizuotas skersines padangos jėgas esant mažesniems skersridės kampams. Taip pat pastebimai sumažėjo vairo pasukimo kampo, sukimosi greičio apie vertikalę TP ašį ir skersinio pagreičio verčių svyravimai bei amplitudės. Kita vertus, regimas posvyrio apie išilginę TP ašį kampo išaugimas ir didesnis sukimo momento, reikalingo pasukti vairaratį, poreikis. Straipsniuose (Sun et al., 2018; Chen et al., 2026) siūloma ratų išvirtimo kampų priklausomybė nuo vairuojamųjų ratų pasukimo kampo. Priklausomai nuo koeficiento, ratai paverčiami vairo pasukimo kryptimi arba prieš ją.

Straipsnyje (Park et al., 2020) taikomas taisyklėmis pagrįstas visų TP ratų vairavimo algoritmas. Strategija leidžia pasiekti geresnį TP valdomumą ties važiavimo greičiais > 60 km/h ir manevringumą ties greičiais < 60 km/h. Siūlomas algoritmas gali būti pritaikytas aktyviam ratų pozicionavimui.

Klasikinių algoritmų klasifikacija užbaigiama proporciniu-integraliniu-diferencialiniu (PID) valdikliu, kurio veikimas pagrįstas grįžtamojo ryšio valdymo

kontūro taikymu. Pageidaujami būsenos parametrai yra nuolatos lyginami su esamais sistemos rodikliais. Užfiksavus skirtumus tarp lyginamų verčių, įvedami atitinkami valdymo signalai. Tokiu būdu minimizuojami atsiradę skirtumai (Çelik et al., 2026).

Šalia *Skyhook* variacijų ir taisyklėmis grįstų valdymo algoritmų, PID taip pat plačiai naudojami TP ir jų posistemių valdymui. Išskirtinai pabrėžiamas šios valdymo strategijos paprastumas, efektyvumas bei integralinės dedamosios nulemtas atsparumas trikdžiams. Yra apibrėžtos metodikos, kurios nereikalauja matematinio modelio PID konstantoms derinti, tačiau didžiausias valdymo efektyvumas pasiekiamas pritaikius matematinius modelius ar sistemos perdavimo funkcijas. Dažniausiai industrijoje taikomi tiesiniai PID valdikliai, kurie nėra tokie atsparūs netiesiškumams, būsenos neapibrėžtumams ir kintančioms kraštinėms sąlygoms. Svarbu suprasti, kad linijinis PID yra tinkamas tokiems uždaviniams spręsti, tiesiog nebus pasiekiamas maksimalus valdymo efektyvumas. Norint užtikrinti PID efektyvumą atliekamas dinaminis valdymo koeficientų derinimas (angl. *gain scheduling*), sujungimas su kitais valdymo algoritmais, taikomas netiesinis PID (Çelik et al., 2026), trupmeninės eilės PID reguliatorius (angl. *Fractional-order PID*) (Li et al., 2024) arba slankiojo režimo valdymo ir PID integracija (Nguyen, 2023).

Pažangūs pakabos valdymo algoritmai sprendžia esmines klasikinių valdymo strategijų problemas ir užtikrina efektyvų valdymą netiesinėse sistemose bei esant parametrų neapibrėžtumui. Prie pažangiųjų algoritmų priskiriami optimalieji, adaptyvus ir trikdžiams atsparūs metodai (angl. *robust control*).

Optimalus valdymas yra pagrįstas tikslo funkcija, kurioje apibrėžiamos sistemos būsenos, valdymo įvestys bei jų svarbos svoriai, siekiant optimizuoti sistemos veikimą pagal nustatytus kriterijus. TP pakaboms valdyti plačiausiai taikomi matematiniu modeliu prognozuojami valdymo metodai (angl. *model predictive control – MPC*), linijinis kvadratinis reguliatorius (angl. *linear quadratic regulator – LQR*) ir bendriniai optimalaus valdymo paskirstymo metodai.

MPC paremti sistemos elgsenos prognozavimu ir optimizavimo procesu, kuriame, atsižvelgiant į aktyviųjų elementų apribojimus bei numatomą išorės žadinimą, apskaičiuojamas optimalus valdymo signalas. MPC metodai yra tiesiniai arba netiesiniai, priklausomai nuo prognozavimo modelio, kuris integruojamas į valdiklio struktūrą. Dauguma literatūroje pateikiamų MPC formuluočių – linijinės ir pagrįstos ketvirčio, pusės arba visos TP matematiniais modeliais, o kelio pėžiūros informacija įtraukiama naudojant išplėstinius būsenų vektorius (Theunissen et al., 2020). Mokslinėje literatūroje šis valdymo algoritmas vadinamas implicitiniu MPC (angl. *implicit*), nes valdymo dėsnis nėra iš anksto išreikštas aiškia analitine formule, o kiekviename laiko žingsnyje apskaičiuojamas sprendžiant optimizavimo uždavinį. Apskaičiavus optimalų valdymo vektorių, pakabos

aktyviesiems elementams pritaikomas tik pirmasis impulsas, nes tuo pat metu kitam laiko žingsniui apskaičiuojamas naujas sprendinys. Šis procesas kartojamas kiekviename laiko žingsnyje pagal slenkančio horizonto metodą (Theunissen et al., 2021; Xing et al., 2025). Dėl šio nuolatinio optimizavimo MPC veikimas realiuoju laiku reikalauja didelių skaičiavimo pajėgumų. Santykinai retai atliekamuose eksperimentiniuose tyrimuose taikomos aukštos klasės skaičiavimo platformos, kurių pajėgumai yra kur kas didesni nei automobiliuose naudojamų mikrovaldiklių (Schwenzer et al., 2021; Alavilli et al., 2024).

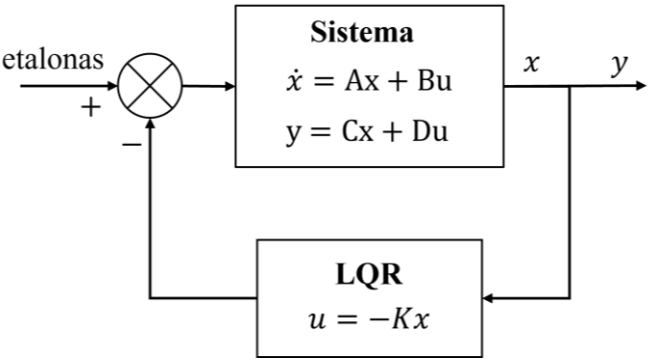
Kaip alternatyva įprastam MPC literatūroje (Houzhong et al., 2020; Theunissen et al., 2019) taikomas eksplicitinis MPC (angl. *explicit*), kuriame optimalus valdymo signalas yra parenkamas iš duomenų masyvo. Šios duomenų struktūros sudaromos simuliuojant įprastinį MPC su įvairiomis kraštinėmis sąlygomis. Tokiu būdu, kai realios TP būsenos parametrai yra artimi duomenų masyvo vertėms, interpoliuojamas atitinkamas valdymo signalas iš sprendinių rinkinio (angl. *piecewise affine region*).

MPC yra vienas pagrindinių metodų, taikomų nuspėjamajam pakabos valdymui įgyvendinti. Išankstinė kelio profilio peržiūra (angl. *road preview*) gali būti atliekama pasitelkus kameras, lazerius arba LiDAR. Tokiu būdu aktyvusis elementas jau yra parengtas kompensuoti galimus kelio nelygumus dar jų fiziškai nepasiekus. Publikacijoje (Kim et al., 2023) MPC su išankstine kelio profilio peržiūra taikomas pusiau aktyviai pakabai valdyti. Atliekant eksperimentus pastebėta, kad dėl didelės MPC skaičiavimo apkrovos elektroniniame valdymo bloke atsiranda kintančių delsų, todėl valdymo signalas generuojamas pavėluotai ir blogėja sistemos veikimas. Dėl šios priežasties taikomas papildomas kompensavimo algoritmas, kuris sumažina neigiamus MPC aspektus. Kita vertus, pasiektas važiavimo komforto pagerėjimas siekia 8 %. Straipsnyje (Theunissen et al., 2019) aktyviai EH pakabai valdyti taikomas eksplicitinis MPC. Atliekami eksperimentiniai tyrimai su TP prototipu. Gauti rezultatai rodo iki 40 % sumažėjusį amortizuojamosios masės vertikalųjį pagreitį, lyginant su pasyvia pakabos sistema. Palyginimas su *Skyhook* algoritmu parodė iki 20 % MPC pranašumą.

LQR yra vienas iš optimalaus valdymo pavyzdžių. Visų pirma, tai linijinis valdymo dėsnis u, pagal kurį išmatuoti sistemos būsenos parametrai x yra dauginami iš $-K$ matricos, tokiu būdu gaunami optimalūs valdymo impulsai. Matrica gaunama sprendžiant algebrinę Riccati lygtį. Svarbu paminėti, kad šios lygties sprendimas, kai sistemos būseną nusako didelis kiekis parametrų, reikalauja daug kompiuterinių resursų (Brunton & Kutz 2022). Antra, netiesinėms sistemoms valdyti būtina atlikti linearizaciją. Trečia, valdymo dėsnis paremtas kvadratinės kaštų funkcijos minimizavimu. LQR schema pateikiama 1.8 pav.

Didesni svoriniai koeficientai Q matricoje užtikrina mažesnes paklaidas tarp etaloninio signalo ir sistemos atsako. Kita vertus, R matricoje esančių koeficientų

dydis priklauso nuo valdymo jėgos generavimo galimybių. Jei mechaninės sistemos savybės leidžia lengvai ir ekonomiškai generuoti didelę pridėtinę jėgą, tuomet *R* koeficientai turės mažas vertes. Priešingu atveju *R* reikšmės išaugs, taip simbolizuodamos aukštas energijos sąnaudas.



1.8 pav. Bendroji LQR schema
Fig. 1.8. General diagram of the LQR algorithm

Moksliniuose tyrimuose, skirtuose TP pakabos valdymo algoritmams analizuoti, LQR išbandytas su automobilio ketvirčio matematiniu modeliu (Tran et al., 2022). Teoriniame lygmenyje realizuota aktyvi pakabos sistema su LQR valdikliu leido sumažinti amortizuojamosios masės poslinkio RMS vertę 56,6 %, o pagreičio RMS vertę – 26,8 %. Straipsnyje (Wu et al., 2022) autoriai taiko validuotą 7 LL TP matematinį modelį su EMAG aktyvios pakabos sistema, kurią valdo LQR. Atliekami TP valdomumui įvertinti skirti testai: C klasės kelias pagal ISO 8608, ISO 3888-2:2025, stabdymo ir įsibėgėjimo manevrai. Skaitinio modeliavimo metu mokslininkams pavyko sumažinti šių parametrų RMS vertes: iki 51 % sukimosi apie skersinę TP ašį pagreitį, iki 32 % skersinį pagreitį bei iki 2 % dinaminius padangos apkrovos svyravimus. Publikacijoje (Kwon et al., 2020) atliekant matematinį modeliavimą taikoma ratų bazės peržiūros prielaida (angl. *wheelbase preview*), pagal kurią galiniai TP ratai seka priekinių ratų trajektoriją. Matuojamas priekinių ratų vertikalusis pagreitis ir pagal šiuos rodmenis atliekamas galinių ratų pakabos valdymas su LQR. Gauti rezultatai rodo svertinės pagreičių RMS vertės sumažėjimą nuo 1,175 iki 0,297 $\mathrm{m/s^2}$.

LQR gali būti taikomas realizuojant aktyvų ratų išvirtimo valdymą (Ataei et al., 2019). Atliktame tyrime nagrinėjamos įvairios ratų išvirtimo kombinacijos: tik priekinėje ašyje, tik galinėje ir ant abiejų ašių. Tik priekyje aktyvuojamas ratų išvirtimas turi prastą efektą. Galinėje ašyje – gali sumažinti TP sukimosi greitį apie vertikalią ašį ir TP skersridės kampą. Abiejų ašių aktyvavimas gali sumažinti TP skersridės kampą. Visais atvejais naudoti pakankamai dideli išvirtimo kampai > 30°, kurie nėra tinkami radialinės struktūros padangoms. Taip pat aktyvus ratų

išvirtimas palygintas su papildomo vairuojamųjų ratų pasukimo kampu. Nustatyta, kad papildomo ratų pasukimo kampo įvedimas yra energetiškai efektyvesnis.

Trikdžiams atsparūs metodai užtikrina sistemos veikimą ir parametrų stabilumą nepaisant išorinių trikdžių ir neapibrėžtumų. Lyginant su kitais valdymo algoritmais, šios grupės valdymo konstantų nereikia papildomai derinti pakitus kraštinėms bandymų sąlygoms. Dėl šių priežasčių metodai yra plačiai taikomi TP pakabai valdyti. Išskiriami šie pagrindiniai valdymo algoritmai: slankiojo režimo valdymas (angl. *Sliding mode control* – SMC) ir įvairios $H\infty$ struktūros.

SMC yra efektyvi valdymo strategija, pasižyminti dideliu atsparumu sistemos neapibrėžtumams ir trikdžiams. Dėl šių bei kitų pranašumų algoritmai yra plačiai taikomi netiesinėms sistemoms valdyti. SMC veikia nukreipdamas sistemos būseną į iš anksto nustatytą slydimo paviršių, kuriame ji tampa nejautri išoriniams trikdžiams ir parametrų kitimams. Svarbu paminėti, kad išorės trikdis turi turėti žinomas ribas ir tenkinti Lipšico sąlygą (angl. *Lipschitz condition*), kuri nurodo, kad perturbacijos kitimo greitis yra ribotas. Būtent tokie trikdžiai yra sukeliami važiuojant per ISO 8608 standartu apibrėžtas kelio dangas, greičio mažinimo kalnelius ir kitus kelio nelygumus.

Atsižvelgiant į SMC eilę, kompleksiškumą, bendrą valdymo dėsnį bei slydimo paviršiaus naudojimą arba nenaudojimą, išskiriamos skirtingos SMC valdymo strategijos. Slankiojo režimo valdymo teorijos pradininku laikomas V. I. Utkinas, kurio monografija (Utkin, 1992) iki šiol laikoma fundamentaliu šios srities šaltiniu. Monografijoje daugiausia dėmesio skiriama pirmosios eilės slankiojo režimo valdymui (angl. *First order sliding mode – FOSM*), pateikiamas netolydžių valdymo sistemų matematinis pagrindas, atsparumo trikdžiams analizė ir valdymo sintezė esant neapibrėžtumams. Formalizuotas ekvivalentinis valdymas, kuris palaiko sistemos trajektoriją slydimo paviršiuje. Praktiniam FOSM realizavimui ekvivalentinis valdymas turi būti derinamas su netolydžiuoju perjungimo dėsniu, kuris pritraukia sistemą prie paviršiaus. Tokiu būdu ekvivalentinis valdymas kompensuoja žinomą sistemos dinamiką, o perjungimo dėsnio dedamoji atsveria nežinomą išorės žadinimą ir kitus neapibrėžtumus.

FOSM yra dažnai taikomas pusiau aktyviai ir aktyviai TP pakabai valdyti. Literatūroje gausu pavyzdžių, kai šis algoritmas naudojamas amortizuojamos masės svyravimams mažinti ir važiavimo komfortui pagerinti (Azizi & Mobki, 2021; Quaini et al., 2020). Teorinis bei praktinis šio algoritmo realizavimas gali suteikti dviprasmiškų rezultatų. Viena vertus, tinkamai suderinus perjungimo funkcijos stiprinimo koeficientą ir korektiškai nustačius sistemos būsenos parametrus galima pasiekti pakankamai gerų rezultatų: amortizuojamos masės poslinkio, greičio ir pagreičio kombinacija, aprašyta slydimo paviršiuje, bus minimizuojama, o važiavimo komfortas pagerės, lyginant su pasyvia pakabos sistema. Kita vertus, dėl netolydžiosios perjungimo funkcijos $\mathrm{sign}(\sigma)$, galimo triukšmo ir delsos matuojant būsenos parametrus šiam valdymo algoritmui būdingas aktyviojo elemento

būsenos svyravimas. Toks svyravimas pasireiškia net ir dėl minimalios paklaidos tarp slydimo paviršiumi apibrėžtos ir realios TP būsenos. Dėl to, net važiuojant santykinai lygiu keliu, bus sužadinamas aktyvusis pakabos elementas, eikvojama energija, mažinamas pavaros resursas bei keleivių komfortas. Šiai problemai iš dalies spręsti yra žinomi keli metodai: perjungimo funkcijos pakeitimas į tolydžią (Quaini et al., 2020), ribinių funkcijų taikymas (Bessa, 2009; Zhang et al., 2025), adaptyvus valdymo konstantų keitimas (Baek et al., 2019), papildomas valdymo signalo filtravimas (Wang et al., 2022) bei aukštesnės eilės SMC taikymas (Guo et al., 2024).

Tolydžiųjų funkcijų (*sigmoid* ar *tanh*) taikymas neleidžia iki galo išlaikyti idealiojo slankiojo režimo savybių ir neužtikrina slydimo paviršiaus pasiekimo per baigtinį laiką (Lee & Utkin, 2007; Khandekar & Patre, 2014). Klasikinių ribinių funkcijų taikymas pasižymi neribotai didėjančiais stiprinimo koeficientais, dideliu jautrumu matavimo triukšmui ir diskretizacijos efektams bei ribotu suderinamumu su aktyviųjų elementų prisotinimu, tačiau aiškiai apibrėžia galutinį tikslumą (Obeid et al., 2018; Laghrouche et al., 2021; Ovalle et al., 2026). Adaptyvus valdymo konstantų keitimas leidžia sumažinti minimo svyravimo intensyvumą, tačiau gaunama lėtesnė valdymo algoritmo reakcija ir padidintas jautrumas matavimų triukšmui (Shtessel et al., 2023; Shao et al., 2021). Valdymo signalo filtravimas sumažina svyravimus, tačiau regimas delsos padidėjimas, mažesnis atsparumas neapibrėžtumams ir bendras valdymo tikslumas (Liu et al., 2018). Aukštesnės eilės SMC metodų taikymas aptariamas toliau, tačiau šių metodų taikymas minimos problemos galutinai neišsprendžia.

Prieš peržengiant į aukštesnės eilės SMC svarbu paminėti integralinį slankiojo režimo valdymą (ISMC). Šis metodas užtikrina, kad valdoma sistemos būsena būtų ant slydimo paviršiaus nuo pradinio laiko momento. Į slydimo paviršiaus išraišką įvesta integralinė dedamoji kompensuoja pradinius būsenos neatitikimus ir panaikina slydimo paviršiaus siekimo fazę, kurioje sistema yra jautri išores žadinimui. Tokiu būdu užtikrinamas sistemos invariantiškumas suderintiems trikdžiams (angl. *matched disturbances*) (Pan et al., 2018). Nesuderinti trikdžiai yra kompensuojami tik iš dalies. Gaunamas bendrasis valdymo dėsnis yra analogiškas FOSM. Nepaisant šių privalumų ISMC pasižymi ydingu pavaros būsenos svyravimu. Vien tik ISMC pakabai valdyti yra retai taikomas, dažniausiai šis valdymo algoritmas sujungiamas su aukštesnės eilės SMC bei kombinuojamas su kitais valdymo algoritmais: neraiškiosios logikos valdymu (angl. *Fuzzy logic control – FLC*) ar PID (Xie et al., 2025; Savitski et al., 2017).

Antrosios eilės SMC pasižymi tolydžiu valdymo signalu, mažesniu aktyviojo elemento būsenos svyravimu ir užtikrina kelių būsenos kintamųjų baigtinio laiko stabilumą. Išskiriami trys pirminiai antrosios eilės SMC valdikliai: terminalinis SMC (angl. *terminal*) (Venkataraman & Gulati, 1992), „Twisting“ algoritmas (TA) bei „Super-Twisting“ algoritmas (STA) (Levant, 1993).

Dėl tolydesnio valdymo dėsnio, kryptingo kelių parametrų valdymo vienu metu šie algoritmai yra taikomi pakabai valdyti. Straipsnyje (Rath et al., 2017) naudojamas aukštesnės eilės TSMC, kuris yra sujungiamas su pakabos būsenos nuspėjimo algoritmu. Teorinio tyrimo rezultatai rodo iki 74 % pagerėjusį važiavimo komfortą ir iki 70 % geresnį TP valdomumą, lyginant su pasyvia pakabos sistema ir kitais valdymo metodais. Didžiausias pagerėjimas matomas ties kelio žadinimu, kurio dažnis yra 3 Hz. Moksliniame darbe (Ghadiri & Montazeri, 2022) sudarytas integralinis TSMC, kuris sumažina nenaudingus valdymo būsenos elemento svyravimus ir reikalauja mažiau pakabos valdymo jėgos. Atliktas modeliavimas rodo geresnį važiavimo komfortą ir TP valdomumą, tačiau palyginus su kitais valdymo metodais pokytis yra mažas ir nejuntamas keleiviams. Pritaikius STA (Nguyen et al., 2022) sumažinamas ne tik vertikalusis pagreitis, bet ir posvyrio kampas apie skersinę TP ašį. Šiame teoriniame tyrime valdymo efektyvumas tiesiogiai priklauso nuo pakabos būsenos nuspėjimo algoritmo išvesčių. Atsiradus matavimų triukšmui ar delsai efektyvumas mažėja.

Taigi, antrosios eilės SMC algoritmai iš dalies išsprendžia pagrindines šios valdymo strategijos problemas. Literatūroje nagrinėjami aukštesnės nei antrosios eilės SMC valdikliai. Šie algoritmai nereikalauja slydimo paviršiaus, užtikrina aukštą sekimo tikslumą ir baigtinio laiko stabilumą. Kita vertus, šių strategijų formuluotės yra sudėtingos, valdymo dėsnio realizavimas reikalauja antrosios slydimo paviršiaus išvestinės. Dėl sudėtingo įdiegimo į realias TP sistemas aukštesnės eilės SMC yra retai naudojamas tiesioginiam pakabos valdymui. Dažniausia taikymo sritis yra tiesiogiai nematuojamų TP parametrų stebėjimas, identifikavimas, nuspėjimas ir diferencijavimas (Huang et al., 2019; Ozer et al., 2018). Nepaisant to, aukštesnės eilės slankiojo režimo valdymo algoritmų vystymas įgalino tolydžiųjų algoritmų realizavimą.

Tolydusis slankiojo režimo valdymas generuoja nenutrūkstamą valdymo signalą, kuris užtikrina sistemos būsenos parametrų stabilumą. Norimas sistemos atsakas yra pasiekiamas nepaisant išorinio žadinimo. Dėl šių savybių yra sumažinami būsenos svyravimai ir padidinamas sekimo tikslumas (Fridman et al., 2015). Tolydieji SMC algoritmai dažniausiai yra kelių valdymo strategijų deriniai: tolydusis TA (Torres-González et al., 2017), tolydusis TSMC (Kamal et al., 2016) bei PID-CSMC (Pérez-Ventura et al., 2021).

Daugelio iš šių algoritmų pagrindinis pranašumas yra nesudėtingas valdymo konstantų derinimo procesas, jų skaičius bei mažas matuojamų sistemos parametrų poreikis. Metodai įgalina visus SMC pranašumus esant minimaliam aktyviojo elemento būsenos svyravimui. Pagrindiniai aptartų ir kitų valdymo algoritmų ypatumai pateikiami apibendrintoje 1.2 lentelėje.

1.2 lentelė. TP pakabos valdymo algoritmų palyginimas
Table 1.2. Comparison of suspension control algorithms

Algoritmai	Pagrindiniai ypatumai
Klasikiniai	**„Skyhook“ strategijos.** Valdymas orientuotas į komfortą. Šių algoritmų rinkinys, apart tSH, skirtas pusiau aktyviai pakabai valdyti. Valdymo dėsniams būdingas staigus perjungimas, kuris gali sukelti trūkius ir vibracijas. Bendruoju atveju reikalingi 2 būsenos parametrai.
	„Groundhook“ strategijos. Algoritmai skirti pusiau aktyviai pakabai valdyti, siekiant pagerinti TP valdomumą. „Groundhook“ pablogina važiavimo komfortą ir dėl staigaus perjungimo dėsnio gali sukelti vibracijas. Bendruoju atveju reikalingi 2 būsenos parametrai.
	PID. Efektyvus pusiau aktyvios ir aktyvios pakabos valdymo algoritmas. Tiesinis PID neužtikrina optimalaus veikimo esant kintančioms kraštinėms sąlygoms. Galimas realizavimas pradedant nuo 1 būsenos parametro.
	Kiti taisyklėmis pagrįsti algoritmai. Hibridinis valdymas – racionaliai parinkus *Skyhook* ir *Groundhook* proporciją galima užtikrinti gerą TP valdomumo ir važiavimo komforto kompromisą. Taisyklėmis grįstų metodų derinimas su kitais algoritmais turi daug potencialo.
Pažangūs	**LQR.** Skirtas tiesinei sistemai valdyti, todėl valdant fizinę pakabą efektyvumas bus mažesnis. Bazinis algoritmas neatsižvelgia į sistemos apribojimus ir neprisitaiko prie pakitusių kraštinių sąlygų. Būtinas detalus matematinis modelis.
	MPC. Implicitinis MPC reikalauja didelių skaičiavimo pajėgumų ir gali sukelti kintančios delsos valdymo impulsus. Eksplicitinis MPC yra gera alternatyva, tačiau valdymo dėsnis pasižymi sudėtingu dizainu ir padidėjusiu atminties poreikiu. Būtinas detalus matematinis modelis. Metodas veikia efektyviau aktyvios pakabos atveju.
	SMC. Greitas konvergavimas į norimą būseną ir nejautrumas trikdžiams bei sistemos neapibrėžtumams. Daugeliu atvejų būdingas aktyviojo elemento būsenos svyravimas. Aukštesnės eilės metodai užtikrina kelių būsenos parametrų valdymą ir iš dalies padeda spręsti svyravimų problemą. Metodai gali būt taikomi pusiau aktyviai ir aktyviai pakabai valdyti. Būsenos parametrų poreikis priklauso nuo metodo.

1.2 lentelės pabaiga

Algoritmai	Pagrindiniai ypatumai
Pažangūs	Kiti: **H∞** metodas pasižymi atsparumu trikdžiams ir atsižvelgia į sistemos apribojimus, tačiau valdymo dėsnio išvedimas netiesinėms sistemoms yra komplikuotas. **Adaptyvieji valdymo metodai** prisitaiko prie sistemos parametrų pokyčių, todėl gali kompensuoti modelio netikslumus ir neapibrėžtumus. Metodai yra jautrūs matavimų triukšmui ir reiklūs derinimui, siekiant užtikrinti greitą konvergenciją ir stabilumą.
Intelektiniai – mokymais pagrįsti	Metodai remiasi dirbtinio intelekto ir mašininio mokymosi taikymu, kuris leidžia valdymo algoritmui mokytis iš duomenų masyvų ir adaptuotis prie netiesinių sistemų. Tokie algoritmai neturi aiškaus valdymo dėsnio, todėl užtikrinti stabilumą ir funkcinį saugumą yra sudėtinga.

Taigi, atlikus įvairių valdymo metodų analizę nustatyta, kad klasikiniai valdymo algoritmai yra plačiai taikomi tiek akademinėje, tiek industrinėje bendruomenėje. Efektyviausia jų taikymo kryptis – metodų deriniai, leidžiantys kompensuoti pavienių algoritmų apribojimus. Intelektiniai – mokymais pagrįsti metodai neturi aiškaus valdymo dėsnio, todėl užtikrinti jų stabilumą ir funkcinį saugumą yra sudėtinga. Pažangūs valdymo algoritmai, kurių valdymo dėsnis remiasi optimizavimu, reikalauja didelių skaičiavimo pajėgumų, yra labiau tinkami tiesinių sistemų valdymui ir nepatikimai sprendžia sistemos neapibrėžtumo klausimus. SMC metodai išsiskiria nejautrumu trikdžiams, sistemos neapibrėžtumams ir menku skaičiavimo resursų poreikiu. Nors ir egzistuoja aukštesnės eilės SMC metodai, esminis jų trūkumas yra aukšto dažnio valdymo užklausos svyravimas, kuris sukelia pavarų virpėjimus ir papildomas energijos sąnaudas. Kadangi TP pakaboje keičiasi neamortizuojama ir amortizuojama masė, kelio paviršiaus nelygumų forma ir žadinimo dažnis, valdymo algoritmas turi tinkamai kompensuoti šiuos pokyčius. Nustatyta, kad trūksta patikimų sprendimų, leidžiančių išsaugoti pagrindinius SMC metodų privalumus kartu pašalinant virpėjimo fenomeną. Ši spraga ir SMC privalumai lemia disertacijoje pasirinktą tyrimų kryptį – SMC pagrindu veikiančio pakabos valdymo algoritmo vystymą siekiant užtikrinti važiavimo komfortą. Greta SMC, kaip baziniai palyginamieji metodai pasirenkami klasikiniai valdymo algoritmai. Ratų pozicionavimo sistemos atveju reikalingas aukštas funkcinis saugumas ir valdymo algoritmo stabilumas, todėl pasirenkami klasikiniai valdymo algoritmai. Sprendžiant šių metodų trūkumus naudojami deriniai, kuriuose įtraukiamos taisyklės ir dėl būsenos parametrų kintantys derinimo koeficientai.

1.4. Transporto priemonės komforto ir valdomumo įvertinimo metodikos bei rodikliai

TP komfortui įvertinti taikomi įvairūs subjektyvus ir objektyvus rodikliai. Plačiausiai paplitęs objektyvus rodiklis yra amortizuojamos masės vertikaliojo pagreičio RMS vertė. Šio pagreičio vertė matuojama ties keleivių sėdėjimo vietomis arba ties TP masės centro koordinatėmis. Matavimo ir pagreičio RMS vertės svorinių koeficientų metodika aprašyta (ISO 2631-1:1997) standarte. Tarp įvairių subjektyvių komforto įvertinimo metrikų, klausimynų ir vertikaliojo pagreičio RMS vertės mokslinėje literatūroje nustatyta artima koreliacija (Ali Böke et al., 2023; Guastadisegni et al., 2024).

AV komfortui įvertinti plačiai taikoma minėto pagreičio išvestinės RMS vertė (angl. *jerk*). Literatūroje (De Winkel et al., 2023) nurodoma, kad taikant šią vertę tiksliau įvertinamas aukšto dažnio žadinimo poveikis keleiviams, kuris yra svarbus vertinant triukšmą ir vibracijas.

Matematinio modeliavimo ir eksperimentinio testavimo metu galima užfiksuoti itin mažus vibracijų ar pagreičio kitimus, tačiau šie pokyčiai ne visuomet yra jaučiami TP keleivių. Siekiant visapusiškai įvertinti įvestas TP pakabos modifikacijas svarbu žinoti, koks yra šio skirtumo slenkstis (angl. *difference threshold – DT*), kad keleiviai pajustų pagerėjusį ar pablogėjusį komfortą. Literatūroje ši slenkstinė vertė analizuojama įvairiuose moksliniuose darbuose (Mansfield & Griffin, 2000; Forta et al., 2009; Gräbe et al., 2020). Straipsnyje (Gräbe et al., 2020) autoriai atlieka TP komforto įvertinimo eksperimentinius tyrimus. Bandymuose, kuriuose dalyvavo 10 asmenų, naudojami du kelio paviršiaus profiliai: lygus ir nelygus kelias. Kelio nelygumas įvedamas pritaikius laboratorinę, keturių ratų žadinimo platformą. Autoriai taiko BS 6841 standartą viso kūno vibracijoms įvertinti. Pagal standartą apskaičiuojami komforto įverčiai pagrįsti tiek vertikaliojo pagreičio RMS svertine verte, tiek suminių pagreičių ir sukimosi apie ašis intensyvumu. Papildomai dalyviai subjektyviai įvertina, kuris kelio žadinimas buvo mažiau komfortabilus. Atlikę bandymus ir rezultatų analizę, autoriai nustatė, kad minimalus vibracijų skirtumas, kurį pajus 50 % keleivių yra: 0,062 $\mathrm{m/s^2}$ (lygiam keliui) ir 0,082 $\mathrm{m/s^2}$ (nelygiam keliui). Taip pat pastebėta, kad komforto įverčiai, pagrįsti tiek vertikaliojo pagreičio RMS svertine verte, tiek suminio pagreičio ir sukimosi apie ašis intensyvumu, artimai sutampa. Vadinasi, vertikaliojo pagreičio RMS svertinė vertė yra pakankama įvertinti diskomfortą, kylantį dėl padidėjusių TP vibracijų. Svarbu suprasti, kad gautos slenkstinės vertės nėra tinkamos visoms TP, kelio tipams ir važiavimo greičiams, tai labiau orientacinės vertės, į kurias reikia atsižvelgti vertinant TP pakabos veikimo efektyvumą.

Straipsnyje (De Winkel et al., 2023) nagrinėjama važiavimo komforto priklausomybė nuo išilginio pagreičio, šio pagreičio išvestinės ir važiavimo krypties.

Pritaikius vairavimo simuliatorių atlikti eksperimentai, kuriuose išilginio pagreičio amplitudė kito nuo 0,4 iki 2 $\mathrm{m/s^2}$, pagreičio išvestinė kito rėžyje nuo 0,5 iki 15 $\mathrm{m/s^3}$. Išnagrinėti sinusoidinio ir trikampio formos periodinio žadinimo profiliai, kurių kitimo dažnis yra tarp 0,4 ir 9,38 Hz. Testų metu nustatyta ribinė išilginio pagreičio vertė, kuri siejama su komfortišku važiavimu, yra 0,28 $\mathrm{m/s^2}$ bei nekomfortišku laikoma riba, viršijanti 2,12 $\mathrm{m/s^2}$. Papildomai nustatyta, kad tiek pagreičio išvestinės maksimali reikšmė, tiek jos išlaikymo trukmė yra tolygūs diskomforto šaltiniai. Nustatytos mažiausiai komfortiškos važiavimo kryptys yra atbuline eiga ir skersine kryptimi.

Moksliniame darbe (Genser et al., 2022), taikant slenkstinių pagreičių metodą ir ISO 2631-1:1997 gaires, gauti važiavimo komforto rezultatai lyginami su klasifikacijomis, pagrįstomis empirinio tarptautinio šiurkštumo indekso (angl. *International Roughness Index – IRI*) duomenimis. Slenkstinių pagreičių vertės parinktos pagal autorių (Bae et al., 2019) atliktus eksperimentinius tyrimus viešajame transporte. Papildomai panaudotos vertikaliojo pagreičio vertės iš (Makridis et al., 2020) ir sudaryti slenkstinių verčių rinkiniai normaliam ir agresyviam vairavimo pobūdžiui. Normaliomis sąlygomis slenkstinės vertės yra tokios: a_x ($-2{,}0$; 1,47 $\mathrm{m/s^2}$), a_y ($\pm 4{,}0$ $\mathrm{m/s^2}$) ir a_z ($\pm 0{,}1$ $\mathrm{m/s^2}$). Agresyviam stiliui priskiriamos vertės: a_x ($-5{,}08$; 3,07 $\mathrm{m/s^2}$), a_y ($\pm 5{,}6$ $\mathrm{m/s^2}$) ir a_z ($\pm 0{,}3$ $\mathrm{m/s^2}$). Būtina paminėti, kad viešojo TP inercinės ir dinaminės savybės skiriasi nuo lengvųjų TP. Dėl šios priežasties galimi slenkstinių verčių parinkimo netikslumai. Straipsnyje taikoma ISO 2631-1:1997 metodika, skirta apskaičiuoti suminiam a_x, a_y ir a_z poveikiui važiavimo komfortui. Papildomai taikomas, su keleiviu komfortu susietas ir nuo TP važiavimo greičio priklausantis IRI slenkstinių verčių klasifikavimas. Matematinio modeliavimo metu nustatyta, kad vien tik naudojant slenkstines a_x, a_y ir a_z vertes linkstama pervertinti arba neįvertinti situacijų, kurios gali sumažinti važiavimo komfortą. IRI metodo taikymo rezultatai yra artimi ISO 2631-1:1997, tačiau IRI užfiksuotos diskomforto vertės yra per dažnos ir pastebimai iškreipia realią situaciją. Dėl šios priežasties autoriai siūlo naudoti ISO 2631-1:1997 kaip pagrindinį rodiklį siekiant kokybiškai ir kiekybiškai įvertinti AV važiavimo komfortą. Apibendrintas plačiausiai taikomų važiavimo komforto įvertinimo metrikų sąrašas pateikiamas 1.3 lentelėje.

Važiavimo komfortui įvertinti gali būti nagrinėjami įvairūs testai, kurie atliekami esant skirtingiems važiavimo greičiams, kelio nelygumams ir kelio profiliams. Svarbu, kad parinktos kraštinės sąlygos užtikrintų TP sužadinimą iki reikiamo dažnio, kuriame vyksta nagrinėjami komforto reiškiniai. Parinkti testai turi apimti pagrindinius TP judesių tipus – vertikalius, skersinius ir išilginius.

1.3 lentelė. Važiavimo komforto įvertinimo metrikos
Table 1.3. Ride comfort evaluation metrics

Rodiklis		Skaičiavimo formulė, slenkstinės vertės ir paaiškinimas
1	Svertinio pagreičio RMS vertė	$a_{z,w} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a_{z,w}^2(t)dt}$ Slenkamosios vibracijos atveju matuojamas $[\mathrm{m/s^2}]$ bei sukamosios $[\mathrm{rad/s^2}]$. Kuo mažesnė ši vertė, tuo geresnis važiavimo komfortas.
2	Smailės faktorius	$c.f. = \left\lvert\frac{\max(a_w)}{\mathrm{RMS(a)}}\right\rvert, [-]$ Svertinio pagreičio signalo didžiausios momentinės vertės ir jo RMS vertės santykio modulis. Kai šio koeficiento vertė yra didesnė nei 9, vietoje klasikinės RMS vertės taikomas slenkamosios RMS metodas ir vibracijos dozės vertė (VDV) (ISO 2631-1:1997).
3	Didžiausia pereinamosios vibracijos vertė	$DPVV = \max\left(a_{z,w}(t_0)\right), [\mathrm{m/s^2}]$ Taikoma slenkamosios RMS metodui realizuoti, kai atliekamas svertinio pagreičio integravimas (ISO 2631-1, 1997).
4	Vibracijos dozės vertė (VDV)	$VDV = \sqrt[4]{\int_0^T a_z^4(t)dt}, [\mathrm{m/s^{1,75}}]$ VDV metodas yra patikimesnis vertinant smailės poveikį keleiviams, nes vidurkinimo pagrindu taikomas pagreičio ir laiko funkcijos ketvirtasis laipsnis (ISO 2631-1:1997).
5	Vidutinė pagreičio vertė ketvirtuoju laipsniu (RMQ)	$RMQ = \sqrt[4]{\frac{1}{T}\int_0^T a_z^4(t)dt}, [\mathrm{m/s^2}]$ Taikoma esant nestacionariam judesiui ir smūginiam žadinimui. Eksperimentiniai tyrimai rodo artimą koreliaciją su žmogaus patirtimi, taikant RMQ metodą (ISO 2631-1:1997).

1.3 lentelės pabaiga

Rodiklis		Skaičiavimo formulė, slenkstinės vertės ir paaiškinimas
6	Indeksas nuo smailės iki smailės	$\mathrm{P2P} = \max(a_z(t)) - \min(a_z(t)), [\mathrm{m/s^2}]$ P2P rodo maksimalų pagreičio signalo kitimo rėžį – amplitudę (Guastadisegni et al., 2024).
7	„Janeway“ komforto kriterijus	Pradinis kriterijus: kai žadinimas 1–6 Hz, pagreičio išvestinės riba $< 12{,}5\ \mathrm{m/s^3}$; kai žadinimas 6–20 Hz, maksimali RMS pagreičio vertė $< 0{,}33\ \mathrm{m/s^2}$. Patikslintas kriterijus: 1) vertikalaus komforto riba: kai žadinimas 1–5Hz, $a_Z \leq \frac{0{,}145}{f}$, g (RMS), kai žadinimas 5–20Hz, $a_Z \leq \frac{0{,}145f}{24}$, g (RMS). 2) horizontalaus komforto riba: 1 – 10Hz $a_{X-Y} \leq 0{,}02\frac{f^{1{,}5}}{2}$, g (RMS).
8	Bendra svertinė pagreičio RMS vertė	$a_v = \sqrt{k_x^2 a_{x,w}^2 + k_y^2 a_{y,w}^2 + k_z^2 a_{z,w}^2}, [\mathrm{m/s^2}]$, čia $a_{x,w}, a_{y,w}, a_{z,w}$ – svertinės pagreičių RMS vertės x, y, z kryptimis; k_x, k_y, k_z – koeficientai, kurių reikšmės priklauso nuo tiriamosios srities (sveikata, komfortas ar judesio liga). Priklausomai nuo a_v reikšmės, galima nustatyti tikėtiną TP keleivių reakciją į vibracijas (ISO 2631-1:1997): 1) nepatogumo nėra, $a_v < 0{,}315$; 2) šiek tiek nepatogu, $0{,}315 \leq a_v < 0{,}63$; 3) gana nepatogu, $0{,}5 < a_v < 1$; 4) nepatogu, $0{,}8 < a_v < 1{,}6$; 5) labai nepatogu, $1{,}25 < a_v < 2{,}5$; 6) ypač nepatogu, $a_v > 2$.
9	NASA komforto modelis	$D_{vert} = \begin{cases} 0{,}241 + 44{,}672a_{z,w}, & a_{z,w} > 0{,}1 \\ 68{,}772\ a_{z,w}, & a_{z,w} < 0{,}1 \end{cases}$ $D_{skers} = \begin{cases} 0{,}393 + 47{,}494a_{y,w}, & a_{y,w} > 0{,}1 \\ 87{,}794\ a_{y,w}, & a_{y,w} < 0{,}1 \end{cases}$ $D_{išilg} = -0{,}02 + 42{,}24a_{x,w}$. NASA modelis taiko žmogaus jautrumo dažnines svertis spektrinių duomenų analizei penkiose matavimo ašyse (*x*, *y*, *z* ir sukimasis apie *x* bei *y* ašis). Pritaikius filtrus eksperimentiniams duomenims, kiekvienos ašies svertiniai pagreičio spektrai paverčiami į diskomforto vienetus (Little et al., 1999).
10	Pagreičio kitimo sparta	$\dot{a}_x, \dot{a}_y, \dot{a}_z, [\mathrm{m/s^3}]$ Įvairiais moksliniais tyrimais nustatyta, kad tiek pagreičio išvestinės maksimali reikšmė, tiek maksimalios vertės išlaikymo trukmė yra tolygūs diskomforto šaltiniai (De Winkel et al., 2023).

Bendruoju atveju įvairūs kelio nelygumai pagal kelio paviršiaus geometrijos aprašymo matematinį pobūdį yra skirstomi į deterministinius ir stochastinius. Deterministinis žadinimas yra tiksliai aprašytas matematinėmis funkcijomis ir gali būti periodinis bei neperiodinis. Periodinio žadinimo kelio paviršiaus profiliai yra dirbtiniai ir dažniausiai sutinkami bandymų poligonuose. Šis sinusoidinis žadinimas gali būti pastovios arba kintamos amplitudės bei pastovaus arba kintamo periodo. Neperiodinis žadinimas apima įvairius greičio mažinimo kalnelius, duobes bei kanalizacijos dangčius. Greičio mažinimo kalneliai yra sklandžios geometrijos ir sukelia pereinamojo pobūdžio žadinimą, o duobės turi staigius profilio pokyčius ir sukelia smūginį žadinimą.

Stochastinis žadinimas nėra tiksliai žinomas ir aprašomas statistiškai. Išskiriamas stacionarus ir kintantis stochastinis žadinimas. Stacionarus žadinimas sudaromas pagal (ISO 8608:2016), kuriame kelio paviršiaus nelygumai aprašomi ne pagal konkrečią formą, o pritaikius galios spektrinį tankį (angl. *Power Spectral Density – PSD*). Standarte išskiriamos A–H kelio klasės, iš kurių A – labai lygus kelias, o H – labai prastas kelias. Stacionaraus žadinimo atveju kelio geometriją aprašančios statistinės savybės laikui bėgant nesikeičia, kintančio stochastinio žadinimo – keičiasi.

Atliekant važiavimo komforto testus būtina palaikyti pastovų TP važiavimo greitį, siekiant užtikrinti tam tikrų dažnių sužadinimą. Nors yra išimčių, dauguma komforto testų yra atliekami važiuojant tiesia trajektorija.

Pirminių važiavimo komforto reiškinių (0–5 Hz) įvertinimui literatūroje (Deubel et al., 2023; Guastadisegni et al., 2024; Papaioannou et al., 2025; Park et al., 2023; Ali Böke et al., 2023) siūloma atlikti šiuos testus:

- Važiavimas per aukštus ir ilgus greičio mažinimo kalnelius. TP greitis pastovus: 20–60 km/h.
- Važiavimas kelio ruožu, pasižyminčiu žemo dažnio vertikaliaisiais poslinkiais, galinčiais sukelti ratų judėjimą iki 75 mm. TP greitis pastovus: 20–60 km/h.
- Kelio ruožai su periodiniais (bangos ilgis > TP ratų bazė) nelygumais, pavyzdžiui, betoninių plokščių keliai. TP greitis pastovus: 20–40 km/h.
- Kelio ruožai, pasižymintys asimetriniais nelygumais – greičio mažinimo kalneliai, kanalizacijos dangčiai ar kitos kliūtys, vienu metu veikiančios tik vienos TP pusės ratus. TP greitis pastovus: 20–40 km/h.

Antriniam važiavimo komforto reiškinių (5–30 Hz) įvertinimui literatūroje (Deubel et al., 2023; Guastadisegni et al., 2024; Papaioannou et al., 2025; Park et al., 2023; Ali Böke et al., 2022) rekomenduojama taikyti šiuos testus:

- Važiavimas per žemus ir trumpus greičio mažinimo kalnelius. TP greitis pastovus: 20–60 km/h.
- Kelio ruožai su pastovios arba kintamos amplitudės ir periodo nelygumais (bangos ilgis ≤ TP ratų bazė). TP greitis pastovus: 20–40 km/h.

- Važiavimas per įvairias kliūtys, kurios sukelia smūgius: geležinkelio pervažos, dirbtinės kliūtys bei duobės su stačiais šlaitais. TP greitis pastovus – iki 20 km/h.
- Važiavimas aukštos klasės A–C keliuose pagal (ISO 8608:2016). TP greitis pastovus: 40–130 km/h.
- Važiavimas per trinkelėmis (angl. *Belgian blocks*) arba akmenimis (angl. *cobblestone roads*) grįstas dangas. TP greitis pastovus: 10–30 km/h.

Atitinkamai TP valdomumui įvertinti sudarytas platus spektras įvairių rodiklių ir metodikų. Labiausiai paplitę bendriniai rodikliai pateikiami C priede.

TP valdomumui įvertinti mokslinėje ir industrinėje praktikoje atliekami TP valdomumo įvertinimo testai, kurių rinkinys pateikiamas 1.4 lentelėje.

1.4 lentelė. TP valdomumo įvertinimo testai
Table 1.4. Vehicle handling evaluation tests

Standartas ir jo paskirtis		Testas
TP valdomumas	ISO 4138:2021	**Pastovaus spindulio posūkio testas** Posūkio spindulys $20 - 100$ m. Atliekamas išlaikant pastovų spindulį, pastovų važiavimo greitį arba pastovų vairaračio pasukimo kampą. Kiekvienos iteracijos metu vienas iš kritinių parametrų didinamas tol, kol nebeįmanoma išlaikyti pastovių sąlygų.
	ISO 7401:2011	**Staigaus žingsninio tipo įvesties signalo testas** TP važiuojant tiesia linija ir pasiekus 100 km/h greitį, įvedami staigūs vairaračio pasukimo kampo impulsai, kurių įvedimo trukmė ribojama iki 0,15 s. Reakcija į šiuos įvesties signalus turi sukelti skersinius TP pagreičius iki 4 $\mathrm{m/s^2}$.
TP saugumas ir stabilumas	ISO 3888-1:2018	**Dvigubo važiavimo juostos keitimo testas** Bendras trasos ilgis 125 m, rekomenduojamas įvažiavimo į trasą greitis yra 80 ± 3 km/h.
	ISO 3888-2:2025	**Dvigubo važiavimo juostos keitimo testas** Bendras trasos ilgis 61 m, minimalus testo atlikimo greitis yra 72 km/h.
	ISO 19365:2016	**Sinusoidės tipo įvesties signalo testas** Pasiekus 80 ± 2 km/h greitį, naudojant robotą, įvedamas vairaračio žadinimas. Tai sinusoidinė kreivė, turinti 0,7 Hz dažnį bei būdingą 500 ms užlaikymą, kuris prasideda nuo antrosios smailės.

1.4 lentelės pabaiga

Standartas ir jo paskirtis		Testas
TP saugumas ir stabilumas	ISO 7975:2019	**Stabdymo posūkyje testas** Testo atlikimo sąlygos: važiavimo greitis: 81 ± 4 km/h, trajektorijos spindulys: 100 m, skersinis pagreitis: $5 \pm 0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. Esant nurodytoms sąlygoms užfiksuojamas TP vairaratis ir staigiai aktyvuojamas stabdymas – stabdymo pagreitis: $2\ \mathrm{m/s^2}$, didinamas kiekvieno bandymo metu $1\ \mathrm{m/s^2}$ žingsniu.
TP atsakas į įvesties signalus	ISO 13674-2:2016	**Juostos keitimo testas** Pasiekus 100 km/h greitį, keičiama važiavimo trajektorija iš tiesios į mažėjančio spindulio kreivę. Minimalus skersinis pagreitis yra $1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.
	ISO 13674 1:2023	**TP važiavimo krypties išlaikymo testas** Pasiekus 100 km/h greitį įvedami vairaračio pokyčiai, kurių kitimo dažnis 0,2 Hz $\pm$ 10 %. Būtinas minimalus $1\ \mathrm{m/s^2}$ skersinis pagreitis. Testo trukmė yra 40 s, per šį laiką turi įvykti bent 8 vairo pasukimo ciklai.

Taigi, atlikus važiavimo komforto ir TP valdomumo įvertinimo metodikų bei rodiklių analizę, nustatyta, kad vertinant važiavimo komfortą vertikaliojo pagreičio RMS svertinė vertė yra pakankama įvertinti diskomfortą, kylantį dėl padidėjusių TP vibracijų. Papildomai nuspręsta taikyti autorių (Gräbe et al., 2020) sudarytas žmogaus jautrumo ribas, nes tyrimuose naudojamas TP tipas yra artimas šioje disertacijoje taikomai bazinei TP – *Range Rover Evoque*. Galutinis parinktų rodiklių sąrašas pateikiamas 2.5 lentelėje. Atsižvelgus į literatūroje taikomus važiavimo komforto įvertinimo testus parinktas ir sudarytas testų rinkinys, kuris skirtas sužadinti pirminio ir antrinio važiavimo komforto reiškinius. Galutinį rinkinį sudaro tiek deterministiniai, tiek stochastiniai kelio nelygumai (2.4 lentelė). Įvertinti TP valdomumo testai (1.4 lentelė) apima įvairius važiavimo scenarijus, tačiau disertacijoje TP valdomumas vertinamas per sudarytos ratų pozicionavimo sistemos prizmę. Dėl šios priežasties iš 1.4 lentelės parenkami testai, kurie sukelia didžiausią destabilizavimo efektą: ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018. Testų atlikimo sąlygos ir kiti metodiniai aspektai nurodomi 2.1 poskyryje.

1.5. Važiavimo komforto matematinio modeliavimo ir eksperimentinių tyrimų metodai

Važiavimo komfortas gali būti tiriamas taikant įvairaus sudėtingumo matematinius modelius, laboratorinius stendus – HIL, įvairius simuliatorius, visos TP laboratorinius bandymus su vibraciniu stendu (angl. *four-poster rig*) bei atliekant testus bandymų poligone (angl. *proving grounds*) su TP.

Matematinio modeliavimo tikslumas priklauso nuo taikomų prielaidų. Detalus netiesinių priklausomybių įvertinimas užtikrina gerą eksperimentinių ir teorinių tyrimų koreliaciją, tačiau reikalauja daug skaičiavimo resursų ir negarantuoja veikimo realiuoju laiku. Nagrinėjant važiavimo komfortą ypač svarbu tinkamai įvertinti TP inercinius parametrus, pakabos standumą ir slopinimą, kinematiką ir paslankumą, taip pat padangos kompleksiškumą. Kitas svarbus aspektas yra kelio paviršiaus modeliavimas ir kraštinių važiavimo sąlygų nustatymas. Adekvatus kelio geometrijos modeliavimas pagal (ISO 8608:2016) arba dirbtinių kelio nelygumo aprašymas pagal (Viešoji įstaiga Transporto kompetencijų agentūra, 2024) užtikrina realistišką TP žadinimą. Tinkamas važiavimo greičio parinkimas įgalina tam tikrų žadinimo dažnių aktyvavimą.

Mokslinėje literatūroje taikomi įvairūs matematiniai TP modeliai, skirti važiavimo komfortui nagrinėti. Kiekvienas iš šių modelių turi tiek privalumų, tiek trūkumų. Dėl šių priežasčių įvedamos įvairios modifikacijos, kurios praplečia taikymo galimybes ir modeliavimo tikslumą. Įvairių matematinių modelių, skirtų TP važiavimo komforto nagrinėjimui, sąrašas yra pateikiamas 1.5 lentelėje.

Matematinis modeliavimas suteikia puikų atkartojamumą ir greitą rezultatų gavimą, todėl yra laikomas ekonomiškai efektyviausiu metodu sudėtingų sistemų tyrimui. Kita vertus, teoriniai tyrimai yra apriboti prielaidomis, kurios mažina rezultatų tikslumą ir patikimumą. Dėl šios priežasties, siekiant visapusiškai įvertinti sukurto valdymo algoritmo poveikį TP dinamikai ir važiavimo komfortui, būtina atsižvelgti į aparatinę įrangą ir atlikti eksperimentinius tyrimus. TP testavimas bandymų poligone yra prioritetas, tačiau šie eksperimentai yra veikiami įvairių neapibrėžtumų. Siekiant įgalinti tokių bandymų atkartojamumą ir palyginimą būtina užtikrinti kraštinių sąlygų ir įvesties signalų stabilumą.

Laboratoriniai testai – pagrindinė alternatyva bandymams poligone, nes kraštinės sąlygos yra kontroliuojamos, užtikrinamas aukštas atkartojamumas ir spartus rezultatų gavimas. Pažangūs TP ketvirčio stendai užtikrina tikrovišką pakabos kinematiką, jėginių charakteristikų atitiktį realioms važiavimo sąlygoms bei nereikalauja turėti visos TP ar bandymų poligono prieigos. Mokslinėje literatūroje išskiriama mažai stendų, kurie būtų skirti visam TP pakabos testavimui. Tokie dėsningumai yra dėl šių priežasčių: stendo kainos bei rezultatų interpretavimo sudėtingumo. Taigi, įvertinus šiuos aspektus, racionalus pasirinkimas yra TP ketvirčio stendas. Daugelis literatūroje įvardintų TP ketvirčio stendų patenka į vieną iš

trijų kategorijų (Maher & Young, 2011; Chantranuwathana et al., 2018). Įvairių TP pakabos ketvirčio stendų konstrukcijos ir taikymas mokslinėje literatūroje pateikiamas D priede.

Pirmoji grupė apima supaprastiną amortizuojamos ir neamortizuojamos masės judėjimą vertikalia kryptimi. Šio tipo stendų pavyzdžių galima rasti mokslinėje literatūroje (Omar et al., 2017; Gysen et al., 2010). Dažniausia tokių laboratorinių stendų taikymo sritis yra pavienių pakabos elementų testavimas ir tyrinėjimas, aktyvios ir pusiau aktyvios pakabos valdymo sistemos kūrimas ir validavimas.

Antroji TP ketvirčio stendų kategorija pasižymi detalesniu ryšiu tarp amortizuojamos ir neamortizuojamos masės. Taikomi realūs pakabos sistemos elementai: svirtys, lankstai, guminės atramos, slopinimo bei standumo elementai. Taip pat priešingai nei pirmoje grupėje, čia naudojamas realus TP ratas ir padanga. Daugelyje šio tipo stendų ratas nesisuka. Moksliniuose straipsniuose tokie stendai taikomi pakabos kinematikai ir paslankumui nagrinėti, valdymo algoritmams sudaryti bei padangos poveikiui TP pakabai įvertinti (Yu et al., 2019).

1.5 lentelė. Matematiniai modeliai važiavimo komforto tyrimui
Table 1.5. Mathematical models for ride comfort investigation

Tipas	Taikymo galimybės ir apribojimai	Šaltiniai
TP ketvirčio matematinis modelis	2 laisvės laipsniai (LL) – amortizuojamos ir neamortizuojamos masės poslinkiai. Gali būti praplečiamas LL skaičius. Tiesinis modelis iki 30 Hz tiksliai atkuria neamortizuojamos masės pagreitį, tačiau reikšmingai pervertina amortizuojamos masės pagreitį. Netiesinis modelis artimiau koreliuoja su laboratoriniais bandymais ir yra taikomas iki 80 Hz. Modelis taikomas – pirminiam važiavimo komforto įvertinimui, slopinimo ir standumo elementų derinimui bei pakabos valdymo algoritmų testavimui.	(Maher & Young, 2011; Yu et al., 2019; Jazar, 2017; Isermann, 2021; Williams, 2022)
Pusės TP matematinis modelis	4 LL – amortizuojamos ir dviejų neamortizuojamų masių poslinkiai bei pavirtimo kampas apie simetrijos ašį. LL skaičius gali būti praplečiamas. Galimos dvi variacijos, viena skirta nagrinėti pavirtimą apie skersinę TP simetrijos ašį, kita – apie išilginę. Vertinamas skersinis arba išilginis pagreitis. Modelis taikomas – pirminiam važiavimo komforto įvertinimui iki 10–15 Hz, TP išilginių ir skersinių svyravimų rezonansinių dažnių nustatymui, pakabos geometrijos derinimui bei išplėstiniam pakabos valdymo algoritmų testavimui.	(Kurz et al., 2023; Jazar, 2017; Isermann, 2021; Williams, 2022)

1.5 lentelės pabaiga

Tipas	Taikymo galimybės ir apribojimai	Šaltiniai
Važiavimo komforto modelis (angl. *vehicle ride model*)	7 LL – amortizuojamos masės vertikalusis poslinkis, posvyrio kampai apie skersinę bei išilgine ašį ir 4 neamortizuojamos masės vertikalieji poslinkiai. LL skaičius gali būti praplečiamas. Padangos netiesinės savybės dažniausiai nevertinamos arba labai supaprastinamos. Modelis taikomas – įvairiems važiavimo komforto reiškiniams nagrinėti iki 30 Hz, asimetrinių kelio nelygumų žadinimui įvertinti, pakabos geometrijai optimizuoti bei pakabos valdymo algoritmams kompleksiškai testuoti.	(Ma et al., 2023; Jazar, 2017; Isermann, 2021; Williams, 2022)
Visos TP matematinis modelis	14 LL, iš kurių 6 LL aprašo TP amortizuojamos masės judėjimą vertikalia, išilgine ir skersine kryptimi bei sukimąsi apie šias ašis. Likę 8 LL skirti nusakyti kiekvieno iš 4 ratų vertikaliesiems poslinkiams ir sukimuisi apie rato centrinę ašį. LL skaičius gali būti praplečiamas. Modelis yra derinamas su netiesinėmis pakabos ir padangos charakteristikų kreivėmis (LUT) arba atskirais posistemių modeliais. Modelis taikomas įvairiems važiavimo komforto reiškiniams realistiškai nagrinėti iki 30 Hz, dinaminėms stabilumo ir važiavimo komforto sistemoms testuoti ir validuoti, HIL architektūroms sudaryti bei pažangiems pakabos valdymo algoritmams kurti ir testuoti.	(Williams, 2022; Jazar, 2017; Isermann, 2021)

Trečioji bandymų stendų grupė įtraukia besisukantį ratą bei realistiškesnį kelio nelygumų imitavimą (Gießler et al., 2022). Kelias gali būti būgno arba metalinės juosto formos. Toks laboratorinis stendas leidžia tirti ne tik vertikalias padangos jėgas, tačiau ir skersines bei išilgines. Kelio nelygumai įterpiami pritvirtinant įvarius elementus ant būgno arba juostos paviršiaus. Taip pat galima sužadinti visą besisukantį surinkimo mazgą pasitelkus kumštelinį mechanizmą, hidraulinius arba elektrinius cilindrus. Toks stendas yra pranašesnis už kitus, tačiau jis turi trūkumų. Dėl stendo konstrukcijos amortizuojama masė gali judėti tik vertikalia kryptimi. Negalima tiesiogiai įvesti pavirtimo kampo apie išilginę ar skersinę TP ašį. Jei stendo konstrukcijoje nenumatyta pavara, kuri papildomai apkrauna amortizuojamą masę, tuomet išlieka nepaisomas masių poslinkis dėl skersinio ir išilginio TP pagreičio.

Apžvelgus TP ketvirčio pakabos stendus, išryškėja du kelio dangos imitavimo tipai: plokščia juosta ir būgnas. Svarbu išanalizuoti šių kelio paviršiaus imitavimo tipų tarpusavio skirtumus bei jų tapatumą su realiomis važiavimo sąlygomis gautomis reikšmėmis.

Plokščiosios juostos tipas yra artimiausias realiam kelio dangos paviršiui. Atliekant mokslinius tyrimus juostos paviršius dažniausiai būna metalinis arba padengtas tam tikra medžiaga, kuri imituoja kelio dangos tekstūrą (ISO 28580:2018). Imituojant kelią plokščiosios juostos tipu gaunama mažesnė riedėjimo pasipriešinimo vertė lyginant su realiomis sąlygomis. Taip pat atliekant testus juosta įkaista, todėl gaunamos aukštesnės temperatūros ties padangos paviršiumi. Standarte (J1106 201208) teigiama, kad lyginant su būgno tipu plokščiosios juostos stendas linkęs generuoti iki 10 % didesnes skersines jėgas padangoje. Šis jėgų pokytis yra artimesnis realioms važiavimo sąlygoms.

Būgno tipo stendas linkęs iškreipti padangos kontakto plotą. Dėl šios priežasties gaunamas padangos ir kelio kontakto ploto slėgio pasiskirstymas skiriasi nuo tikrojo esant realiomis važiavimo sąlygomis. Svarbu paminėti, kad kuo mažesnio spindulio yra būgnas, tuo daugiau yra iškreipiamas kontakto plotas. Daugelio pramonėje naudojamų šio tipo stendų būgno skersmuo siekia 3 metrus. Papildomai dėl būgno paviršiaus kreivumo spindulio regimas skersinės padangos jėgos bei sukimo momento apie vertikalią ašį (angl. *aligning torque*) sumažėjimas. Skersinės jėgos sumažėjimas siejamas su mažesnėmis rato skersridės bei išvirtimo kampo dedamosiomis (Cabrera et al., 2003). Taip pat būgno tipo stendas linkęs generuoti didesnį padangos riedėjimo pasipriešinimo koeficientą.

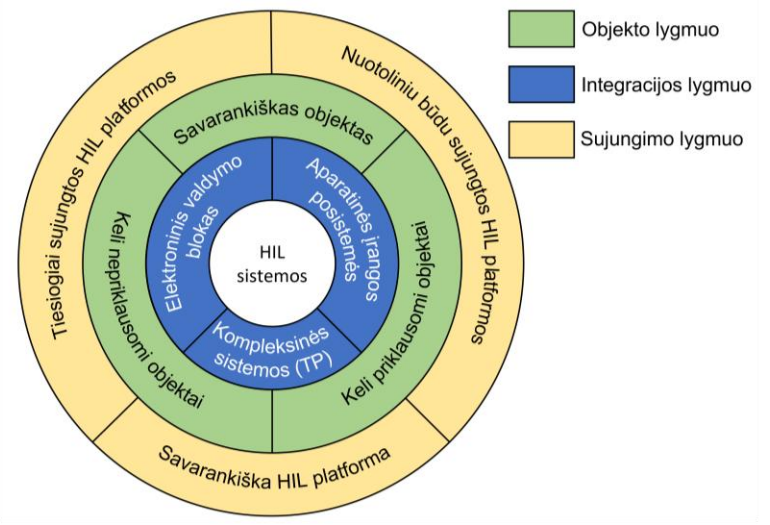
Norint palyginti stendo su būgnu bei plokščiosios juostos tipu ar realiomis važiavimo sąlygomis gautas reikšmes, būtina atlikti reikšmių kompensavimą dėl paviršiaus kreivumo ir kitų netikslumų. Šiems iššūkiams spręsti TP tyrėjai ir inžinieriai taiko HIL sistemas (Heydrich et al., 2022; Ivanov et al., 2019).

Modeliavimo ciklo su aparatine įranga (HIL) apibrėžimas pateikiamas straipsnyje (Fathy et al., 2006) – sąranka, kuri imituoja sistemą, įtraukdama fizinius jos elementus į likusiųjų posistemių uždarojo ciklo matematinį modeliavimą. Kertinis HIL bruožas yra dvikryptė sąveika tarp fizinių ir virtualiųjų sistemos dalių. Kita svarbi savybė – tai veikimas realiuoju laiku. Atliekant aparatinės įrangos testavimą taikant HIL gaunami realias sąlygas atitinkantys išvesties ir įvesties parametrai. Tokiu būdu galima išbandyti sukurtą valdymo algoritmą, atlikti reikiamas derinimo operacijas ir visapusiškai išnagrinėti sistemos veikimą plačiame režyje (Mihalič et al., 2022). Modeliavimo ciklo su aparatine įranga sistemų klasifikacija pateikiama 1.9 pav.

Mokslinių publikacijų autoriai (Heidrich et al., 2013; Ivanov et al., 2019) išskiria tris klasifikacijos požymius. Objekto lygmuo apibrėžiamas testuojamos įrangos tipu. Dažniausiai naudojami šie tiksliniai objektai: įvairūs valdymo blokai, aparatinės įrangos posistemės (stabdžių, vairavimo, pakabos ar traukos) ir kitos

kompleksinės sistemos. Valdymo blokų testavimas įgalina kodo tikrinimą be tikrosios sistemos dalių. Išbandomas bloko funkcinis saugumas ir atsakas į neįprastus atvejus, kurie gali sugadinti aparatinę įrangą. Aparatinės įrangos posistemių analizė leidžia ištirti aktyviųjų elementų suveikimo laiką ir etaloninio signalo (pozicijos, greičio ar sukimo momento) sekimo paklaidas (Heydrich et al., 2022; Heidrich et al., 2013).

Antrasis lygmuo nusako aparatinės įrangos tarpusavio integraciją. Dedikuotas HIL stendas gali analizuoti neintegruotą savarankiškai veikiantį objektą arba kelias sistemos dalis. Šios posistemės gali būti tarpusavyje priklausomos (pvz., tos pačios TP objektai) arba nepriklausomos (pvz., skirtingų TP, dalyvaujančių bendrame teste, posistemiai).



1.9 pav. HIL testavimo platformų klasifikacija (sudaryta pagal Heidrich et al., 2013)
Fig. 1.9. Classification of HIL test platforms (based on Heidrich et al., 2013)

Ryšio lygmuo išskiria objektų, išbandytų HIL platformose, sujungimo tipą. Vienos HIL sistemos atveju visiems bandomiems objektams naudojama bendra procesoriaus plokštė. Nagrinėjant kelias vietines HIL sistemas jos gali būti tiesiogiai sujungiamos. Priklausomai nuo šių sistemų sudėtingumo, taikoma bendra procesoriaus plokštė arba dedikuotos plokštės kiekvienam iš stendų. Įvairius HIL stendus galima sujungti pasitelkus nuotolinį bei belaidį ryšį (Alfonso et al., 2020).

Taigi, pritaikius HIL architektūrą galima visos TP lygmeniu įvertinti važiavimo komfortą ir valdymo algoritmų efektyvumą, net ir nesant fizinio visos TP prototipo.

Matematinis modeliavimas ir HIL testavimas yra grindžiami objektyviais važiavimo komforto įvertinimo rodikliais. Siekiant įtraukti keleivius į vertinimo procesą ir papildyti įverčių masyvą subjektyviais rodikliais, naudojami vairavimo simuliatoriai (Khusro et al., 2020; De Winkel et al., 2023; Colmenares et al., 2024). Tai 6 LL turinti platforma, kurią sudaro žadinimo elementai, kabinos fragmentas, įvairūs akustinės ir vaizdinės įvesties elementai bei realiuoju laiku veikiančios skaičiavimo mašinos. Keleivius veikiantys pagreičiai ir vibracijos yra gaunamos modeliuojant visos TP matematinį modelį arba replikuojant realių TP važiavimų metu užfiksuotas vertes. Simuliatoriai gali efektyviai sužadinti kritinių dažnių diapazoną: 0,1–10 Hz, kuriame pasireiškia judesio liga bei pirminio ir antrinio važiavimo komforto reiškiniai. Dėl šių priežasčių simuliatoriai yra puikus įrankis įvertinti važiavimo komfortą AV, nustatyti slenkstines žmogaus jautrumo ribas ir įvertinti sukurtų valdymo algoritmų efektyvumą.

Tobulėjant sistemai, atsakingai už važiavimo komfortą, papildomi tyrimai atliekami naudojant visos TP vibracinių bandymų stendą, leidžiantį kontroliuojamoje aplinkoje atkartoti realias eksploatavimo sąlygas. Tokiu būdu adresuojami važiavimo simuliatoriaus apribojimai (Kat et al., 2024; Azrulhisham et al., 2010; Chindamo et al., 2017). Keturių atramų vibracinis stendas gali sužadinti tik vertikalų judesį bei pavirtimą apie išilginę ir skersinę simetrijos ašis. Pažangios platformos, tokios kaip „MTS Model 329“, „Porsche FaSiP“ ar „Maserati DIM“, gali sužadinti iki 9 LL bei 80 Hz. Galutiniame įvertinimo etape atliekami bandymai realiame eisme ar bandymų poligone, siekiant patikrinti TP važiavimo komfortą. Naudojamos plačios kraštinės sąlygos, įvairūs kelio dangos tipai bei testai ir vertinimo metrikos aprašytos 1.4 poskyryje.

Taigi, atlikus važiavimo komforto tyrimų metodų analizę, nustatyta, kad TP pakabos ketvirčio matematinis modelis yra tinkamas pirminiam važiavimo komforto įvertinimui ir algoritmų derinimo koeficientų parinkimui. Kadangi pagal tokio modeliavimo metu gautus rezultatus gali būti pervertintas amortizuojamos masės pagreitis, papildomai sudaromas detalus 14 LL visos TP matematinis modelis. Detalios sudarytų matematinių modelių lygtys ir prielaidos pateikiamos 2.2 poskyryje. Matematinis modeliavimas yra efektyvus įrankis, tačiau siekiant visapusiškai įvertinti sukurto valdymo algoritmo poveikį TP dinamikai ir važiavimo komfortui, būtina atsižvelgti į aparatinę įrangą ir atlikti eksperimentinius tyrimus. Dėl būtinybės naudoti bandymų poligoną ir modifikuoti TP ankstyvosios stadijos eksperimentinis testavimas pasižymi ribotu atkartojamumu ir didelėmis finansinėmis sąnaudomis. Šiuo atžvilgiu III grupės TP pakabos ketvirčio stendas su HIL sąsaja suteikia subalansuotą alternatyvą tarp eksperimentinių tyrimų tikslumo ir prieinamumo. Todėl šiame darbe pasirenkamas matematiniu modeliavimu ir HIL metodais grįstas metodologinis požiūris, leidžiantis suderinti modeliavimo lankstumą su eksperimentinių tyrimų realistiškumu.

1.6. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

1. TP keleiviai yra jautriausi vibracijoms, kurių dažnis yra 4–8 Hz intervale. Žemesnių dažnių srityje pasireiškia judesio liga, o aukštesnių dažnių srityje vyrauja akustinis ir vibracinis diskomfortas. Atsižvelgiant į šiuos reiškinius disertacijoje nagrinėjamas 1–15 Hz žadinimo dažnių intervalas, apimantis pirminio ir antrinio važiavimo komforto reiškinius.
2. Nors literatūroje gausu komfortą įvertinančių metrikų, plačiausiai taikoma vertikaliojo pagreičio RMS vertė, kuri artimai koreliuoja su subjektyviais komforto įverčiais. Taip pat kitų mokslininkų atlikti tyrimai rodo, kad komforto įverčiai, pagrįsti tiek vertikaliojo pagreičio RMS svertine verte, tiek suminio pagreičio ir sukimosi apie ašis intensyvumu, artimai sutampa. Jei vertikaliosios vibracijos yra dominuojantys žadinimas, vertikaliojo pagreičio RMS svertinė vertė gali būti taikoma įvertinti diskomfortui, kylančiam dėl padidėjusių TP vibracijų.
3. Važiavimo komforto vertinimo metodikos mokslinėje literatūroje skiriasi, todėl skirtingų tyrimų rezultatai gali būti interpretuojami nevienareikšmiškai priklausomai nuo pasirinktų vertinimo kriterijų. Dėl šios priežasties, vertinant sukurto ar lyginamo valdymo algoritmo poveikį važiavimo komfortui, rekomenduojama atsižvelgti į žmogaus vibracijų suvokimo ribas, t. y. minimalų vibracijos pokytį, kurį žmogus gali pajusti.
4. TP pakabos standumas, slopinimas, neamortizuojama masė ir geometriniai parametrai yra pagrindinės charakteristikos, darančios poveikį važiavimo komfortui ir TP valdomumui. Priklausomai nuo TP pakabos konstrukcijos, šios charakteristikos gali būti palankesnės, tačiau aktyvus pakabos parametrų valdymas gali prisidėti prie važiavimo komforto užtikrinimo.
5. Tikslingas pakabos parametrų valdymas reikalauja aktyviųjų elementų, kurių tipas lemia efektyvaus dažnių intervalo plotį ir energijos sąnaudas. Elektrohidrauliniai elementai yra sąlygiškai lėti, o elektromechaniniai – pakankamos greitaveikos, tačiau pasižymi didelėmis energijos sąnaudomis ir neturi slopinimo savybių. Aktyvios pakabos efektyviausios mažų pakabos eigos greičių intervale, kuriame pusiau aktyvi pakabos sistema yra neveiksminga. Dėl šių priežasčių racionali aktyviojo elemento konstrukcija išlieka neaiški.
6. Mokslinėje literatūroje taikomi optimalūs ir matematiniu prognozavimu pagrįsti valdymo metodai reikalauja sudėtingų matematinių modelių ir išplėstinių būsenos parametrų, kurių matavimas yra komplikuotas arba praktiškai neįmanomas. Metodai ne visada pasižymi pakankamu atsparumu trikdžiams ir neapibrėžtumams, todėl jų efektyvumas gali mažėti

tiek uždaro, tiek atviro ciklo bandymų sąlygomis (angl. *closed-loop and open-loop testing*). Papildomai, pažangių valdymo algoritmų taikymas pusiau aktyvios pakabos atveju nėra veiksmingas dėl esamų konstrukcijos apribojimų.

7. Pusiau aktyvi ir aktyvi pakaba bei ratų pozicionavimo sistema pasižymi kintančiais parametrais bei neapibrėžtumais. Dėl šios priežasties valdymo algoritmas turi gebėti užtikrinti sistemos stabilumą ir spręsti parametrų neapibrėžtumą. Dėl aukšto funkcinio saugumo taisyklėmis grįsti valdymo algoritmai yra plačiai taikomi minėtoms sistemoms valdyti, tačiau siekiant didesnio efektyvumo jie derinami su kitų tipų algoritmais. Taikant komfortą užtikrinantį pakabos valdymą pirmenybė teikiama važiavimo komfortui, tačiau peržengus kritines vertes prioritetas skiriamas saugumui ir TP valdomumui.
8. Atlikus valdymo metodų analizę nustatyta, kad slankiojo režimo valdymo metodai pasižymi aukštu atsparumu trikdžiams, gebėjimu spręsti neapibrėžtumus ir santykinai mažu skaičiavimo resursų poreikiu, todėl yra tinkami netiesinėms sistemoms valdyti. Identifikuota, kad literatūroje nėra pakankamai patikimų sprendimų, kurie leistų išlaikyti esminius SMC metodų privalumus ir kartu efektyviai eliminuotų virpėjimo reiškinį visame darbo režimų diapazone.
9. Atliekant važiavimo komforto modeliavimą svarbios tinkamos modelių prielaidos ir įvesties parametrų korektiškumas. Kita vertus, siekiant visapusiškai įvertinti sukurto valdymo algoritmo poveikį TP dinamikai ir važiavimo komfortui, būtina atsižvelgti į aparatinę įrangą ir atlikti eksperimentinius tyrimus. Eksperimentiniai tyrimai realioje TP pasižymi ribotu atkartojamumu ir didelėmis finansinėmis sąnaudomis, todėl ankstyvosios stadijos bandymams taikomi alternatyvūs sprendimai. Šiuo atžvilgiu pakabos ketvirčio stendas su HIL sąsaja suteikia subalansuotą alternatyvą tarp modeliavimo lankstumo ir eksperimentinių tyrimų realistiškumo, leidžiančią efektyviai verifikuoti valdymo algoritmus.

2

Transporto priemonės matematinis modeliavimas ir valdymo algoritmų sudarymas

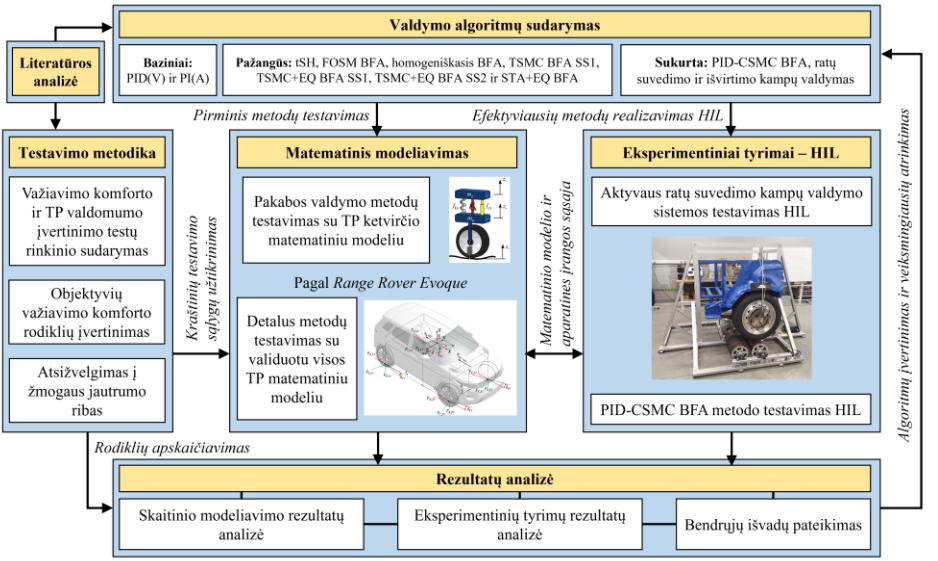
Skyrius pradedamas tyrimų metodologiniu planu. Pateikiami sudaryti matematiniai TP modeliai ir jų prielaidos. Detaliai aprašomos modeliuojamos TP posistemės ir pavaros, kurių poveikis ypač svarbus vertinant važiavimo komfortą ir sukurtų valdymo algoritmų efektyvumą. Taip pat detalizuojami atskirų valdymo algoritmų įvesties ir išvesties parametrai bei valdymo dėsniai.

Skyriaus tematika buvo paskelbti du straipsniai (Šabanovič et al., 2021; Kojis et al., 2022) ir skaitytas vienas pranešimas (Žuraulis et al., 2022) konferencijoje.

2.1. Bendrasis metodologinis tyrimų planas

Šiame poskyryje apibrėžiamas bendrasis metodologinis tyrimų planas, kurio schema pateikiama 2.1 pav. Papildomai aptariamas kiekvienas blokas ir jame atliekami pagrindiniai darbai, pasirinkimai ir kiti metodiniai aspektai. Literatūros analize apibrėžtas potencialių valdymo metodų, važiavimo komforto bei TP valdomumo įvertinimo testų ir rodiklių rinkinys.

Pagal naudojamus šaltinius sudarytas valdymo algoritmų palyginimas pateikiamas 1.2 lentelėje, važiavimo komforto ir TP valdomumo įvertinimo rodiklių rinkiniai pateikiami 1.3 lentelėje ir C priede. Moksliniuose darbuose naudojami važiavimo komforto įvertinimo testai pateikiami 1.4 poskyryje bei TP valdomumo įvertinimo manevrai pateikiami 1.4 lentelėje. Tai yra pagrindinis duomenų masyvas, pagal kurį sudaroma testavimo metodika, parenkami valdymo algoritmai, matematinių modelių tipai ir formuojama eksperimentinių tyrimų platforma.



2.1 pav. Metodologinio tyrimų plano schema
Fig. 2.1. Scheme of methodological research plan

Valdymo algoritmų sudarymo žingsnyje realizuojami baziniai, pažangūs ir sukurti valdymo metodai. PID(V) ir PI(A) taikomi kaip baziniai palyginamieji valdikliai. Šios konfigūracijos parinktos dėl aiškaus įdiegimo ir plataus taikymo industrijoje. Pažangius metodus sudaro: tSH, FOSM BFA, homogeniškasis BFA, TSMC BFA SS1, TSMC+EQ BFA SS1, TSMC+EQ BFA SS2, STA+EQ BFA. Tokios algoritmų konfigūracijos parinktos atsižvelgus į literatūroje pateiktus mokslinių tyrimų rezultatus ir šiame darbe atlikto modeliavimo metu gautus įvertinimus. Sukurtus algoritmus sudaro PID-CSMC BFA, aktyvus ratų suvedimo ir išvirtimo kampų valdymas.

Testavimo metodikos sudarymo etape iš apžvelgtos informacijos masyvo parenkami tiksliniai važiavimo komforto ir TP valdomumo įvertinimo rodikliai bei testai, kurie sužadina nagrinėjamus važiavimo komforto reiškinius (2.4–2.5 lentelės). TP valdomumui įvertinti parinkti testai, kurie sukelia didžiausią destabilizavimo efektą: ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018. Abu testai atliekami tiek ant

sauso asfalto dangos, tiek taikant žemo sukibimo kelio dangą – $\mu = 0{,}3$. Prioritetas teikiamas objektyviems rodikliams, papildomai atsižvelgiama į žmogaus jautrumo ribas. Parinkti ir sudaryti testai įgalina reikiamą TP sužadinimą, o nustatytos kraštinės testų atlikimo sąlygos užtikrina palyginamosios analizės korektiškumą.

Matematinio modeliavimo pagrindas yra konkreti TP – *Range Rover Evoque* su elektrine traukos sistema. Šis objektas pasirinktas dėl pakankamai plačių prieinamų mokslinių tyrimų (Viehweger et al., 2021; Savitski et al., 2016), vidinių eVECTOORC ir OWHEEL projektų ataskaitų bei detalių eksperimentinių matavimų kiekio (Vaseur & Aalst, 2019). Tarptautinių mokslinių projektų metu vykdyta informacijos sklaida tarp partnerių ir atlikti pavienių TP komponentų (amortizatorių, padangų bei pakabos kinematikos ir paslankumo) eksperimentiniai matavimai leido sudaryti matematinius modelius ir užtikrinti reikiamų TP charakteristikų atkūrimą. Sudarant padangos – *MF 6.1* ir *FTire*, pakabos ketvirčio, vienvėžį ir visos TP matematinius modelius naudojami būtent *Range Rover Evoque* parametrai, kurie pateikiami 2.1–2.3 lentelėse ir 2.3, 2.4 pav. Skaitinis modeliavimas atliekamas dviem etapais.

Pirmajame etape, pritaikius TP ketvirčio matematinį modelį, vykdomas sudarytų pakabos valdymo algoritmų derinimas ir palyginamoji analizė. Taikomas deterministinis ir stochastinis kelio nelygumų žadinimas bei vertinami važiavimo komforto rodikliai. Valdomos pakabos atveju pasyvūs amortizatoriai yra keičiami į pusiau aktyvius, kurių charakteristikos pateikiamos 2.9, 2.10 pav. Nustačius pusiau aktyvios pakabos ribotumą, sudaroma hibridinė pakabos architektūra, kurioje derinama EM pavara ir pusiau aktyvus amortizatorius. Pritaikius šią architektūrą testuojamas metodų veikimas esant būsenos matavimų ir aktyviųjų elementų delsoms. Identifikavus veiksmingiausius metodus jie adaptuojami testavimui su validuotu visos TP matematiniu modeliu.

Antrajame etape atliekamas detalus sukurtų pakabos ir ratų pozicionavimo algoritmų testavimas su visos TP matematiniu modeliu. Atitinkamų sistemų ir jų valdymo algoritmų įdiegimas į modelį yra pavaizduotas 2.17, 2.18 pav. Pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos yra testuojamos atskirai. Pakabos algoritmų tyrimo metu sukurtas PID-CSMC BFA algoritmas yra lyginamas su pasyvia TP ir tSH metodu. Taikomos TP būsenos parametrų ir aktyviųjų elementų delsos, atliekama jautrumo analizė, kurioje stebimas amortizuojamos ir neamortizuojamos masės pokyčio poveikis algoritmo veiksmingumui. Pagal testavimo metodiką (2.4, 2.5 lentelės) atliekami numatyti testai ir apskaičiuojami rodikliai, pagal kuriuos įvertinamas važiavimo komfortas. Papildomai įvertinamas hibridinės pakabos architektūros poveikis energijos sąnaudoms ir veikimas esant EM pavaros laisvumui. Ratų pozicionavimo sistemos algoritmų tyrimas atliekamas vykdant ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018 testus. Sinusoidės tipo vairaračio įvesties testo metu TP juda 100 km/h greičiu, vairaračio pasukimo kampo amplitudė – 2 rad, o ISO 3888-1:2018 testo metu TP juda 80 km/h greičiu. Aktyvaus ratų suvedimo

kampo ir išvirtimo kampo valdymo sistemos yra palyginamos tarpusavyje bei su pasyvia TP. Skaičiuojami ir registruojami rodikliai nurodyti 2.5 lentelėje, papildomai įvertinant TP važiavimo trajektoriją bei galimą poveikį padangų dilimui. Gauti rezultatai ir jų analizė yra pateikiami 4.1 poskyryje.

Eksperimentinių tyrimų etapas skirtas verifikuoti ir algoritmams išbandyti fizinėje sistemoje. Kadangi reali TP su nagrinėjamomis sistemomis nėra prieinama, iš *Range Rover Evoque* kėbulo ir pakabos dalių sudaromas ketvirčio stendas bei realizuojama HIL sąsaja. Tokiu būdu matematiniai modeliai ir fizinė sistema turi analogiškas charakteristikas. Dėl stendo konstrukcijos apribojimų ir netikslumų atliekamas stendo validavimas. Sudaroma validavimo metodika (3.1 poskyris), kuri paremta išmatuotų padangos F_x, F_y ir F_z jėgų perskaičiavimu pagal validuotą *MF 6.1* padangos matematinį modelį. Taip užtikrinama, kad visos TP matematinis modelis gautų tikslingas vertes vykdant duomenų kaitą su HIL stendu. Stendo konstrukcijoje įdiegti elektriniai cilindrai, skirti ratų suvedimo kampui aktyviai keisti, bei pusiau aktyvus amortizatorius, kuris sudaro fizinę hibridinės pakabos architektūros dalį. Įdiegti reikalingi galios elektronikos, valdymo, matavimo ir duomenų rinkimo prietaisai – sudaroma bendroji HIL sąsaja (3.2 pav.). Atliekami eksperimentiniai tyrimai skaidomi į du etapus.

Aktyvios ratų suvedimo kampų valdymo sistemos eksperimentiniai tyrimai apima ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018 testus. Pirmasis manevras atliekamas esant 80 ir 100 km/h TP važiavimo greičiui. Antrasis vertinamas ties 80 km/h. Kiekvieno testo metu atliekami 5 pakartojimai. Pagrindiniai eksperimentinio testavimo kriterijai: MIL ir HIL atveju sutapimas pagal sukimosi greitį apie z ašį – vidutinė kvadratinė paklaida (angl. *root mean square error* – RMSE), ratų suvedimo kampo užklausos ir realios kampo vertės paklaida – RMSE, delsa – s bei kiti rodikliai iš 2.5 lentelės.

Pakabos sistemos eksperimentiniai tyrimai apima vienkartinio ir periodinio žadinimo scenarijus. Abiem atvejais prie plieninio būgno pritvirtintas trapecinės formos kelio paviršiaus nelygumas, kurio aukštis yra 16,5 mm bei TP važiavimo greitis – 40 km/h. Vienkartinio impulso bandymo metu plieninis būgnas, imituojantis kelio paviršių, yra tikslingai aktyvuojamas, taip sukeldamas vienkartinį pakabos sistemos sužadinimą. Periodinės įvesties metu elektrinis traukos variklis, atsakingas už plieninio būgno sukimosi greitį, valdomas taip, kad būtų pasiektas 5 Hz pakabos sistemos sužadinimo dažnis. Kiekvieno testo metu atliekami 5 pakartojimai. Visais atvejais yra lyginama pasyvi TP su PID-CSMC BFA algoritmu valdoma pakabos sistema. Pagrindiniai eksperimentinio testavimo kriterijai: MIL ir HIL atveju sutapimas pagal pagreičius ir valdymo jėgas – RMSE bei kiti rodikliai, įvertinantys TP važiavimo komfortą, iš 2.5 lentelės. Atliktų eksperimentų rezultatai ir jų analizė yra pateikiami 4.2 poskyryje.

Atsižvelgus į kiekvieno skyriaus išvadas bei skaitinių ir eksperimentinių tyrimų rezultatus sudaromos bendrosios išvados.

2.2. Transporto priemonės su valdoma pakaba ir ratų pozicionavimo sistema matematiniai modeliai

Sudaryti 3 matematiniai modeliai: *i)* TP pakabos ketvirčio modelis, *ii)* TP dinaminis vienvėžis modelis (angl. *bicycle model*) ir *iii)* visos TP matematinis modelis. Pakabos ketvirčio modelis taikomas pirminiam pakabos valdymo algoritmų testavimui ir valdymo koeficientų parinkimui. Vienvėžis modelis naudojamas etaloninio sukimosi greičio apie vertikalią TP ašį generavimui, kuris taikomas ratų pozicionavimo sistemai realizuoti. Detalus visos TP matematinis modelis taikomas valdymo algoritmų veiksmingumui ir važiavimo komfortui galutinai įvertinti bei HIL architektūrai sudaryti. Toliau pateikimas kiekvieno iš matematinių modelių aprašymas, lygtys, naudotų parametrų vertės ir kita informacija.

Naudojamas TP pakabos ketvirčio matematinis modelis turi 2 LL – amortizuojama ir neamortizuojama masės gali judėti vertikalia kryptimi. Sudarant šį matematinį modelį taikomos atitinkamos prielaidos:

1. Amortizuojama (m_s) ir neamortizuojama (m_u) masės modeliuojamos kaip sutelktosios masės kūnai, kurių deformacijos nevertinamos.
2. Pakabos geometrija nevertinama, naudojamos tiesinės pasyviųjų elementų charakteristikos (spyruoklės standumas (k_s), amortizatoriaus slopinimas (c_s) bei padangos slopinimas (c_t) ir standumas (k_t)).
3. Kelio nelygumai modeliuojami taikant sinusoidinį žadinimą, kurio išraiška $y(t) = \mathrm{A}\sin(2\pi f t)$. Taip pat naudojamas žadinimas pagal (ISO 8608:2016) klases ir dirbtiniai kelio nelygumai pagal (Viešoji įstaiga Transporto kompetencijų agentūra, 2024) rekomendacijas. Laikoma, kad neamortizuojamoji masė nepraranda kontakto su kelio paviršiumi.
4. Valdomos pakabos atveju, kai naudojamas pusiau aktyvus amortizatorius, jo charakteristikos aprašomos naudojant duomenų paieškos lentelės (angl. *look-up tables – LUTs*) ir perdavimo funkcijas. Aktyvi EM pavara modeliuoja įvedant papildomą matematinį modelį.

TP pakabos ketvirčio matematinis modelis yra sudarytas taikant *Range Rover Evoque* pakabos parametrų tiesines išraiškas, kurių vertės pateikiamos 2.1 lentelėje. TP pakabos ketvirčio matematinio modelio su valdoma pakaba lygtys pateikiamos šia forma:

$$\ddot{x}_1 = \frac{-k_s(x_1-x_2)-c_s(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+f_a}{m_s}, \tag{2.1}$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_s(x_1-x_2)+c_s(\dot{x}_1-\dot{x}_2)-k_t(x_2-z_r)-c_t(\dot{x}_2-\dot{z}_r)-f_a}{m_u}, \tag{2.2}$$

čia x_1 – amortizuojamos masės poslinkis, [m], $\dot{x}_1$ – amortizuojamos masės greitis, [m/s], $\ddot{x}_1$ – amortizuojamos masės pagreitis, [$\mathrm{m/s^2}$], x_2 – neamortizuojamos masės poslinkis, [m], $\dot{x}_2$ – neamortizuojamos masės greitis, [m/s], $\ddot{x}_2$ – neamortizuojamos masės pagreitis, [$\mathrm{m/s^2}$], z_r – kelio nelygumai, [m], f_a – valdymo jėga, [N].

2.1 lentelė. TP pakabos ketvirčio matematinio modelio parametrai
Table 2.1. Vehicle quarter-car suspension mathematical model parameters

Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė
Priekinė pakaba		Galinė pakaba	
m_s	542, 47 kg	m_s	465,80 kg
m_u	41,79 kg	m_u	44,4 kg
k_s	88 000 N/m	k_s	65 320 N/m
k_t	225 368 N/m		
c_s	3540 Ns/m	c_s	2830 Ns/m
c_{min}	800 Ns/m		
c_t	50 Ns/m		

Perrašius pakabos ketvirčio modelio lygtys į būsenos erdvės forma (angl. *state-space*) gaunamos šios išraiškos:

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du, \tag{2.3}$$

čia A – sistemos matrica, B – įvesties matrica, C – išvesties matrica, D – matrica, aprašanti tiesioginę įvesties įtaką išvesties signalui (angl. *feedthrough*), x – būsenų vektorius $[x_1; \dot{x}_1; x_2; \dot{x}_2]$, u – įvesties vektorius $[u_1; u_2]$, čia u_1 – valdymo jėga, u_2 – kelio nelygumo įvestis.

Lygtis užrašius būsenos erdvės forma, galima pritaikyti MATLAB įrankius perdavimo funkcijoms gauti, kurios naudojamos valdymo algoritmų stiprinimo koeficientams parinkti ir derinti. Pateiktose funkcijose taikomas pakabos slopinimo koeficientas lygus c_{min}, nes tai yra minimali vertė, pasiekiama su naudojamais pusiau aktyviais amortizatoriais. Priekinės pakabos perdavimo funkcija tarp amortizuojamos masės vertikaliojo greičio ir valdymo jėgos:

$$G(s) = \frac{0{,}001843s^3 + 0{,}002206s^2 + 9{,}941s}{s^4 + 21{,}81s^3 + 7663s^2 + 8147s + 8{,}748 \cdot 10^5}. \tag{2.4}$$

Galinės pakabos perdavimo funkcija tarp amortizuojamos masės vertikaliojo greičio ir valdymo jėgos:

$$G(s) = \frac{0{,}002147s^3+0{,}002418s^2+10{,}9s}{s^4+20{,}86s^3+6689s^2+8876s+7{,}118\cdot10^5}. \quad (2.5)$$

TP dinaminis vienvėžis modelis turi 2 LL – masės centro skersinis greitis ir sukimosi greitis apie vertikalią TP ašį. Sudarant ir naudojant šį matematinį modelį taikomos atitinkamos prielaidos:

1. Analizuojamas judėjimas plokštumoje, todėl vertikalioji TP dinamika nėra nagrinėjama. Papildomai nevertinami dinaminiai svorio jėgos pokyčiai dėl skersinio ir išilginio pagreičio bei pasisukimo kampų apie skersinę ir išilginę TP simetrijos ašį.
2. Daroma prielaida, kad judėjimas yra nusistovėjusios būsenos (angl. *steady-state*) išilgine kryptimi ir $V_x = \text{const}$.
3. TP modeliuojama kaip vienvėžė, todėl kairės ir dešinės pusės ratai sutelkiami ties TP simetrijos ašimi, o jų pasukimo kampai ir kiti įverčiai pakeičiami vidutinėmis reikšmėmis.
4. Skersinės padangų jėgos aprašomos tiesiniu modeliu, kuriame vertinami skersiniai padangų standumai ir skersridės kampo tiesinė aproksimacija.
5. TP kėbulas yra standus ir nedeformuojamas bei inercinės savybės yra nekintančios.
6. Modelyje vairuojami abiejų TP ašių ratai.

Atsižvelgus į *Range Rover Evoque* inercines ir geometrines ypatybes bei originalioje komplektacijoje naudojamas padangas – *Pirelli Scorpion 235/55 R19 105V*, TP vienvėžio matematinio modelio parametrai pateikiami 2.2 lentelėje. Vienvėžio matematinio modelio su visų ratų vairavimu lygtys pateikiamos šia forma:

$$mV_x\left(\dot{\beta}+\dot{\psi}\right) = F_{yf} + F_{yr}, \quad (2.6)$$

$$I_z\ddot{\psi} = F_{yf}l_f - F_{yr}l_r, \quad (2.7)$$

čia m – TP masė, [kg], $\dot{\psi}$ – kampinis greitis apie z ašį, [rad/s], $\ddot{\psi}$ – kampinis pagreitis apie z ašį, [rad/s^2], l_f – atstumas tarp masės centro ir priekinės ašies, [m], l_r – atstumas tarp masės centro ir galinės ašies, [m], I_z – TP inercijos momentas apie z ašį, [kgm^2], $\dot{\beta}$ – TP skersridės kampo kitimo greitis, [rad/s], $F_{yf} = C_f\left(\delta_f - \beta - \frac{l_f\dot{\psi}}{V_x}\right)$ – priekinės padangos skersinė jėga, [N], $F_{yr} = C_r\left(\delta_r - \beta + \frac{l_r\dot{\psi}}{V_x}\right)$ – galinės padangos skersinė jėga, [N], čia δ_f – priekinių ratų pasukimo kampas, [rad], δ_r – galinių ratų pasukimo kampas, [rad], C_f – priekinės ašies padangų

skersridos gradientas (angl. *cornering stiffness*), [N/rad], C_r – galinės ašies padangų skersridos gradientas, [N/rad] ir β – TP skersridės kampas, [rad].

2.2 lentelė. TP vienvėžio matematinio modelio parametrai
Table 2.2. Vehicle bicycle model parameters

Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė
m	2188,93 kg	I_z	3661,8 kgm²
l_f	1,439 m	C_f	171 011 N/rad
l_r	1,236 m	C_r	171 011 N/rad

Taikant bendrines lygtis galima išreikšti pasukamumo gradientą (angl. *understeer gradient*), kuris nusako TP polinkį į perteklinį arba nepakankamą pasukamumą:

$$K_{us} = \frac{mg}{l_f + l_r}\left(\frac{l_r}{C_f} - \frac{l_f}{C_r}\right). \tag{2.8}$$

Vertinant nusistovėjusią būseną, kurioje $\dot{\beta} = 0$ ir $\ddot{\psi} = 0$. Vienvėžio modelio lygtys supaprastinamos iki TP posūkio kinematikos:

$$\delta_f - \delta_r = \left(\frac{l}{V_x} + \frac{K_{us}}{g}V_x\right)\dot{\psi}. \tag{2.9}$$

Gaunamas nusistovėjusios būsenos etaloninis, TP sukimosi greitis apie z ašį:

$$\dot{\psi}_{ref} = \frac{V_x}{l + \frac{K_{us}}{g}V_x^2}(\delta_f - \delta_r). \tag{2.10}$$

Etaloninio signalo apribojimas ir taikymas ratų pozicionavimo sistemai sudaryti aptariamas 2.5 poskyryje.

Visos TP matematinis modelis turi veikti realiuoju laiku. Dėl to tarp modelio kompleksiškumo ir greitaveikos būtina rasti kompromisą. Praktikoje pakabos valdymo uždavinių sprendimui yra taikomas 14 LL TP matematinis modelis. Modelio tikslumas priklauso nuo prielaidų, todėl toliau pateikiamos tyrimo metu taikytos prielaidos:

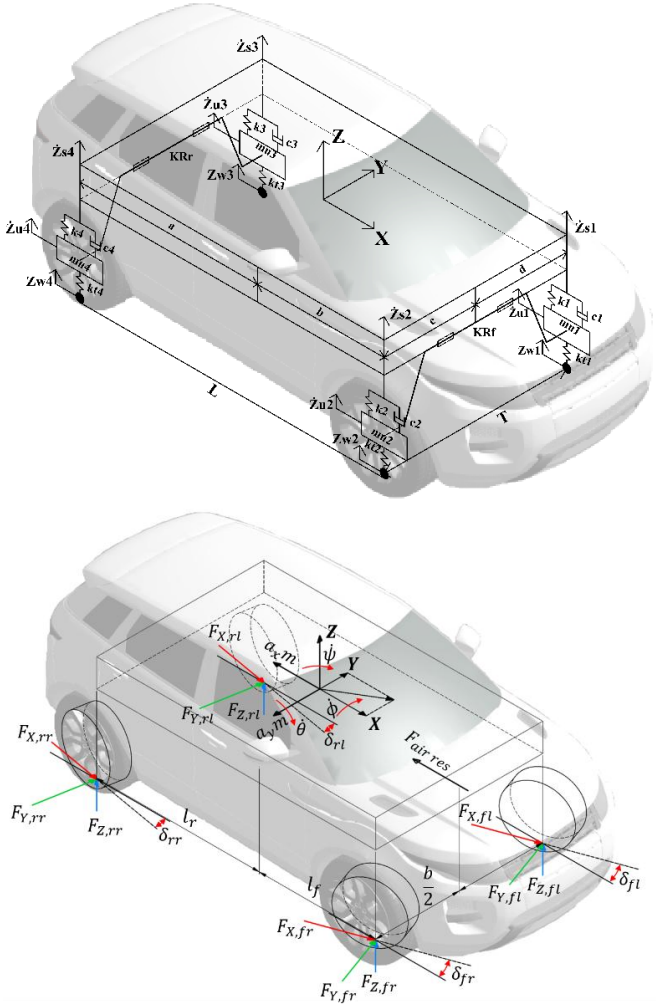
1. TP matematinis modelis yra realizuotas pasitelkus MATLAB/*Simulink* ir IPG *CarMaker* programinę įrangą. Modelyje taikomas fiksuotas laiko diskretizavimo žingsnis 0,001 s.

2. Matematinį modelį sudaro 14 LL, iš kurių: 6 LL – aprašo TP amortizuojamos masės judėjimą vertikalia, išilgine ir skersine ašimis bei sukimasį apie šias ašis. Likę 8 LL skirti kiekvieno iš 4 ratų vertikaliems poslinkiams ir sukimuisi apie rato centrinę ašį nusakyti.
3. Amortizuojamoji ir neamortizuojamoji masės modeliuojamos kaip sutelktosios masės elementai. TP kėbulas yra vientisas kūnas su tikslinėmis geometrinėmis ir inercinėmis charakteristikomis. Kėbulo deformacijos nėra vertinamos. Ties neamortizuojama mase išskiriamos stebulių ir ratų masės bei inercijos momentai.
4. TP pakabos kinematika ir paslankumas (*K&C*) įvertinami naudojant informaciją iš TP gamintojo ir MSC ADAMS programinę įrangą. Priklausomybės įtraukiamos į LUTs ir įdiegiamos į TP matematinį modelį.
5. Kitos netiesinės pakabos charakteristikos: slopinimas, standumas, guminių įvorių ir atramų parametrai įtraukiami į LUTs ir įvedami į bendrą TP matematinį modelį.
6. Padangos kontakto su keliu dinamika aprašoma naudojant *Magic Formula 6.1* (*MF 6.1*) ir *FTire* padangų modelius. Lanksčios struktūros padangos modelis – *FTire* yra taikomas pagrindiniams dėsningumams išgauti vykdant modeliavimą ne realiuoju laiku. *MF 6.1* dėl tinkamos greitaveikos naudojamas skaitiniam modeliavimui atlikti realiuoju laiku ir HIL architektūrai sukurti.
7. Kitos TP sudarančios posistemės – vairavimo, stabdžių bei traukos – yra modeliuojamos pasitelkus MATLAB/*Simulink* ir IPG *CarMaker* programinę įrangą. Įvedami minėtų posistemių kertiniai geometriniai, inerciniai ir efektyvumo parametrai. Papildomai įvertinamos aktyviųjų elementų delsos įvedant perdavimo funkcijas.
8. Kelio geometrija yra modeliuojama pagal (ISO 8608:2016) klases, o dirbtiniai kelio nelygumai aprašomi pagal Viešosios įstaigos Transporto kompetencijų agentūra (2024) rekomendacijas. Kai atliekami TP valdomumo manevrai laikoma, kad kelio paviršius yra lygus su vientisu trinties koeficientu. Dėl šių priežasčių TP ratai išlaiko pastovų kontaktą su kelio paviršiumi.

Pateikiama bendroji 14 LL TP matematinio modelio lygčių sistema (2.11). Papildomai pridedamos TP dinaminio modelio schemos (2.2 pav.).

$$
\begin{cases}
m_a\left(\dot{V}_x - V_y\dot{\psi} + V_z\dot{\theta}\right) - m_s\left(\dot{\phi}\dot{\psi} + \ddot{\theta}\right)h_s\cos\phi = \sum F_x, \\
m_a\left(\dot{V}_y + V_x\dot{\psi} - V_z\dot{\phi}\right) - m_s\left(\dot{\theta}\dot{\psi} - \ddot{\phi}\right)h_s\cos\phi = \sum F_y, \\
m_s\left(\dot{V}_z - V_x\dot{\theta} + V_y\dot{\phi}\right) + m_s\left(\ddot{\phi} + \ddot{\theta}\right)h_s\cos\phi = \sum F_z, \\
I_x\ddot{\phi} - I_{xz}\left(\dot{\phi}\dot{\theta} + \ddot{\psi}\right) - m_s\dot{V}_y h_s\cos\phi = \sum M_\phi, \\
I_y\ddot{\theta} - (I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} + I_{xz}\left(\ddot{\phi} - \ddot{\psi}\right) + m_s\dot{V}_x h_s\cos\theta = \sum M_\theta, \\
I_z\ddot{\psi} + I_{xz}\left(\dot{\theta}\dot{\psi} - \ddot{\phi}\right) + m_s\dot{V}_x h_s\sin\phi = \sum M_z, \\
0{,}5m_{uf}\ddot{z}_{u1} = -0{,}5m_{uf}g + K_{t1}(y_1 - z_{u1}) - F_{s1}MFF_{Z1} + F_z^{dyn}, \\
0{,}5m_{uf}\ddot{z}_{u2} = -0{,}5m_{uf}g + K_{t2}(y_2 - z_{u2}) - F_{s2}MFF_{Z2} + F_z^{dyn}, \\
0{,}5m_{ur}\ddot{z}_{u3} = -0{,}5m_{ur}g + K_{t3}(y_3 - z_{u3}) - F_{s3}MFF_{Z3} + F_z^{dyn}, \\
0.5m_{ur}\ddot{z}_{u4} = -0{,}5m_{ur}g + K_{t4}(y_4 - z_{u4}) - F_{s4}MFF_{Z4} + F_z^{dyn}, \\
J_w\dot{\omega}_1 = T_1 - T_{B1} - F_{x1}\cdot R_w, \\
J_w\dot{\omega}_2 = T_2 - T_{B2} - F_{x3}\cdot R_w, \\
J_w\dot{\omega}_3 = T_3 - T_{B3} - F_{x3}\cdot R_w, \\
J_w\dot{\omega}_4 = T_4 - T_{B4} - F_{x4}\cdot R_w,
\end{cases}
\tag{2.11}
$$

čia V_x – išilginis TP greitis, [m/s]; V_y – skersinis TP greitis, [m/s]; V_z – vertikalusis TP greitis, [m/s]; $\dot{V}_x$ – išilginis TP pagreitis, [m/s^2]; $\dot{V}_y$ – skersinis TP pagreitis, [m/s^2]; $\dot{V}_z$ – vertikalusis TP pagreitis, [m/s^2]; ϕ – pasisukimo kampas apie išilginę TP ašį, [rad]; $\dot{\phi}$ – kampinis greitis apie išilginę TP ašį, [rad/s]; $\dot{\theta}$ – kampinis greitis apie skersinę TP ašį, [rad/s]; $\dot{\psi}$ – kampinis greitis apie vertikalią TP ašį, [rad/s]; $\ddot{\theta}$ – kampinis pagreitis apie skersinę TP ašį, [rad/s^2]; h_s – atstumas nuo masės centro iki virtimo apie išilginę TP ašį taško, [m]; I_{xz} – suminis masių inercijos momentas apie x ir z ašis, [kgm^2]; z_{ui} – i-tosios neamortizuojamos masės vertikalusis poslinkis, [m]; $\ddot{z}_{ui}$ – i-tosios neamortizuojamos masės vertikalusis pagreitis, [m/s^2]; $g = 9{,}81$ – laisvojo kritimo pagreitis, [m/s^2]; y_i – kelio paviršiaus nelygumai, [m]; F_{si} – i-tojo pakabos ketvirčio jėgos, veikiančios į kėbulo statramstį, [N]; MFF_{Z1} – naudojamo matematinio padangos modelio *MF 6.1* koeficientai; F_z^{dyn} – dinaminiai svorio jėgos pokyčiai, sukelti išilginio ir skersinio pagreičio bei sukimosi apie išilginę ir skersinę ašis, [N]; $\dot{\omega}_i$ – i-tojo rato kampinis pagreitis, [rad/s^2]; T_i – i-tojo rato generuojamas sukimo momentas, [Nm]; T_{Bi} – rato stabdymo momentas, [Nm]; F_{xi} – padangos ir kelio paviršiaus kontakto taške veikianti išilginė jėga, [N].



2.2 pav. TP dinaminis modelis (sudaryta pagal Skrickij et al., 2024; Kojis et al., 2022)
Fig. 2.2. Vehicle dynamic model (based on Skrickij et al., 2024; Kojis et al., 2022)

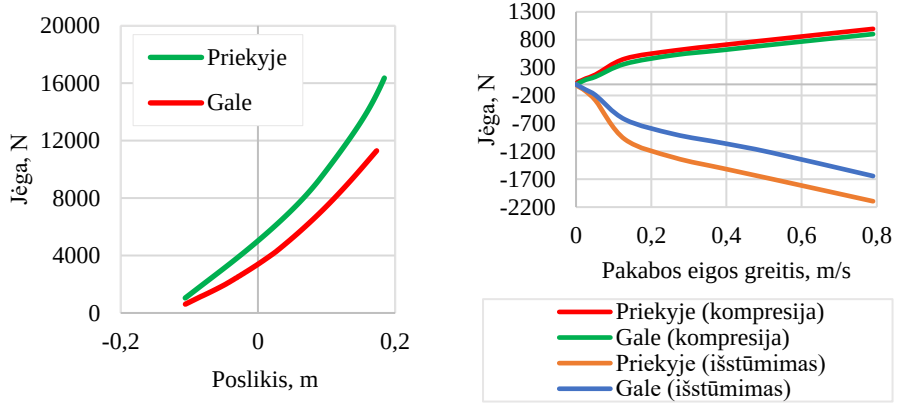
Bendrieji bazinės TP ir TP su elektros varikliais ratuose (IWM) parametrai pateikiami 2.3 lentelėje. IWM atveju prie kiekvienos neamortizuojamos masės pridedama po 34,8 kg, tai atitinka vieno „Elaphe L1500“ elektros variklio masę.

2.3 lentelė. Transporto priemonės parametrai
Table 2.3. Vehicle parameters

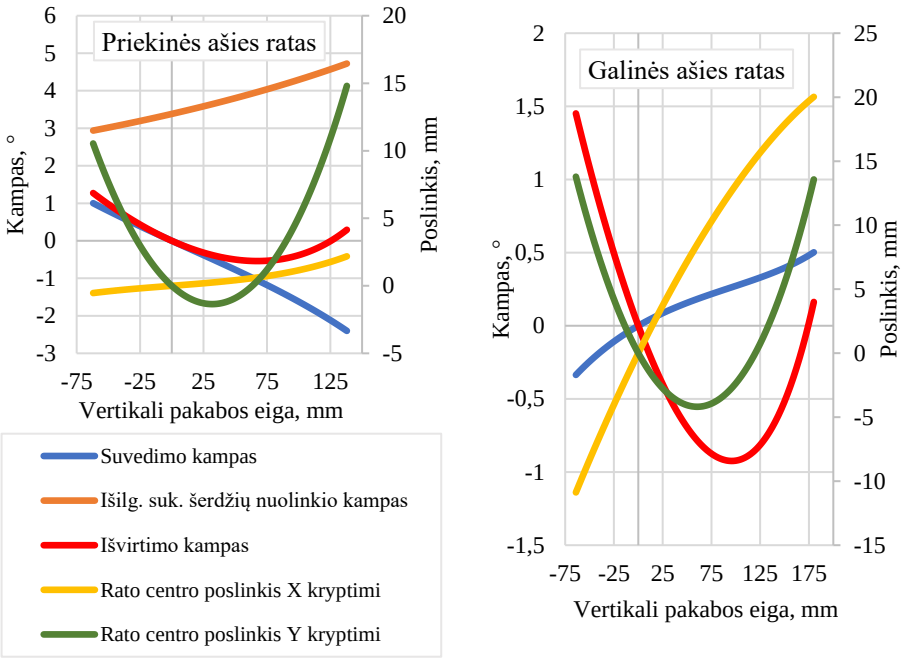
Parametras	Bazinė TP reikšmė	TP su IWM reikšmė
L – automobilio ratų bazė	2,675 m	
h_{cgs} – masės centro aukštis	0,65 m	
t_f, t_r – tarpvėžė priekyje bei gale	1,625 m	
l_f – atstumas nuo masės centro iki priekinės ašies	1,439 m	
l_r – atstumas nuo masės centro iki galinės ašies	1,236 m	
K_{ti} – padangų standumas	225 368 N/m	
m_s – amortizuojama masė	2016,55 kg	
R_w – riedančio rato skersmuo	0,37071 m	
Padangos matmenys	$235/55/R19$	
m_{uf} – neamortizuojama masė priekinėje ašyje	83,58 kg	153,18 kg
m_{ur} – neamortizuojama masė galinėje ašyje	88,8 kg	158,4 kg
m_a – visos TP masė	2188,93 kg	2328,13 kg
I_x – TP inercijos momentas apie x ašį	776,9 kgm^2	881,9 kgm^2
I_y – TP inercijos momentas apie y ašį	3224,7 kgm^2	3489,1 kgm^2
I_z – TP inercijos momentas apie z ašį	3661,8 kgm^2	4010,6 kgm^2
J_w – automobilio rato inercijos momentas apie sukimosi ašį	2,654 kgm^2	3,344 kgm^2

Taip pat pateikiami *Range Rover Evoque* pasyvios pakabos spyruoklių standumo ir amortizatorių slopinimo charakteristikų grafikai (2.3 pav.). Sudarytos TP pakabos kinematikos ir paslankumo duomenų peržiūros lentelės pateikiamos 2.4 pav. Šie duomenys taikomi atliekant matematinį modeliavimą.

Kitos TP matematinio modelio posistemės aprašomos atskirai, nes jos nepridėda papildomų LL, bet suteikia daugiau realistiškumo ir įgalina tam tikrų parametrų pokyčius. Traukos ir stabdžių posistemes generuoja sukimo bei stabdymo momentus, kurie sukuria išilgines padangos jėgas ir veikia TP dinamiką. Ratų pozicionavimo posistemė įveda papildomus ratų suvedimo ir išvirtimo kampus, kurių reikšmės tiekiamos į pakabos ir padangos matematinius modelius ir papildomai generuoja skersines padangos jėgas ir pakabos kinematikos pokyčius.



2.3 pav. Pasyvios pakabos standumo ir slopinimo charakteristikos
Fig. 2.3. Passive suspension stiffness and damping characteristics



a) b)

2.4 pav. TP pakabos kinematikos ir paslankumo duomenų peržiūros lentelės: a) priekinė ašis; b) galinė ašis
Fig. 2.4. Suspension Kinematics and Compliance LUTs: a) front axle; b) rear axle

Padangos matematiniai modeliai sudaryti atsižvelgus į *Pirelli Scorpion 235/55 R19 105V* padangą ir jos mechanines bei fizikines savybes. Modeliavimo ir HIL realizavimo metu pritaikytas pusiau empirinis padangos modelis *MF 6.1*. Modelis pagrįstas įvairių mokslinių tyrimų metu pastebėtais dėsningumais, kurie rodo, kad būdingosios padangų charakteristikų kreivės turi panašią formą. Kreivės forma apibūdinama matematine funkcija. Formai ir pozicijai koreguoti naudojami koeficientų rinkiniai, kurie apibūdina įvairias priklausomybes bei santykius tarp padangoje veikiančių jėgų, skersridės kampų bei kitų apribojimų. Koeficientų parinkimas ir patikslinimas atliekamas modelio parametrizavimo metu, kai norima validuoti matematiškai aprašytus ir eksperimento metu pasiektus dėsningumus. Šių koeficientų skaičius siekia 160 (Shyrokau, 2014; Pacejka, 2012).

Padangos ir kelio dangos kontaktas supaprastinamas iki ekvivalentinio taško, kuriame veikia jėgos ir momentai. Geometrija suglaudinama iki begalinio plonumo disko simetrijos plokštumoje – padangos plotis nevertinamas. Modelyje įvertinamas riedėjimo spindulio pokytis dėl vertikaliosios apkrovos. *MF 6.1* versijoje detaliau atsižvelgiama į pripūtimo slėgio poveikį padangos charakteristikoms ir dinaminėms savybėms. Padangos modelis gali būti taikomas esant dideliems ratų išvirtimo kampams bei išilginio, skersinio ir kombinuoto padangos slydimo atvejais. Taip pat įvertinamas išilginių ir skersinių padangos jėgų vėlavimas dėl relaksacijos ilgio. Be to, modelyje tiksliau apibūdinamas riedėjimo pasipriešinimas, įvertinant jo priklausomybę nuo greičio, apkrovos ir pripūtimo slėgio (Besselink et al., 2010).

Modelis naudoja dvi bendrąsias lygtis įvairiems išvesties bei įvesties parametrų dėsningumams aprašyti:

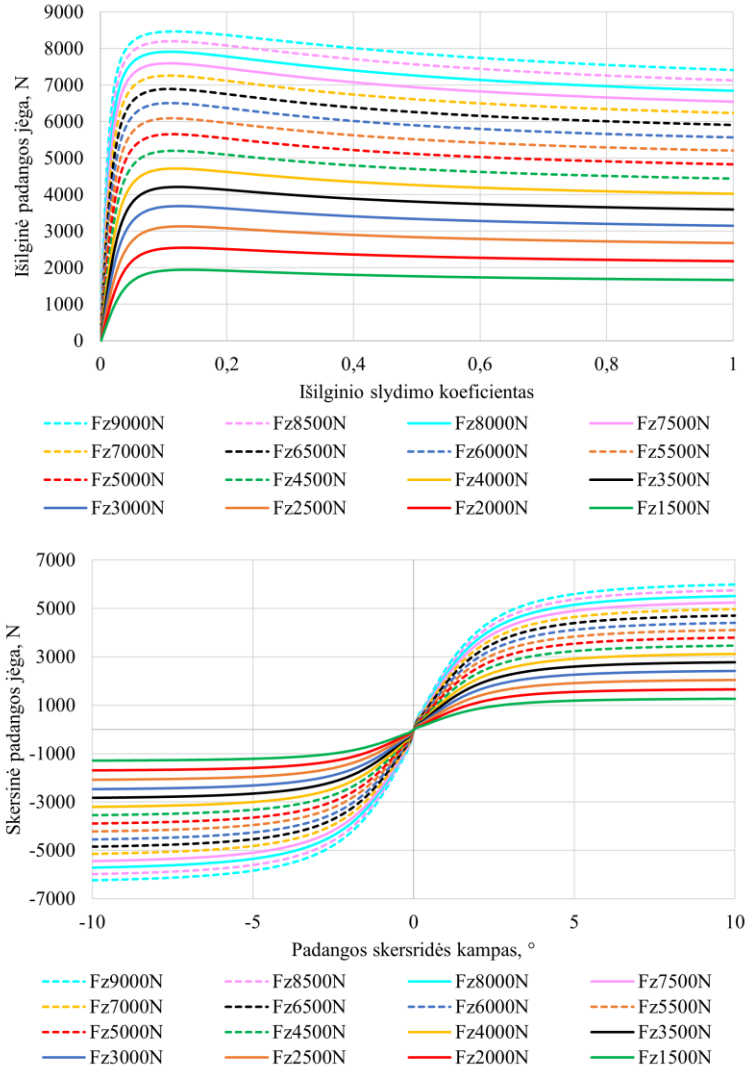
$$y_i(x_i) = D\sin[C\arctan\{B(1-E)(x_i+S_H) + E\arctan(B(x_i+S_H))\}] + S_V, \tag{2.12}$$

čia B – standumo faktorius, C – formos faktorius, $D = \mu F_z$ – maksimali jėgos vertė, E – kreivumo koeficientas, S_H – horizontaliojo standumo faktorius, S_V – vertikaliojo standumo faktorius, x_i – įvesties parametras, y_i – išvesties parametras.

$$y_i(x_i) = D\cos[C\arctan\{B(1-E)(x_i+S_H) + E\arctan(B(x_i+S_H))\}] + S_V. \tag{2.13}$$

Detalios *MF 6.1* matematinio modelio lygtys pateikiamos literatūros šaltiniuose: (Besselink et al., 2010; Pacejka, 2012).

Pritaikius *MF 6.1* matematinį modelį gautos padangos išilginės ir skersinės jėgos priklausomybės nuo vertikalios apkrovos, išilginio slydimo bei skersridės kampo pateikiamos 2.5 pav. Šios kreivės atitinka *Pirelli Scorpion 235/55 R19 105V* padangą ir toliau naudojamos atliekant matematinį modeliavimą.



a)

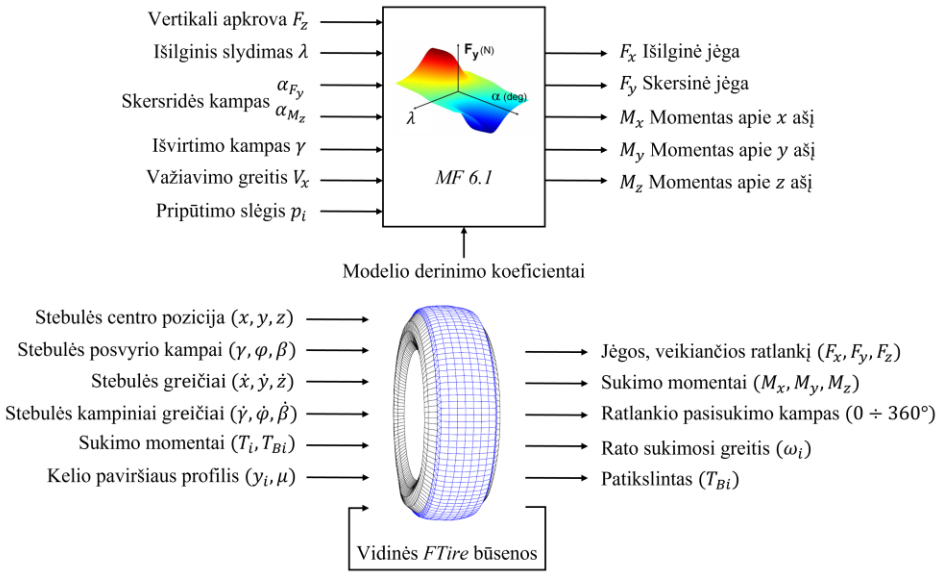
b)

2.5 pav. Padangos išilginės ir skersinės jėgos priklausomybės pagal *MF 6.1*:
a) išilginės padangos jėga; b) skersinės padangos jėga
Fig. 2.5. Tyre longitudinal and lateral force dependencies based on *MF 6.1*:
a) longitudinal tyre force; b) lateral tyre force

Į anksčiau aprašytą 14 LL TP matematinį modelį kaip įvesties parametrai naudojamos padangos ir kelio kontakto taške veikiančios jėgos. Programinė įranga IPG *CarMaker* pagal esamas sąlygas parenka tikslingą *MF 6.1* režimą ir užtikrina reikiamus išvesties parametrus, kurie siunčiami į TP modelį.

FTire padangos matematinis modelis naudojamas pagrindiniams dėsningumams nustatyti vykdant modeliavimą ne realiuoju laiku su MSC ADAMS programine įranga ir *Cosin* plėtiniu. Šių teorinių tyrimų metu analizuojamas ratų išvirtimo ir suvedimo kampų reguliavimas ir jų poveikis TP dinamikai. Sudarant modelį taikomi autorių (Wright et al., 2019) atlikti eksperimentiniai tyrimai, kurių metu nustatytos padangos savybės įvedamos į matematinį modelį. *FTire* – plačiai naudojamas TP ir padangų pramonės inžinierių visame pasaulyje. Šis modelis skirtas TP dinamikai modeliuoti ir jėgoms bei sukimo momentams, veikiantiems padangos ir kelio kontakto plote, nustatyti. *FTire* taip pat taikomas modeliavimo aplinkoje atliekamiems TP komforto ir valdomumo vertinimo tyrimams. Vienas iš modelio pranašumų yra aukštas veikimo dažnis – iki 120 Hz. Tai leidžia analizuoti staigius, kelio dangos nelygumų sukeltus svyravimus ir vibracijas. *FTire* ir *MF 6.1* principinės schemos pateikiamos 2.6 pav.

Modelio sandara yra sudėtinga ir plačiau pateikiama literatūroje (Gipser, 2005; Gipser, 2007; Li, 2018). Bendruoju atveju *FTire* sudaro standus ratlankis ir 80–200 koncentruotos masės elementų, kurie atitinka padangos diržo struktūrą. Kiekvienas iš šių elementų turi 3 transliacinius LL, 1 sukimosi LL bei iki 3 LL, skirtų skersiniam padangos diržo lenkimui įvertinti.



2.6 pav. *MF 6.1* ir *FTire* įvestis ir išvestis
(sudaryta pagal Besselink et al., 2010; Gipser, 2007)
Fig. 2.6. *MF 6.1* and FTire input/output interface
(based on Besselink et al., 2010; Gipser, 2007)

Sąveika tarp ratlankio ir diržo mazgų padangos šoninėje sienelėje modeliuojama naudojant netiesinius standumo ir slopinimo komponentus, Maksvelo elementus bei elastoplastines jungtis. Gretimų mazgų tarpusavio sąveika modeliuojama pasitelkus netiesinius standumo elementus, kurie priešinasi transliaciniam ir sukamajam judėjimui bei lenkimui (angl. *in-plane and out-of-plane bending*).

Padangos ir kelio paviršiaus sąveika modeliuojama pasitelkus daugybe bemasių protektoriaus blokų (pvz., nuo 10 iki 100), kurie priskiriami kiekvienam koncentruotos masės elementui. Protektoriaus blokai turi netiesines standumo ir slopinimo savybes normaline, tangentine ir skersine kryptimis. Šiems blokams sąveikaujant su kelio paviršiaus nelygumais generuojamos trijų tipų jėgos: pirmoji – jėga normaline kryptimi, atsirandanti dėl bloko deformacijos ir jos kitimo greičio; antroji – išilginė jėga, kurios dydis priklauso nuo protektoriaus bloko slydimo greičio, lokalaus slėgio ir bloko temperatūros; trečioji – skersinė jėga, kuri priklauso nuo vertikalios apkrovos, skersinio judėjimo ir padangos skersridės kampo. Norint nustatyti visus 6 padangos jėgų ir momentų komponentus reikia tinkamai sudėti pasiskirsčiusias apkrovas. *FTire* algoritmas šį procesą atlieka integruodamas ir sumuodamas jėgas elastingoje diržo atramoje.

FTire modelio realizavimas leidžia įvertinti: terminius reiškinius, padangos protektoriaus dilimą, NVH aspektus, padangos deformacijas, įvairius sukibimo ir kontakto su keliu reiškinius bei padangos ir kelio kontakto ploto slėgio pasiskirstymo epiūras. Dėl šių priežasčių modelis leidžia atlikti pirminį ratų pozicionavimo įvertinimą padangos efektyvaus panaudojimo ir TP dinamikos požiūriu.

TP matematiniame modelyje taikoma klasikinė vairavimo sistema su aktyviu ratų pozicionavimo mechanizmu, apimančiu suvedimo ir išvirtimo kampų derinimą.

Klasikinę vairavimo sistemą sudaro mechaninis modulis, kuris apibrėžia santykį tarp vairaračio pasukimo kampo ir trauklės poslinkio. Naudojamas vienas iš paprasčiausių, IPG *CarMaker* siūlomų vairavimo modelių – *Static Steer Ratio* modelis. Vairo stiprintuvas nėra vertinamas bei sistema modeliuojama kaip standi. Priekinės ašies ratų pasukimo kampai apskaičiuojami vairaračio įvestį padalijus iš perdavimo skaičiaus – 15,3. Gauti pasukimo kampai į TP modelį įvedami pagal Akermano dėsnį.

Ratų suvedimo reguliavimo sistemą sudaro keturi aktyvūs moduliai, kurie gali generuoti individualius suvedimo kampus kiekvienam TP ratui. Priekinėje ašyje kiekvienam ratui taikomas vienas elektrinis cilindras, galinėje – po dvi aktyvias pavaras. Taigi, bendruoju atveju rato suvedimo ir pasukimo kampą sudaro klasikinės vairavimo sistemos kinematikos dedamoji – δ_i^{kin}, dėl dinamikos atsiradę suvedimo kampo pokyčiai (TP posvyriai ir pagreičiai) – δ_i^{dyn} ir aktyviojo elemento įvestas papildomas suvedimo kampas – δ_i^{act}:

$$\delta_i = \delta_i^{kin} + \delta_i^{dyn} + \delta_i^{act}. \tag{2.14}$$

Priklausomai nuo siekiamo TP atsako, papildomą kampą galima įvesti laikantis Akermano arba atvirkštinės Akermano geometrijos. Dinaminiai pasukimo kampo pokyčiai – δ_i^{dyn} atsiranda dėl ratų suvedimo kampo pokyčio nuo vertikalios eigos, nuo pavirtimo kampo apie išilginę TP ašį, nuo pakabos kinematikos ir paslankumo ir nuo ratų išvirtimo kampo. Tikslingas papildomo kampo įvedimas gali minimizuoti neigiamą dinaminių aspektų poveikį.

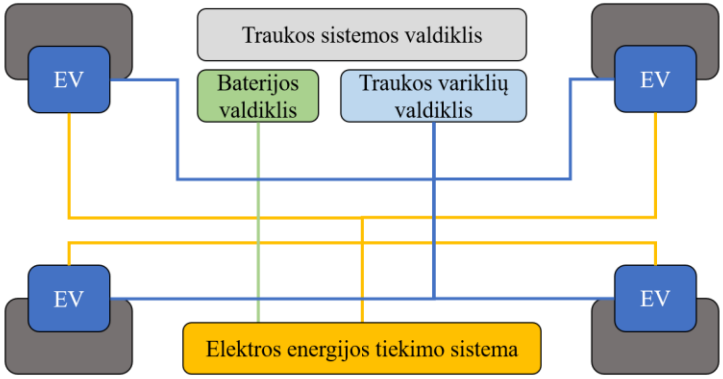
Kita ratų pozicionavimo sistemos dalis yra aktyvus ratų išvirtimo kampų derinimas. Sistemą sudaro keturios pavaros, kurios gali įvesti individualius ratų išvirtimo kampus kiekvienam TP ratui. Dėl spartesnio padangų dilimo ties didesniais išvirtimo kampais modeliuojant įvedamas apribojimas iki $\pm 6°$. Elektriniai cilindrai montuojami virš pakabos statramsčio tvirtinimo, nes tokia konfigūracija užtikrina racionaliausią jėgos perdavimo petį ir sumažina jėgos poreikį. Matematiniame modelyje rato išvirtimo kampą nulemia pakabos konstrukcijos tipas ir jos geometrinės bei kinematinės priklausomybės – γ_i^{kin}, dėl dinamikos atsiradę išvirtimo kampo pokyčiai (TP posvyriai ir pagreičiai) – γ_i^{dyn} ir aktyviojo elemento įvestas papildomas išvirtimo kampas – γ_i^{act}:

$$\gamma_i = \gamma_i^{kin} + \gamma_i^{dyn} + \gamma_i^{act}. \tag{2.15}$$

Priklausomai nuo siekiamo TP atsako, papildomą išvirtimo kampą galima įvesti prioretizuojant polinkį į neigiamą išvirtimo kampą, kuris siejamas su geresniu TP valdomumu. Kita vertus, tikslingas išvirtimo kampo įvedimas gali minimizuoti neigiamą dinaminių aspektų poveikį ir sumažinti išvirtimo kampo variacijas.

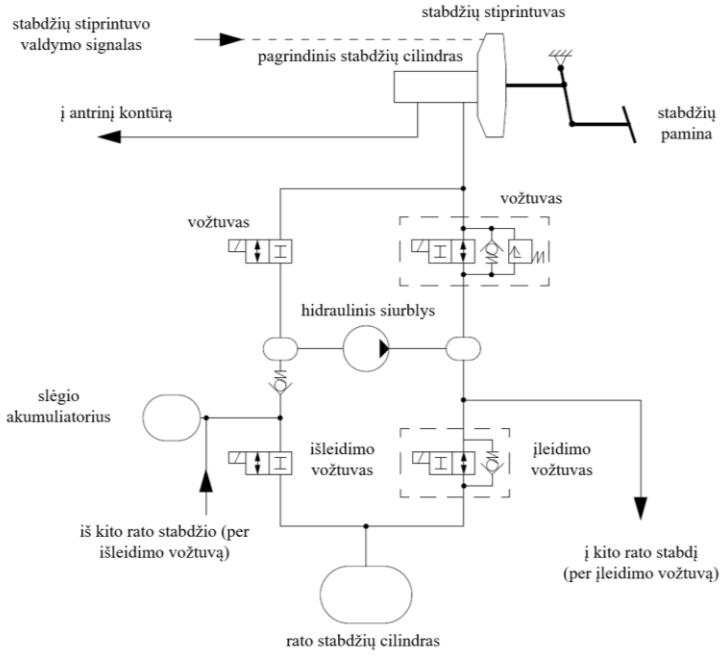
Tiek suvedimo, tiek išvirtimo kampų įvedimas atliekamas atsižvelgiant į TP pakabos kinematikos ir paslankumo duomenų lentelėse pateiktas reikšmes (2.4 pav.).

Kadangi dauguma važiavimo komforto testų atliekami su pastoviu greičiu, TP traukos bei stabdžių sistemos yra modeliuojamos naudojant IPG *CarMaker*. Traukos sistemą sudaro 4 elektros varikliai, montuojami TP ratuose, baterijų blokas, kiti elektronikos komponentai bei traukos valdymo ir paskirstymo blokai. Bendroji traukos sistemos schema pateikiama 2.7 pav. Šiame modelyje vairuotojo akseleratoriaus paminos įvestis interpretuojama kaip bendras sukimo momento poreikis, kuris paskirstomas tarp keturių elektros variklių. Šį priklausomybė, taip pat kaip ir elektros variklių sukimo momento ir sukimo greičio bei efektyvumo priklausomybė, išreiškiama LUTs. Paskirstant sukimo momentą atsižvelgiama į baterijos, kiekvieno elektros variklio, stabdžių sistemos ir bendrus TP parametrus. Tokiu būdu virtualus sukimo momento poreikis yra patikslinamas ir apribojamas atsižvelgus į TP posistemių būsenas ir generuojamą traukos jėgą kelio bei padangos sąlyčio zonoje.



2.7 pav. TP traukos sistemos modelis (sudaryta pagal IPG *CarMaker* žinyną)
Fig. 2.7. Vehicle powertrain model (based on IPG *CarMaker* Reference Manual)

Stabdžių sistema realizuota pritaikius IPG *CarMaker* siūlomą modelį, kurį sudaro hidrauliniai bei elektrohidrauliniai komponentai. Įdiegtas stabdžių antiblokavimo sistemos (ABS) funkcionalumas. Pirminis stabdžių kontūras ir vieno rato stabdžių sistemos elementai pateikiami schemoje (2.8 pav.).



2.8 pav. TP stabdžių sistemos modelis (sudaryta pagal IPG *CarMaker* žinyną)
Fig. 2.8. Vehicle brake system model (based on IPG *CarMaker* Reference Manual)

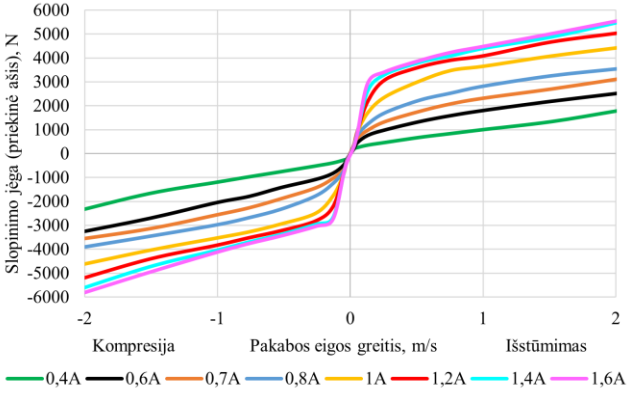
Šiame modelyje vairuotojo stabdžių paminos įvestis perskaičiuojama į TP lėtėjimo pagreitį, kuris pritaikius LUTs ir perdavimo funkcijas paverčiamas į tikslinį stabdžių sistemos slėgį. Modelis įvertina esamas TP būsenas – ratų sukimosi greičius, išilginį slydimą ir paskirsto stabdžių slėgį kiekvienam ratui. Taip sukuriami stabdymo momentai, kurie padangos ir kelio sąlyčio zonoje virsta stabdymo jėga ir lemia TP lėtėjimą.

Taigi, sudaryti skirtingo kompleksiškumo TP matematiniai modeliai, iš kurių kiekvienas yra skirtas konkrečiam uždaviniui spręsti. Detalus visos TP matematinis modelis yra validuojamas (A priedas) pagal kitų autorių atliktus eksperimentinius tyrimus (Vaseur & Aalst, 2019). Aukštas modelio detalumas įgalins tinkamą sudarytų valdymo algoritmų įdiegimą ir testavimą.

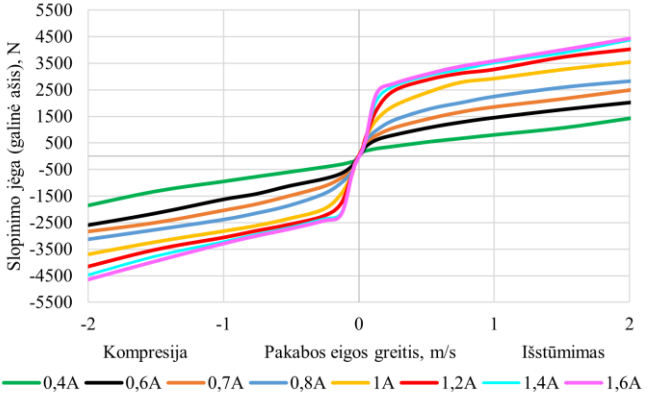
2.3. Hibridinės pakabos architektūros valdomų elementų matematiniai modeliai

Tikslingam valdymo algoritmų efektyvumo įvertinimui būtina atsižvelgti į pavarų delsą, dinamiką ir apribojimus. Disertacijoje realizuojama aktyvios ir pusiau aktyvios pakabos integracija. Naudojamas pusiau aktyvus amortizatorius pagal korpuso sandaros tipą yra trivamzdis (angl. *triple-tube*), jame realizuotas vienas valdymo vožtuvas (angl. *Continuously Controlled Electronic Suspension valve – CES*). Tai vienakrypčio tipo amortizatorius, kuriame tiek kompresijos, tiek išstūmimo eigos metu skystis teka per CES vožtuvą. Dėl šios priežasties vožtuvo atidarymas ar uždarymas tiesiogiai veikia amortizatoriaus slopinimo savybes.

Pusiau aktyvūs amortizatoriai modeliuojami pasitelkus eksperimentinius duomenis, gautus išmatavus slopinimo jėgos priklausomybė nuo pakabos eigos greičio Δv ir valdymo srovės I (2.9, 2.10 pav.).



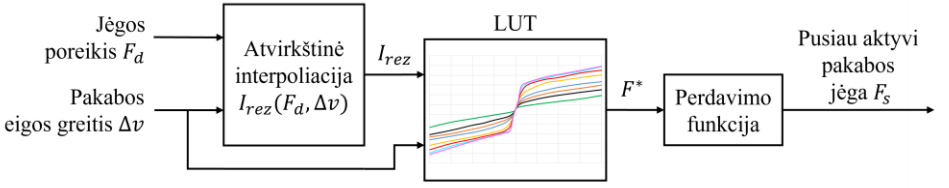
2.9 pav. Priekinės ašies pusiau aktyvių amortizatorių slopinimo charakteristikos
Fig. 2.9. Damping characteristics of the front axle semi-active dampers



2.10 pav. Galinės ašies pusiau aktyvių amortizatorių slopinimo charakteristikos
Fig. 2.10. Damping characteristics of the rear axle semi-active dampers

Vožtuvo valdymo srovės intervalas yra nuo 0,4 A (visiškai atidarytas – žemas amortizatoriaus slopinimas) iki 1,6 A (visiškai uždarytas – aukštas slopinimas). Šio amortizatoriaus eksperimentiniai tyrimai atlikti *Tenneco Automotive Europe BVBA*. Amortizatorius išbandytas visame valdymo srovių, eigos greičių ± 2 m/s ir eigos nuo 6 iki 80 mm diapazone. Pateiktose kreivėse amortizatoriaus histerezė įvertinama atliekant išmatuotų verčių vidurkinimą. Sudarant šias kreives amortizatoriaus temperatūra išlaikyta rėžyje tarp 40 ir 50 °C.

Šios LUTs nėra tinkamos valdymo algoritmo užklausai įgyvendinti. Todėl reikia atlikti įvesties ir išvesties transformaciją taip, kad matuojant pakabos eigos greitį ir žinant valdymo jėgos poreikį F_d būtų gautas valdymo srovės dydis I. Valdymo srovei nustatyti atliekama atvirkštinė interpoliacija su apribojimais. Duomenų perdavimo schema pateikiama 2.11 pav.



2.11 pav. Amortizatoriaus valdymo srovės interpoliavimo schema
Fig. 2.11. Damper control current interpolation scheme

Iš duomenų (2.9, 2.10 pav.) kiekvienam amortizatoriui sudaromos tolydžiosios funkcijos $F = f(I, \Delta v)$, kurios užpildo tarpus tarp diskrečiųjų LUT verčių. Tuomet esant fiksuotoms Δv vertėms nustatoma srovė I_i, kuri užtikrina reikiamos jėgos vertę $Z_i = f(I_i, \Delta v)$. Gautos srovės išrikiuojamos didėjimo tvarka ir apribojamos: $0{,}4\text{ A} \leq I_i \leq 1{,}6\text{ A}$. Galiausiai atliekama atvirkštinė interpoliacija:

$$I_{rez} = I_i + (I_{i+1} - I_i)\frac{F_d - Z_i}{Z_{i+1} - Z_i} \;\rightarrow\; I_{rez} = f^{-1}(F, \Delta v). \tag{2.16}$$

Tokiu būdu matuojant esamą pakabos eigos greitį Δv ir žinant valdymo algoritmo užklausą F_d yra randama reikiama valdymo srovė I_{rez}. Papildomai įvedama sąlyga: $|F_d| \leq 10\ \text{N} \;\rightarrow\; I_{rez} = 0{,}4\ \text{A}$, kuri pašalina galimus srovės svyravimus dėl mažų valdymo jėgos užklausų. Apskaičiuota srovė kartu su Δv tiekiama į LUT ir gaunama tarpinė jėga F^*. Galutinė vieno amortizatoriaus generuojama jėga išreiškiama įvertinus perdavimo funkciją:

$$F_s = F^* \cdot \left(\frac{1}{0{,}0048\text{s}+1}\right). \tag{2.17}$$

Ši išraiška gauta iš pirmojo lygio tiekėjo. Ji sudaryta atliekant eksperimentinius tyrimus ir įvertinant amortizatoriaus išvesties jėgos vėlavimus bei dinamines ypatybes. Bendruoju atveju funkcija perteikia dinaminius aspektus tarp valdymo jėgos užklausos ir realios amortizatoriaus išvesties, nevertinant žemo lygio valdiklio. Funkcija tinkama taikyti visam valdymo srovių (nuo 0,4 A iki 1,6 A) ir pakabos eigos greičių ($\pm 2\ \text{m/s}$) diapazonui. Taikomos vienodos funkcijos tiek galiniam, tiek priekiniam amortizatoriui.

Aktyvios pavaros matematinį modelį sudaro EM komponentai – ašinio srauto elektros variklis (angl. *axial-flux motor*), reduktorius ir rutulinė sraigtinė pavara. Modeliuojamoje pakabos architektūroje EM pavara įrengiama lygiagrečiai su amortizatoriumi.

Elektros variklis modeliuojamas kaip simetrinė trifazė, tolygaus oro tarpo mašina su sinusiniu magnetinio lauko pasiskirstymu. Maksimali variklio galia yra 3 kW. Modelio įvestyje pateikiamos trifazės įtampos ir išorės apkrovos sukeltas sukimo momentas. Trijų statoriaus fazių įtampos lygtys (Devi et al., 2025):

$$v_a = Ri_a + \frac{d}{dt}\Psi_a,\ v_b = Ri_b + \frac{d}{dt}\Psi_b,\ v_c = Ri_c + \frac{d}{dt}\Psi_c, \tag{2.18}$$

čia i_a, i_b, i_c – fazių srovės, [A]; Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c – atitinkamų fazių magnetiniai srautai, [Wb]; R – varža, [Ω].

Siekiant taikyti dviejų vektorių modelį, būtina atlikti fazinių įtampų ir srovių pertvarkymus atliekant Clarke ir Parko transformacijas. Pradžioje fazės a, b, c pertvarkomos į α ir β. Atlikus Parko transformaciją dvifazė stačiakampė koordinačių sistema pakeičiama į besisukančią d, q koordinačių sistema:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}, \tag{2.19}$$

čia v_d, v_q – fazių įtampos d ir q ašyse, [V]; v_α, v_β – fazių įtampos α ir β ašyse, [V]; θ – kampas tarp koordinačių sistemų, [rad].

Atlikus transformacijas galima išreikšti įtampas ir sroves v_d, v_q, i_d, i_q, kurios taikomos variklio generuojamo sukimo momento formulėje:

$$T_e = \frac{3}{2}p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = \frac{3}{2}p(\Psi_M i_q + \left(L_d - L_q\right)i_d i_q, \tag{2.20}$$

čia $p = 6$ – polių porų skaičius; Ψ_d ir Ψ_q – koordinačių d ir q magnetiniai srautai, [Wb]; Ψ_M – nuolatinis rotoriaus magnetinis srautas, [Wb]; L_d ir L_q – koordinačių d ir q induktyvumai, [H].

Elektros variklio išvestis T_e per reduktorių (perdavimo skaičius $i = 1{,}67$) yra perduodama į rutulinę sraigtinę pavarą, kurioje sukamasis judėjimas keičiamas į slenkamąjį. Bendra sudarytos pavaros eiga yra 0,2 m, o išstūmimo ir sutraukimo greitis 0,15 m/s. Maksimali EM pavaros išvystoma jėga yra apribota iki ± 10 kN. Pateikiama bendroji lygčių sistema:

$$\begin{cases} I_m \cdot \ddot{\varphi}_1 = T_e - k_r(\varphi_1 - \varphi_2) - c_r(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2), \\ I_g \cdot \ddot{\varphi}_2 = k_r(\varphi_1 - \varphi_2) + c_r(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - T_g, \\ T_g = F \cdot r_{w1}, \\ I_p \cdot \ddot{\varphi}_3 = T_p - k_r(\varphi_3 - \varphi_4) - c_r(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4), \\ T_p = -F \cdot r_{w2}, \\ I_n \cdot \ddot{\varphi}_4 = k_r(\varphi_3 - \varphi_4) + c_r(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) - T_{ext}, \end{cases} \tag{2.21}$$

čia I_m, I_g, I_p, I_n – inercijos momentai, atitinkamai elektros variklio (m), reduktoriaus (r), rutulinės sraigtinės pavaros veleno (p) ir rutulinės sraigtinės pavaros veržlės (n), [kgm^2]; φ_i – atitinkamos grandies pasukimo kampas, [rad]; $\dot{\varphi}_i$ – atitinkamos grandies kampinis greitis, [rad/s]; $\ddot{\varphi}_i$ – atitinkamos grandies kampinis pagreitis, [rad/s^2]; k_r ir c_r – redukuotas pavarų standumas ir slopinimas; [N/m, Ns/m]; T_g ir T_p sukimo momentas ties atitinkama grandimi, [Nm]; F – jėga pavarų sankaboje, [N]; r_{wi} – efektyvieji perdavų spinduliai, [m]; T_{ext} – pasipriešinimo sukimo momentas, [Nm];

Dėl veikiančių sukimo momentų T_g ir T_p krumpliaračių centrų padėtys kinta. Papildomai šį efektą skatina gamybos netikslumai ir eksploatacinis išdilimas. Todėl modelyje atsižvelgiama į tarpašinio atstumo ir krumpliaračių laisvumo aspektus. Tarkime, jei pradinis centrų atstumas yra a, tai veikiančioje perdavoje jis tampa $a_1(t)$. Tokiu atveju taškų poslinkiai išilgai tiesės, kuri yra abiejų krumpliaračių pagrindinių apskritimų liestinė, apskaičiuojami (Skrickij & Kojis, 2026):

$$\begin{gathered} u_1 = r'_{w1} \cdot \varphi_2 - q_1 \cdot \sin(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + q_2 \cdot \cos(\kappa_1 - \kappa_{w1}), \\ u_2 = r'_{w2} \cdot \varphi_3 - q_3 \cdot \sin(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + q_4 \cdot \cos(\kappa_1 - \kappa_{w1}), \\ \rho = u_2 - u_1, \end{gathered} \tag{2.22}$$

čia κ_{w1} – kabinimosi kampas, κ_1 – orientacijos kampas, kuris nurodo pavaros išdėstymą plokštumoje, ρ – esamas pavarų poslinkis.

Tuomet gaunama jėga pavarų sankaboje:

$$F = -k \cdot \rho' - c \cdot \dot{\rho}', \tag{2.23}$$

čia c – slopinimo koeficientas tarp dviejų krumpliaračių; [Ns/m]; k – sukabinimo standumo koeficientas, kuris nustatomas pagal (Skrickij & Bogdevičius, 2010); [N/m];

Modelyje įvertinamas krumpliaratinės pavaros tarpašinio atstumo pokytis ir sukabinimo laisvumas (angl. *backlash*). Atitinkamai rutulinė sraigtinė pavara yra modeliuojama, atsižvelgus į laisvumą tarp sraigto ir veržlės. Tokiu būdu EM pavaros generuojama pakabos valdymo jėga išlieka artima nuliui, kol nekompensuojamas mechaninis sistemos laisvumas. Tai ypač svarbu, kai keičiasi jėgos kryptis, nes tai yra dažnas atvejis pakabos darbo cikle. Perdavų laisvumas įvertinamas:

$$\rho' = \begin{Bmatrix} \rho - \rho_0, jei\ \rho > \rho_0 \\ 0, \text{jei } -\rho_0 \le \rho \le \rho_0 \\ \rho + \rho_0, jei\ \rho < \rho_0 \end{Bmatrix}, \tag{2.24}$$

čia ρ_0 – pavaros laisvumas.

Ašiniai krumpliaračių poslinkiai:

$$\begin{gathered} m_1 \cdot \ddot{q}_1 = F \cdot \sin(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + F_{b1}, \\ m_1 \cdot \ddot{q}_2 = -F \cdot \cos(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + F_{b2} - m_1 \cdot g, \\ m_2 \cdot \ddot{q}_3 = -F \cdot \sin(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + F_{b3}, \\ m_2 \cdot \ddot{q}_4 = \mathrm{F} \cdot \cos(\kappa_1 - \kappa_{w1}) + F_{b4} - m_2 \cdot g, \end{gathered} \tag{2.25}$$

čia F_{bi} – jėgos guoliuose; [N].

Rutulinės sraigtinės pavaros būsenos vektorius apibrėžiamas:

$$x = [\, \theta_s, \omega_s, q_s, \dot{q}_s]^T, \tag{2.26}$$

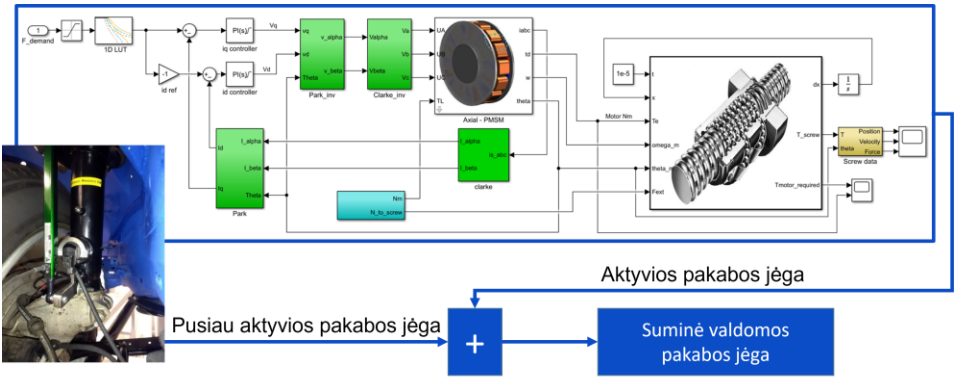
čia $\theta_s = \varphi_4$, $\omega_s = \dot{\varphi}_4$, q_s – pavaros veržlės poslinkis; [m]; $\dot{q}_s$ – pavaros veržlės greitis; [m/s]; Šios pavaros laisvumas įvertinamas analogiškai (2.24) išraiškai.

Pasipriešinimo jėgų sukeltas sukimo momentas apskaičiuojamas:

$$T_{ext} = F_{ext} \frac{p_s}{2\pi}, \tag{2.27}$$

čia $p_s = 0{,}0025$ – sraigtinės pavaros žingsnis; [m/aps]; F_{ext} – pasipriešinimo jėga, gaunama iš IPG *CarMaker* modeliavimo aplinkos; [N].

Bendroji EM pavaros matematinio modelio ir jo integravimo su pusiau aktyviu pakabos amortizatoriumi schema pateikiama 2.12 pav.



2.12 pav. EM pavaros matematinis modelis MATLAB/*Simulink* aplinkoje
Fig. 2.12. EM actuator mathematical model in MATLAB/*Simulink* environment

Naudojant EM pavaros matematinį modelį, užregistruotas jėgos užklausas ir EM pavaros išvesties jėgą bei dedikuotą MATLAB sistemos identifikavimo paprogramę (angl. *System Identification App*) sudaryta EM pavaros perdavimo funkcija. Identifikuojant taikytos kraštinės sąlygos apima $\pm$ 10 kN jėgos apribojimą ir $\pm$ 2 m/s pakabos eigos greičio rėžį. Sudaryta funkcija gali būti naudojama atliekant pirminį matematinį modeliavimą:

$$G_{EM} = \left(\frac{1}{0{,}002s+1}\right). \tag{2.28}$$

Kadangi aktyvi EM pavara veikia lygiagrečiai su pusiau aktyviu amortizatoriumi, visais atvejais prioritetas yra skiriamas amortizatoriui. Maksimalios pusiau aktyvios pakabos momentinės energijos sąnaudos yra 20 W, o aktyvios pakabos su EM pavara gali siekti iki 3 kW – vienam ketvirčiui. Dėl šios priežasties visų naudojamų valdymo algoritmų užklausa pirmiausia realizuojama pusiau aktyvia pakaba, o likusi dalis kompensuojama EM pavara.

Taigi, sudaryti hibridinės architektūros elementų matematiniai modeliai toliau naudojami valdymo algoritmams testuoti. Atliekant skaitinį modeliavimą, pusiau aktyvaus amortizatoriaus veikimas aprašomas pagal 2.11 pav. pateiktą logiką. Jo išvestis kombinuojama su EM pavaros išvestimi pagal nurodytą schemą (2.12 pav.). HIL sąsajos metu į galinio kairiojo (GK) rato pusiau aktyvaus amortizatoriaus modelį siunčiami realių matavimų duomenys: pakabos eigos greitis ir išmatuota valdymo srovė. Tokiu būdu slopinimo charakteristikos priklauso nuo realių matavimų. EM pavara visais atvejais yra modeliuojama taikant detalų pavaros matematinį modelį ir, atsižvelgus į TP matematinio modelio būsenos parametrus, generuoja pridėtinę pakabos valdymo jėgą.

2.4. Transporto priemonės modeliavimo aplinka

Sudarytas visos TP matematinis modelis yra testuojamas pasitelkus MATLAB/*Simulink* ir IPG *CarMaker* programinę įrangą. Kadangi TP važiavimo komforto įverčiai priklauso nuo kelio nelygumų ir kraštinių važiavimo sąlygų, ypač svarbu apibrėžti TP aplinkos ir važiavimo stiliaus modeliavimą.

Kaip nurodyta prielaidose – kelio geometrija yra modeliuojama pagal (ISO 8608:2016) standartą, o dirbtiniai kelio nelygumai aprašomi pagal (Viešoji įstaiga Transporto kompetencijų agentūra, 2024) rekomendacijas. Toliau pateikiama metodika, pagal kurią sudaromi kelio nelygumai, atitinkantys ISO 8608:2016 kelio klases, taip pat pateikiamas naudotų dirbtinių kelio nelygumų sąrašas bei geometrinės ypatybės.

Pagal literatūroje pateikiamą metodiką (Lenkutis et al., 2020; Zhou, 2013), MATLAB/*Simulink* aplinkoje naudojant apribotos dažnių juostos baltojo triukšmo bloką su numatytais parametrais: triukšmo galia – 0,1 ir diskretizacijos žingsnis – 0,1, generuojamas atsitiktinis signalas. Taikant sudaryto signalo transformaciją, galima modeliuoti kelio dangas pagal ISO 8608:2016. Pagal standartą erdvinis PSD apibrėžiamas naudojant $G_q(n)$ parametro vertę, kuri atitinka konkrečią kelio dangos klasę:

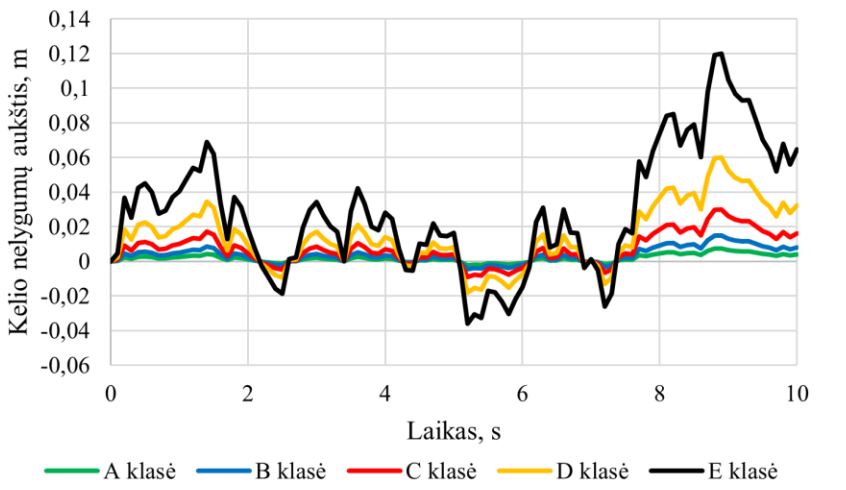
- A – $G_q(n) = 16 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$; B – $G_q(n) = 64 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$;
- C – $G_q(n) = 256 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$; D – $G_q(n) = 1024 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$;
- E – $G_q(n) = 4096 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$; F – $G_q(n) = 16384 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}^3$.

Tikslingam kelio dangos modeliavimui būtina įvertinti TP važiavimo greitį. Šiam tikslui taikomas baltojo triukšmo žemojo dažnio filtras su ribine dažnio verte $f_0 = 0$ bei Laplaso transformacija ir gaunama perdavimo funkcija:

$$\frac{q(s)}{w(s)} = \frac{2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0) v}}{s + 2\pi f_0}, \tag{2.29}$$

čia $n_0 = 0{,}1$ – etaloninis erdvinis dažnis, $[\mathrm{m}^{-1}]$; v – TP važiavimo greitis, $[\mathrm{m/s}]$; $q(s)$ – atsitiktinis kelio paviršiaus žadinimas s skalėje; $w(s)$ – baltasis triukšmas s skalėje.

Tokiu būdu baltojo triukšmo signalas yra kiekvienu laiko momentu integruojamas, dauginamas iš nurodytos perdavimo funkcijos, kurios išvestyje gaunamas kelio paviršiaus žadinimas, atitinkantis norimą ISO 8608:2016 klasę (2.13 pav.). Kadangi F–H klasės kelio dangos labiau atitinka bekelę, jos nėra modeliuojamos.



2.13 pav. Kelio klasių pagal ISO 8608:2016 modeliavimas
Fig. 2.13. Road classes modelling based on ISO 8608:2016

Sudarytas kelio nelygumų sąrašas pateikiamas 2.4 lentelėje. Rinkinys sutelktas į vertikaliąją TP dinamiką, todėl apima įvairius kelio nelygumus. Sugeneruoti scenarijai užtikrina tiek pirminio, tiek antrinio važiavimo komforto reiškinių aktyvavimą.

2.4 lentelė. Naudojamas TP važiavimo komforto testų rinkinys
Table 2.4. List of used test roads for vehicle ride comfort testing

Pavadinimas	Nelygumų geometrija	Važiavimo greitis
Trapecijos formos greičio mažinimo kalneliai ir iškiliosios pėsčiųjų perėjos	Nuolydis $i = 1{:}6 - 1{:}40$. Aukštis $h = 0{,}08 - 0{,}12$ m. Plokštumos ilgis $b = 3 - 6$ m.	≤ 50 km/h
Sinusoidės formos greičio mažinimo kalneliai	Aukštis $h = 0{,}08 - 0{,}12$ m. Bendras ilgis $b = 2 - 12$ m.	≤ 50 km/h
Sinusoidinės bangos formos kelio profilis	Amplitudė $A = 0{,}01$ m. Bangos ilgis $0{,}37 - 36{,}11$ m. Žadinimo dažnis $1 - 15$ Hz.	20, 50, 70, 90, 110,130 km/h

2.4 lentelės pabaiga

Pavadinimas	Nelygumų geometrija	Važiavimo greitis
Apskritiminės formos greičio mažinimo kalneliai	<u>*Siauri*</u>: aukštis $h = 0{,}05$ m, plotis $b = 0{,}5 - 0{,}9$ m. <u>Platūs</u>: aukštis $h = 0{,}08 - 0{,}1$ m, plotis $b = 3{,}7 - 4$ m.	≤ 30 km/h
Dalinės trapecinės formos greičio mažinimo kalneliai (galimas asimetrinis išdėstymas)	Nuolydis $i = 1{:}10 - 1{:}30$. Aukštis $h = 0{,}08$ m. Plokštumos ilgis $b = 3{,}5 - 3{,}7$ m.	≤ 50 km/h
Trapecinės ir sinusoidinės bangos formos duobės	Gylis $h = 0{,}01 - 0{,}09$ m. Nuolydis $i = 1{:}6 - 1{:}24$.	≤ 50 km/h
	Amplitudė $A = 0{,}01 - 0{,}09$ m. Bangos ilgis $0{,}1 - 5$ m.	≤ 50 km/h

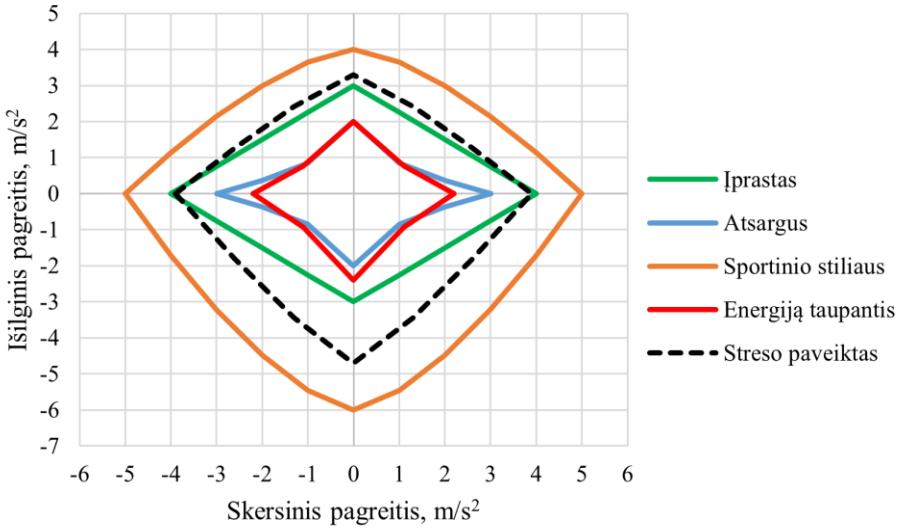
Šalia labiau apibrėžtų ir standartizuotų kelio nelygumų papildomai naudojamos trinkelėmis ir akmenimis grįstos dangos, kurios į IPG *CarMaker* įvedamos per ASAM *Open*CRG formatą. Tai IPG *CarMaker* bibliotekoje esantys realių kelio dangų matavimai, atlikti taikant lazerinį skenavimą arba LiDAR technologiją, kurie importuojami į vykdomą modeliavimą.

Atliekant važiavimo testus, kurių kraštinės sąlygos reikalauja aukšto važiavimo greičio (≥ 80 km/h) ir kurie skirti TP valdomumui įvertinti, laikoma, kad kelio paviršius yra lygus su pastoviu trinties koeficientu. Papildomai nevertinamas skersine ar išilgine kryptimi pučiantis vėjas ir krituliai. IPG *CarMaker* įgalina vertikalųjį ir horizontalųjį kelio ženklinimą bei kitų bendrųjų kelių infrastruktūros elementų įvedimą. Sudarius kelio bei trasos geometriją, toliau apibrėžiama TP judėjimo trajektorija. Bendruoju atveju judėjimo trajektorija yra važiuojamosios dalies centrinė linija, tačiau galima įvesti individualias trajektorijas.

Įvairūs testai atliekami tiek naudojant iš anksto apibrėžtus TP valdymo signalus (vairaračio pasukimas), tiek taikant vairuotojo matematinį modelį. Toks testavimas (angl. *Closed- and open-loop testing*) įgalina AV esminių charakteristikų įvertinimą. Papildomai įvertinamas pereinamojo laikotarpio, kai aktyvus TP vairuotojas, efektyvumas ir bendras valdymo patikimumas abiem atvejais.

Vairuotojo veiksmų ir vairavimo stiliaus parametrizavimo vedlys IPG *CarMaker* programinėje įrangoje leidžia modeliuoti žmogaus įvesties signalus į TP

valdymo įtaisus. Tai ypač svarbu atliekant uždarojo ciklo testavimą, kai vairuotojas gali įvesti TP trajektorijos ir važiavimo greičio korekcijas. Vairuotojo modelis generuoja vairo pasukimo, stabdymo bei traukos sistemos valdymo įvestis. Atliekant modeliavimą atsižvelgiama į įvairius delsos šaltinius, atsirandančius dėl žmogaus reakcijos laiko ar dėmesio lygio. Šių ir kitų parametrų visumą apibrėžia vairuotojo tipas (2.14 pav.).

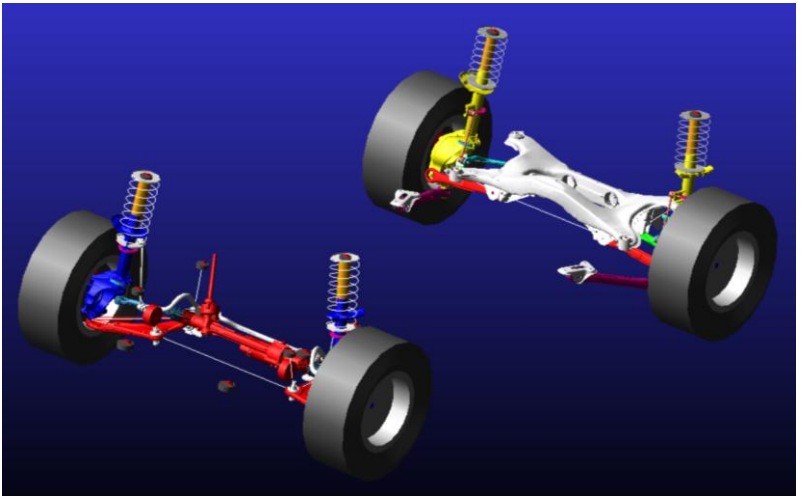


2.14 pav. TP vairuotojo parametrizavimo kreivės
Fig. 2.14. Vehicle driver parameterisation curves

Kiekvienas tipas aprašomas kraštinėmis sąlygomis, įskaitant skersinio ir išilginio pagreičio apribojimus, važiavimo greitį, kurį vairuotojas gali pasiekti, bei trajektorijos sekimo pobūdį, nurodant leidžiamąsias nuokrypių ribas. Jei atitinkamų pagreičių ribos nustatomos netinkamai, vairuotojas tampa pernelyg atsargus ir nepasiekia ekstremalių bandymo sąlygų. Priešingai, jei šios ribos nustatomos per arti sukibimo ribos, TP praranda stabilumą ir nesugeba išlaikyti trajektorijos bei išvažiuoja iš trasos. Papildomai, programinė įranga įgalina vairuotojo modelio adaptavimą konkrečiai TP, kuris realizuojamas atliekant numatytų bandymų rinkinį. Važiavimo komforto testų metu taikomas įprastas vairuotojo modelis, TP valdomumo manevrų metu – sportinio stiliaus.

Papildomas testavimas atliekamas MSC ADAMS aplinkoje, kurioje vertinamas pakabos ir padangos darbas, suvedimo ir išvirtimo kampų poveikis TP dinamikai, skaičiuojamas valdymo jėgos poreikis bei atliekamas pakabos kinematikos ir paslankumo LUTs sudarymas. Modeliavimo metu naudojami tie patys TP parametrai (2.3 lentelė, 2.3, 2.4 pav.) ir *FTire* padangos modelis. Tokiu būdu atliekamas pakabos ir visos TP modeliavimas. Kiekvienam iš pakabos elementų yra

priskiriamos masės ir inercijos (I_x, I_y, I_z) savybės, naudojama tiksli pakabos komponentų geometrija, kuri atitinka *Range Rover Evoque* (2.15 pav.).



2.15 pav. TP modelis MSC ADAMS aplinkoje
Fig. 2.15. Vehicle model in the MSC ADAMS environment

MSC ADAMS aplinkoje valdymo algoritmai nėra realizuojami, prieš manevrą įvedami statiniai suvedimo ir išvirtimo kampų pokyčiai bei stebimas TP atsakas. Testų metu modeliuojamas lygus kelio paviršius su pastoviu trinties koeficientu. Vairuotojas nėra modeliuojamas, TP atlieka iš anksto aprašytą manevrą su pastoviu važiavimo greičiu bei vairaračio pasukimo kreive – AV.

Disertacijos 1.4 poskyryje pateikiamas platus važiavimo komforto ir TP valdomumo įvertinimo metrikų sąrašas. Kadangi pagrindinis tyrimų tikslas yra TP važiavimo komforto pagerinimas, prioritetas skiriamas būtent šioms objektyvioms metrikoms. Analizuojamose metrikose (1.3 lentelė) dominuoja vertikalusis amortizuojamos masės pagreitis ir įvairios šio pagreičio įvertinimo metodikos. Remiantis kitų mokslininkų atliktais tyrimais (Mansfield & Griffin, 2000; Forta et al., 2009; Gräbe et al., 2020), nustatyta, kad komforto įverčiai, pagrįsti tiek vertikaliojo pagreičio RMS svertine verte, tiek suminio pagreičio ir sukimosi apie ašis intensyvumu, artimai sutampa. Dėl šios priežasties nuspręsta, kaip pagrindinę važiavimo komforto įvertinimo metriką naudoti vertikaliojo pagreičio RMS vertę. Taip pat naudojami tiksliniai rodikliai iš 1.3 lentelės ir C priedo. Papildomai, vykdant tarptautinius mokslinius projektus ir atliekant mokslines stažuotes pas industrinius partnerius, įgyta žinių apie praktikoje taikomus įvertinimo kriterijus. Galutinis taikomų kriterijų rinkinys su paaiškinimais pateikiamas 2.5 lentelėje.

2.5 lentelė. TP pakabos veiksmingumo įvertinimo metrikos
Table 2.5. Criteria for vehicle suspension performance evaluation

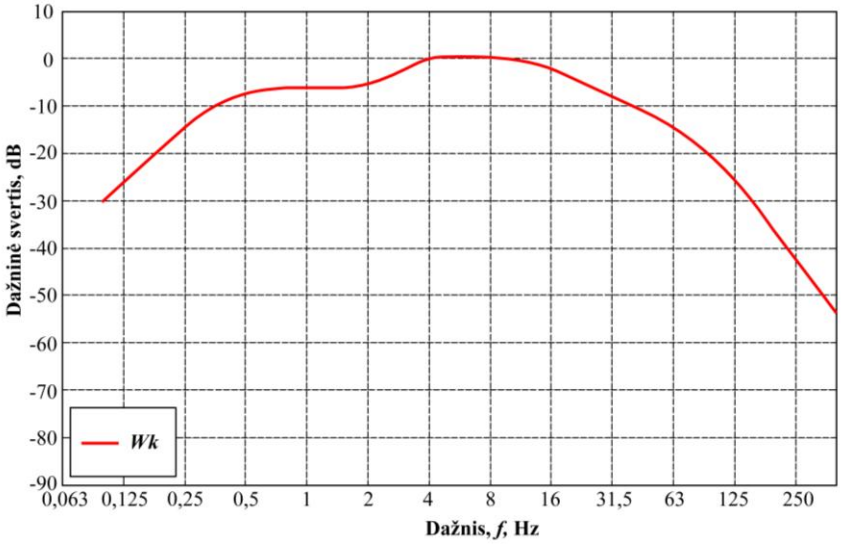
Objektyvus kriterijus	Matavimo vienetai
Vertikaliojo pagreičio RMS vertė $a_{z,RMS}$ – skaičiuojama RMS vertė lyginama su 1.3 lentelėje ties 8 rodikliu pateiktais rėžiais.	$[\mathrm{m/s^2}]$
Vertikaliojo pagreičio RMS dažninė svertis $a_{z,Wk}$ – svertis atliekama pagal ISO 2631-1:1997 filtro aproksimaciją.	$[\mathrm{m/s^2}]$
Vertikaliojo pagreičio kitimo sparta – maksimali ir RMS vertės.	$[\mathrm{m/s^3}]$
Žmogaus jautrumo ribos – taikomos (Gräbe et al., 2020) ribos, nusakančios keleivių procentinę dalį, kuri pajus $a_{z,RMS}$ pokytį: 25 % keleivių – lygus kelias: 0,046; nelygus kelias: 0,055; 50 % keleivių – lygus kelias: 0,062; nelygus kelias: 0,082; 75 % keleivių – lygus kelias: 0,074; nelygus kelias: 0,125.	$[\mathrm{m/s^2}]$
TP skersinis pagreitis – maksimali ir RMS vertės.	$[\mathrm{m/s^2}]$
TP sukimosi greitis apie vertikalią ašį – maksimali ir RMS vertės.	$[°/\mathrm{s}]$
Posvyrio kampo apie išilginę TP ašį vertė – maksimali ir RMS vertės.	[°]
Posvyrio kampo apie išilginę TP ašį vertė – maksimali ir RMS vertės	[°]
Pavarų energijos sąnaudos – vertinamos suminės ir momentinės.	[W]

Pateikti įverčiai skaičiuojami pagal 1.3 lentelėje ir C priede nurodytas formules bei kitas bendrąsias statistines formules, pavyzdžiui, RMS.

ISO 2631-1:1997 standarte pateikiama tik dažninės sverties (Wk) kreivė (2.16 pav.), tačiau nėra nurodomi skaitiniai filtrų koeficientai. Dėl šios priežasties naudojama (Wk) kreivės aproksimacija su trečiosios eilės perdavimo funkcija, kuri pateikta literatūros šaltinyje (Zuo & Nayfeh, 2003):

$$Wk(s) = \frac{80{,}03s^2+989{,}0s+0{,}02108}{s^3+78{,}92s^2+2412s+5614}. \tag{2.30}$$

Tokiu būdu manevro metu užfiksuotas amortizuojamos masės vertikalusis pagreitis siunčiamas į perdavimo funkciją (2.30), o išvesties signalas toliau apdorojamas apskaičiuojant RMS vertę.

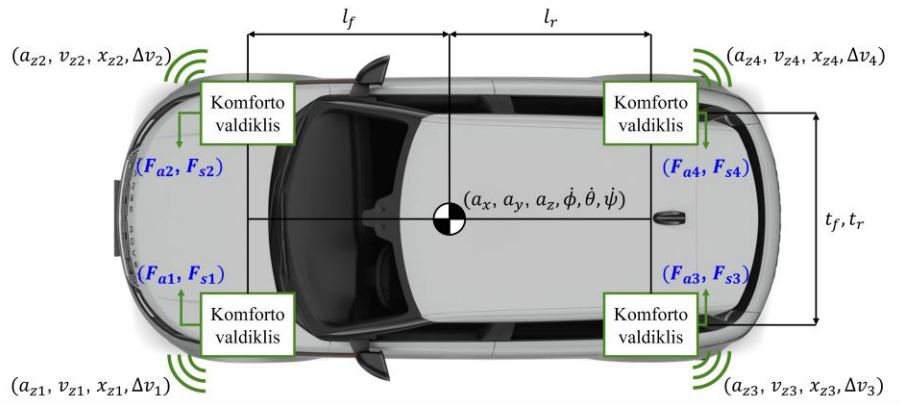


2.16 pav. ISO 2631-1:1997 dažninės sverties (Wk) kreivė
Fig. 2.16. ISO 2631-1:1997 frequency weighting curve (Wk)

Kaip matyti iš pateiktos kreivės (2.16 pav.), didžiausi svoriniai koeficientai priskiriami būtent kritinių dažnių rėžiui 4–8 Hz. Taip užtikrinamas tikslingas vibracijų dažnio izoliavimas ir poveikio įvertinimas.

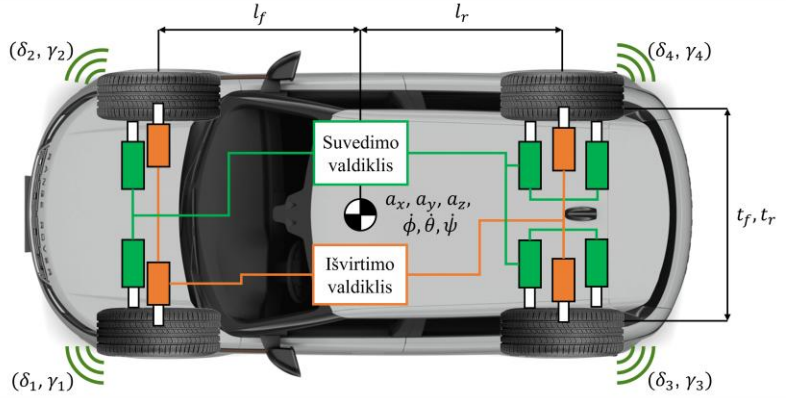
2.5. Valdymo algoritmų įdiegimas matematiniame modelyje

Pakabos valdymo algoritmai testuojami tiek su TP ketvirčio, tiek su visos TP matematiniais modeliais. Vienam TP ketvirčiui valdyti taikomas vienas aukšto lygio valdiklis (angl. *high-level controller*), kuris matuoja tikslinius parametrus ir apskaičiuoja bei generuoja pusiau aktyvios F_s ir aktyvios F_a pakabos valdymo jėgos užklausą. Ši užklausa siunčiama į atitinkamų pavarų žemo lygio valdiklius (angl. *low-level controller*), kurie užtikrina jėgos generavimą. Priklausomai nuo testuojamo valdymo algoritmo įvesties parametrai gali skirtis, tačiau bendruoju atveju naudojami 4 amortizuojamos masės vertikaliojo pagreičio jutikliai, 4 pakabos eigos jutikliai bei IMU blokas. Amortizuojamos masės pagreičio jutikliai pozicionuojami ties statramsčių tvirtinimo vietomis, o pakabos eigos jutikliai tvirtinami lygiagrečiai su amortizatoriumi arba kitoje vietoje tarp amortizuojamos ir neamortizuojamos masės. Papildomai gali būti naudojami 4 neamortizuojamos masės vertikaliojo pagreičio jutikliai. Aukšto lygio valdymo algoritmų realizavimo schema pateikiama 2.17 pav.



2.17 pav. TP pakabos valdymo algoritmų įdiegimo schema
Fig. 2.17. Implementation scheme of vehicle suspension control algorithms

Ratų pozicionavimo sistemos valdymas įgyvendinamas pasitelkus visos TP matematinį modelį, papildomai naudojant TP vienvėžį matematinį modelį. Ratų suvedimo kampų keitimas atliekamas taikant vieną aukšto lygio valdiklį, kuris priklausomai nuo TP parametrų įveda papildomus suvedimo kampus. Analogiškai atliekamas ratų išvirtimo kampų reguliavimas. Bendroji ratų pozicionavimo sistemos įdiegimo schema į TP matematinį modelį pateikiama 2.18 pav.



2.18 pav. TP ratų pozicionavimo sistemos algoritmų įdiegimo schema
Fig. 2.18. Implementation scheme of wheel positioning control algorithms

Apibrėžus valdiklių kiekį ir įdiegimo tvarką toliau pateikiami sukurti ir naudojami valdymo algoritmai, jų derinimo procedūros, valdymo dėsniai ir taikymo ypatybės. Algoritmų valdymo dėsniai išdėstomi atsižvelgus į 1.3 poskyryje sudarytą klasifikaciją. Visų pirma pateikiami pakabos valdymo algoritmai.

Atliekamuose tyrimuose naudojami klasikiniai pakabos valdymo algoritmai. Pagrindinė jų taikymo priežastis yra palyginimas su sukurtais valdymo algoritmais. Modeliavimo metu taikomas bazinis *Skyhook* algoritmas:

$$F_{Sky} = \begin{cases} C_{min}\Delta v, & jei\ v_s\Delta v \le 0, \\ C_{max}\Delta v, & jei\ v_s\Delta v) > 0, \end{cases} \quad (2.31)$$

čia $C_{min} = 800$ Ns/m – minimalus slopinimo koeficientas, C_{max} 3500 Ns/m – maksimalus slopinimo koeficientas, v_s – amortizuojamos masės vertikalusis greitis, v_u – neamortizuojamos masės vertikalusis greitis, $\Delta v = v_s - v_u$ – greičių skirtumas. Praktikoje *Skyhook* yra derinamas su *Groundhook* metodu, todėl pateikiama valdymo logika:

$$F_{Ground} = \begin{cases} C_{min}\Delta v, & jei\ -v_u\Delta v \le 0, \\ C_{max}\Delta v, & jei\ -v_u\Delta v) > 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

Literatūroje siūlomas *Skyhook* ir *Groundhook* sujungimo dėsnis:

$$F_{Hyb} = (1-\alpha)F_{Sky} + \alpha \cdot F_{Ground}, \quad (2.33)$$

čia $\alpha \in [0,1]$ – parametras, kuris nusako *Skyhook* – F_{Sky} ir *Groundhook* – F_{Ground} proporciją. Parametras α priklauso nuo TP skersinio pagreičio. Kai pagreitis yra mažas $\le 2{,}0\ m/s^2$, taikomas *Skyhook* algoritmas, pagreičiui peržengus šią vertę algoritmas sklandžiai persijungia į *Groundhook* strategiją.

Šalia šių algoritmų taikomas industrijoje pristatytas *Triple Skyhook* valdymas (tSH), kurio dėsnis bendruoju atveju aprašomas lygtimi:

$$F_{tSH} = \alpha_{(s)} \cdot (m_s\ddot{x}_1 + c_s\dot{x}_1 + k_s x_1), \quad (2.34)$$

čia m_s – TP ketvirčio amortizuojama masė, c_s – slopinimo derinimo koeficientas, k_s – standumo derinimo koeficientas, $\alpha_{(s)}$ – išankstinės korekcijos filtras.

tSH valdymo įdiegimui reikalingas trijų būsenos parametrų registravimas. Dėl šios priežasties esami jutiklių signalai yra integruojami ir diferencijuojami. Fizinių jutiklių signalai yra triukšmingi ir matematiniai veiksmai su tokiais signalais sukelia matuojamo dydžio poslinkius (angl. *bias*) bei signalo dreifą. Šie neigiami aspektai yra pašalinami pritaikius išankstinės korekcijos filtrą:

$$\alpha_{(s)} = \alpha_0 \cdot \frac{\omega_{LP}}{s+\omega_{LPF}} \cdot \frac{s}{s+\omega_{HPF}}, \quad (2.35)$$

čia α_0 – pagrindinis valdymo stiprinimo koeficientas, ω_{LPF} – žemojo dažnio filtro ribinis kampinis dažnis (rad/s), naudojamas aktyviojo elemento pralaidumui modeliuoti ir bendram stabilumui užtikrinti, ω_{HPF} – aukštojo dažnio filtro ribinis kampinis dažnis (rad/s), skirtas matuojamo dydžio poslinkio, dreifo ir kelio dangos nuolydžio poveikiui slopinti. Tyrimo metu naudojami tSH parametrai pateikiami 2.6 lentelėje.

2.6 lentelė. tSH valdymo algoritmo parametrai
Table 2.6. tSH control parameters

Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė
m_{s_priek}	542,5 kg	ω_{LPF}	125,68 rad/s	ω_{HPF}	3,142 rad/s
m_{s_gal}	465,8 kg	c_{s_priek}	5000 Ns/m	c_{s_gal}	5000 Ns/m
k_{s_priek}	88 000 N/m	k_{s_gal}	65 230 N/m	α_0	1

Papildomai vertikaliajam pakabos valdymui taikomos kelios PID variacijos. Šios PID konfigūracijos parinktos dėl aiškaus įdiegimo ir plataus taikymo industrijoje. Kiekvienam valdikliui grįžtamojo ryšio signalas parinktas atsižvelgus į fizikinę prasmę. Bendrasis PID valdymo dėsnis užrašomas tokiu pavidalu (Çelik et al., 2026):

$$F_{PID} = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t)dt + K_D \frac{de(t)}{dt}, \tag{2.36}$$

čia K_P, K_I, K_D – derinimo koeficientai, atitinkamai proporcinis, integralinis ir diferencialinis; $e(t)$ – užfiksuotas nuokrypis tarp sistemos atsako ir etaloninės būsenos; F_{PID} – PID valdiklio sugeneruotas valdymo signalas.

Modeliavimo metu realizuotos PID(V) ir PI(A) valdymo konfigūracijos. PID(V) metu naudojamas pagrindinis grįžtamojo ryšio signalas yra amortizuojamos masės vertikalusis greitis. Parenkama etaloninė šio dydžio vertė – 0 ir kiekvienu laiko momentu skaičiuojamos proporcinės, integralinės ir diferencialinės būsenos dedamųjų paklaidos. PI(A) atveju grįžtamojo ryšio signalas yra amortizuojamos masės vertikalusis pagreitis, kurio etaloninė vertė taip pat prilyginama nuliui. Naudojami PID konfigūracijų parametrai, nustatyti su MATLAB/*Simulink* įrankiais (angl. *Control System Designer App*), pateikiami 2.7 lentelėje.

Atsižvelgus į pirmojo skyriaus literatūros analizę, išvadas ir 2.1 poskyryje nurodytą darbo metodinį planą, toliau apibrėžiami slankiojo režimo valdymo algoritmai. SMC metodai pasirenkami dėl šiame darbe analizuojamos aktyviųjų elementų delsos, būsenos parametrų matavimo triukšmo, kelio paviršiaus žadinimo ir neamortizuojamos bei amortizuojamos masės neapibrėžtumų. Taip pat testuojant ir modifikuojant skirtingus SMC metodus vykdomas mokslinės spragos užpildymas ir ieškomas patikimas būdas išlaikyti SMC privalumus pašalinant būdingus būsenos svyravimus. Tarp įvairių SMC metodų atliekama palyginamoji analizė ir tik geriausius rezultatus pateikusios strategijos yra realizuojamos pasitelkus visos TP matematinį modelį. Pirminis įdiegimas atliekamas pritaikius TP pakabos ketvirčio matematinį modelį.

2.7 lentelė. PID ir PI pakabos valdymo algoritmų parametrai
Table 2.7. Variables for PID and PI suspension control algorithms

Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė
PID(V) (amortizuojamos masės vertikalusis greitis)			
Priekis	Ketvirtis / visa TP	Galas	Ketvirtis / visa TP
K_P	10003	K_P	8002,39
K_I	112 503,83	K_I	90 003,07
K_D	132,96	K_D	106,38
PI(A) (amortizuojamos masės vertikalusis pagreitis)			
K_P	357,83	K_P	369,50
K_I	3906,11	K_I	2898,32

Praktiniam FOSM realizavimui ekvivalentinis valdymas turi būti derinamas su netolydžiuoju perjungimo dėsniu, kuris pritraukia sistemą prie paviršiaus. Parenkamas slydimo paviršius, kuris aprašomas lygtimi:

$$\sigma = (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + c(x_1 - x_{1d}), \tag{2.37}$$

čia $c = 2\ \mathrm{s}^{-1}$ – koeficientas, nulemiantis būsenos kintamųjų prioritetą, $x_{2d} = 0$ ir $x_{1d} = 0$ – norimos būsenos parametrų vertės.

Siekiant gauti ekvivalentinio valdymo dėsnį slydimo paviršiaus išvestinė yra prilyginama 0. Pertvarkius gaunama ekvivalentinio valdymo dedamoji:

$$F_{EQ} = k_s(x_1 - x_2) + c_s(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - m_s c\dot{x}_1, \tag{2.38}$$

čia $m_s c\dot{x}_1$ – virtuali dedamoji, užtikrinanti pageidaujamą paklaidos dinamiką. Ekvivalentinis valdymas nėra pakankamas tikslingam sistemos veikimui, nes realioje TP įvairūs parametrai kinta ir egzistuoja neapibrėžtumai. Dėl šios priežasties kompensuoti nežinomam išorės poveikiui ir matuojamų parametrų netikslumui taikomas perjungimo dėsnis:

$$F_{SMC} = -Km_s\mathrm{sign}(\sigma), \tag{2.39}$$

čia K – valdymo koeficientas, $K \geq D_{max}$ – maksimali trikdžio vertė. Yra gaunamas bendrasis FOSM valdymo dėsnis:

$$F_{FOSM} = F_{EQ} + F_{SMC}. \tag{2.40}$$

2.39, 2.40 lygtyse K koeficientas turi matavimo vienetus $\mathrm{m/s^2}$. Stiprinimo koeficiento vertė turi būti pakankama nežinomiems trikdžiams kompensuoti, nes žinomi trikdžiai jau yra įvertinti per F_{EQ}. TP pakabos sistemoje nežinomi trikdžiai

kyla dėl amortizuojamos masės pokyčio, slopinimo, standumo bei būsenos parametrų (x_1-x_2) ir $(\dot{x}_1-\dot{x}_2)$ matavimų tikslumo. Atsižvelgus į TP ir naudotos matavimų įrangos specifikacijas daromos tokios prielaidos: vieno ketvirčio amortizuojamoji masė gali kisti 30 %, būsenos parametrai, standumas ir slopinimas išmatuoti su 10 % paklaidomis. Gaunami šie lygčių deriniai:

$$\begin{gathered} K_{ms} \approx \Delta m_s c x_2 \approx 0{,}30 \cdot 2 \cdot 2 \approx 1{,}20\ \mathrm{m/s^2}, \\ K_{cs} \approx \Delta c_s |\dot{x}_1 - \dot{x}_2| / m_s \approx 0{,}1 \cdot 800 \cdot 2/465{,}8 \approx 0{,}34\ \mathrm{m/s^2}, \\ K_{ks} \approx \Delta k_s |x_1 - x_2| / m_s \approx 0{,}1 \cdot 65320 \cdot 0{,}2/465{,}8 \approx 2{,}80\ \mathrm{m/s^2}, \\ \text{Galinė ašis } - \ K_{max} = 4{,}34\ \mathrm{m/s^2};\ \text{Priekinė } - \ K_{max} = 4{,}73\ \mathrm{m/s^2}, \end{gathered} \tag{2.41}$$

čia $\dot{x}_1$ ir $|\dot{x}_1 - \dot{x}_2| = 2\ \mathrm{m/s}$ dėl nustatyto maksimalaus pakabos eigos greičio, $|x_1 - x_2| = 0{,}20\ \mathrm{m}$ nustatyta maksimali pakabos eiga.

Sudarytas FOSM užtikrins sistemos stabilumą ir slydimo paviršiaus kintamųjų asimptotinį konvergavimą į nulį, tačiau aukšto dažnio perjungimo dėsnis sukels aktyviojo elemento būsenos svyravimus. Pastarasis neigiamas aspektas yra būdingas visiems SMC metodams. Atsižvelgus į 1.3 poskyryje pateiktus SMC būsenos svyravimo sumažinimo metodų trūkumus ir ypatybes disertacijoje siūloma kvadratinės ribinės funkcijos adaptacija – BFA.

Tikslingam ribinių funkcijų taikymui būtina nustatyti mažiausią leidžiamąją paklaidos vertę ε tarp slydimo paviršiumi apibrėžtos būsenos ir esamos sistemos būsenos. Šios vertės skaičiavimas priklauso nuo taikomos ribinės funkcijos formos (Obeid et al., 2018; Laghrouche et al., 2021; Ovalle et al., 2026):

$$\begin{gathered} \varepsilon > \tau + (1 + \mathrm{U}_m)^2 \ - \ \text{klasikinė funkcija}, \\ \varepsilon > 2\tau U_m \ - \ \text{kvadratinė funkcija}, \end{gathered} \tag{2.42}$$

čia $\tau(s) = 0{,}001$ – naudojamas diskretizacijos žingsnis, U_m – maksimali valdymo koeficiento vertė.

Priešingai nei klasikinė ribinė funkcija (Obeid et al., 2018; Laghrouche et al., 2021), kuriai iš anksto apibrėžtoms veikimo charakteristikoms ε pasiekti reikalingi neribotai didėjantys stiprinimo koeficientai, BFA suformuota atsižvelgiant į aktyviųjų elementų prisotinimo apribojimus. Taip pat dėl savo matematinės struktūros ji užtikrina, kad stiprinimo koeficientai slydimo paviršiaus koordinatės pradžioje būtų lygūs nuliui nepriklausomai nuo parametro ε reikšmės. Tokiu būdu valdomoms sistemos būsenoms priartėjus prie etaloninės reikšmės per $(-\varepsilon;\ \varepsilon)$, valdymo stiprinimo koeficientai sklandžiai sumažėja iki nulio. Apskaičiavus arba eksperimentiniu būdu nustačius ε vertę aktyviojo elemento būsenos svyravimai yra pašalinami. Svarbu suprasti, kad, taikant ribinę funkciją, valdoma sistemos būsena gali nukrypti nuo slydimo paviršiaus, tačiau ne daugiau nei per ε vertę. Kadangi išlaikomas klasikinis $\mathrm{sign}(\sigma)$ perjungimo dėsnis, bet kokie didesni nuokrypiai yra kompensuojami SMC. Pateikiama BFA išraiška:

$$K(\varepsilon) = \begin{Bmatrix} U_m, kai\ \sigma\ \epsilon\ (-\infty, -\varepsilon] \\ \frac{U_m}{\varepsilon^2}\sigma^2, kai\ \sigma\ \epsilon\ (-\varepsilon, +\varepsilon) \\ U_m, kai\ \sigma\ \epsilon\ [\varepsilon, +\infty) \end{Bmatrix}. \quad (2.43)$$

Sudaryta ribinė funkcija naudojama ir su kitais slankiojo režimo valdymo metodais. FOSM BFA atveju taikoma $\varepsilon = 0{,}08$. FOSM metodai negali užtikrinti baigtinio laiko stabilumo ir kelių būsenos parametrų minimizavimo, todėl taikomi aukštesnės eilės metodai.

Įprasminant antrosios eilės SMC metodų privalumus testavimo metu, TP važiavimo komfortui pagerinti taikomas STA valdymo metodas. Šis algoritmas dažnai vadinamas netiesiniu PI metodu. Pateikiamas valdymo dėsnis:

$$\begin{gathered} F_{STA} = \left(-k_1|\sigma|^{\frac{1}{2}} sign(\sigma) + v\right) \cdot m_s, \\ \dot{v} = -k_2 sign(\sigma), \end{gathered} \quad (2.44)$$

čia $k_1 = 26{,}76$, $k_2 = 348{,}8$, $K = 322$ – derinimo konstantos, kur $k_2 > k_1 + K$, v – papildoma integralinės dalies dedamoji. $K \geq \dot{D}_{max}$ reikšmė randama iteraciniu būdu nustatant maksimalų trikdžio kitimo greitį. Kitos konstantos randamos sprendžiant kvadratinę lygtį (Pérez-Ventura & Fridman, 2019), kurioje $a = 1$ ir $b = -1{,}434$. Papildomai STA derintas su ekvivalentiniu valdymu, kai STA pakeičia klasikinį perjungimo dėsnį:

$$F_{EQ+STA} = F_{EQ} + F_{STA}. \quad (2.45)$$

STA algoritmas yra derinamas su anksčiau aprašyta kvadratine ribine funkcija. STA BFA atveju taikoma $\varepsilon = 0{,}08$. STA + EQ BFA $\varepsilon = 0{,}1$, $k_1 = 2{,}793$ ir $k_2 = 3{,}793$. Abiem atvejais ribinės funkcijos išvestis apibrėžia k_2 kitimą.

Dėl apibrėžtų privalumų 1.3 poskyryje kitas testuojamas metodas yra terminalinis SMC algoritmas (TSMC), kurio bendroji išraiška pateikiama:

$$\begin{gathered} SS1 = \sigma_1 = \dot{x}_1 + k_1\sqrt{|x_1|}\text{sign}(x_1), \\ SS2 = \sigma_2 = {\dot{x}_1}^2 + k_1\sqrt{|x_1|}\text{sign}(x_1), \\ F_{TSMC} = -Km_s\text{sign}(\sigma_i). \end{gathered} \quad (2.46)$$

Esminis skirtumas tarp TSMC ir STA yra tas, kad TSMC naudoja netiesinį slydimo paviršių. Papildomai dėl sąlygos $k_1 < 2K$ TSMC būdingas aukštesnis stabilumas, kai sistema yra ant slydimo paviršiaus. Tyrimo metu naudoti du slydimo paviršiai: $SS1$, $SS2$ ir stebėtas jų poveikis valdymo efektyvumui. TSMC taip pat derinamas su anksčiau aprašyta ribine funkcija (2.43) – TSMC BFA SS1/SS2 ir ekvivalentiniu valdymu – TSMC + EQ BFA SS1/SS2. Taikant TSMC BFA SS1 ir SS2 naudojami valdymo koeficientai: $K = 5$, $k_1 = 1$ ir $\varepsilon = 0{,}065$. TSMC+ EQ

BFA SS1: $K = 5$, $k_1 = 1$ ir $\varepsilon = 0{,}065$. Taip pat TSMC + EQ BFA SS2: $K = 1$, $k_1 = 1$ ir $\varepsilon = 0{,}065$.

Greta kitų SMC valdiklių, papildomai išbandytas homogeniškasis valdiklis. Šis aukštesnės eilės algoritmas užtikrina visų kintamųjų baigtinio laiko stabilumą, vektorių lauko homogeniškumą ir yra skirtas netiesinėms sistemoms valdyti. Tai aukštesnės eilės SMC valdiklis, kurio išraiška, pritaikyta ribinėms funkcijoms taikyti, pateikiama:

$$F_{Hom} = \left(-\frac{K}{\varepsilon^3}|x_1|^3 sign(x_1) - \frac{K}{\varepsilon^{\frac{3}{2}}}|\dot{x}_1|^{\frac{3}{2}}\text{sign}(\dot{x}_1) + v\right)\cdot m_s,$$
$$\dot{v} = -\frac{K}{\varepsilon^4}|x_1|^4\text{sign}(x_1). \tag{2.47}$$

Homogeniškasis valdymas reikalauja trijų ribinių funkcijų taikymo: proporcinė dedamoji (x_1) tiekiama į kubinę funkciją – $|x_1|^3$; diferencialinė dedamoji – $|\dot{x}_1|^{3/2}$ ir integralinė į $|x_1|^4$. Gaunamas sudėtingesnis derinimo procesas. Modeliuojant naudojamos valdymo koeficientų vertės: $K = 10\,000$, $\varepsilon = 0{,}06$.

Tyrimo metu sudarytas originalus pakabos valdymo algoritmas, pagrįstas nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo modifikacijomis ir ribinių funkcijų taikymu. Bazinis algoritmo valdymo dėsnis PID-CSMC pateikiamas:

$$F_{PID-CSMC} = (-k_1|x_1|^{\frac{1}{3}}\text{sign}(x_1) - k_2|\dot{x}_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\dot{x}_1) + v)\cdot m_s,$$
$$\dot{v} = -k_3\text{sign}(x_1), \tag{2.48}$$

čia k_1, k_2, $k_3 > 0$ – valdymo konstantos, kur $k_1 = \lambda_1\Delta^{2/3}$, $k_2 = \lambda_2\Delta^{1/2}$ ir $k_3 = \lambda_3\Delta$, Δ – papildomas derinimo koeficientas, kuris nustatomas iteraciniu būdu. PID-CSMC yra netiesinis PID valdiklis. Literatūroje (Pérez-Ventura et al., 2021) siūlomos λ_1, λ_2 ir λ_3 vertės, kurios sumažina aktyviojo elemento svyravimų amplitudę: $\lambda_1 = 2{,}7$; $\lambda_2 = 5{,}345$ ir $\lambda_3 = 1{,}1$, bei koeficientų rinkinys, sumažinantis energijos sąnaudas: $\lambda_1 = 2{,}7$; $\lambda_2 = 4{,}281$ ir $\lambda_3 = 1{,}1$. Pritaikius siūlomą rinkinį pastebėta, kad esantys aktyviojo elemento svyravimai neigiamai veikia keleivių komfortą ir sužadina pavaras, kai kelias yra santykinai lygus.

Siekiant tikslingai pritaikyti algoritmą prie pakabos valdymo būtina dinamiškai derinti valdymo konstantas k_1, k_2 ir k_3, atskirti kiekvieno būsenos parametro Δ ir adaptuoti valdymo algoritmą ribinei funkcijai taikyti. Kadangi 2.48 formulėje proporcinė dedamoji priklauso nuo x_1, diferencialinė nuo $\dot{x}_1$ ir integralinė – x_1, reikalingos dvi ribinės funkcijos. Pirmoji funkcija apibrėžiama amortizuojamos masės poslinkio verte x_1 ir ε, o antroji greičio – $\dot{x}_1$ ir ε vertėmis. Taip pat nustatomos Δ_1 ir Δ_2 vertės, kurios atitinkamai priskiriamos kiekvienai iš ribinių funkcijų. Ribinių funkcijų išvestyje gaunamos dinaminės Δ_1 ir Δ_2 vertės, kurios gali įgauti vertes $[0, \Delta_m]$.

$$\Delta_1 = \begin{Bmatrix} \Delta_{1m}, \text{kai } x_1 \in (-\infty, -\varepsilon] \\ \frac{\Delta_{1m}}{\varepsilon^2} x_1^2, \text{kai } x_1 \in (-\varepsilon, \varepsilon) \\ \Delta_{1m}, \text{kai } x_1 \in [\varepsilon, +\infty) \end{Bmatrix}, \Delta_2 = \begin{Bmatrix} \Delta_{2m}, \text{kai } \dot{x}_1 \in (-\infty, -\varepsilon] \\ \frac{\Delta_{2m}}{\varepsilon^2} \dot{x}_1^2, \text{kai } \dot{x}_1 \in (-\varepsilon, \varepsilon) \\ \Delta_{2m}, \text{kai } \dot{x}_1 \in [\varepsilon, +\infty) \end{Bmatrix}. \quad (2.49)$$

Papildomai pagal literatūroje (Iglesias Rios et al., 2026) nurodytą seką ir patikslinimą iteraciniu būdu surandama λ_2 reikšmė. Metodikoje nurodoma, kad užfiksavus λ_1 ir λ_3 galima ieškoti racionaliausios λ_2^*, kuri sumažina svyravimų amplitudę ir padidina valdymo efektyvumą. Galutinis sudaryto valdymo dėsnis PID-CSMC BFA:

$$F_{P.K} = \left(-\lambda_1 \Delta_1^{\frac{2}{3}} |x_1|^{\frac{1}{3}} sign(x_1) - \lambda_2^* \Delta_2^{\frac{1}{2}} |\dot{x}_1|^{\frac{1}{2}} sign(\dot{x}_1) + v\right) \cdot m_s, \quad (2.50)$$
$$\dot{v} = -\lambda_3 \Delta_1 \text{sign}(x_1).$$

Sudaryto valdymo algoritmo derinimo konstantos ir kiti parametrai pateikiami 2.8 lentelėje.

2.8 lentelė. PID-CSMC BFA parametrai
Table 2.8. PID-CSMC BFA parameters

Simbolis	Vertė	Simbolis	Vertė
Priekis	Ketvirtis / visa TP	Galas	Ketvirtis / visa TP
λ_1	2,7	λ_1	2,7
λ_2^*	45	λ_2^*	40
λ_3	1,1	λ_3	1,1
Δ_{1m}, Δ_{2m}	1 ir 1	Δ_{1m}, Δ_{2m}	1 ir 1
ε	0,08	ε	0,08

Toliau pateikiami naudojami ir sudaryti ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmai.

Papildomi ratų suvedimo kampai nustatomi taikant tiesioginio sukimo momento apie vertikalią TP ašį valdymo metodą (angl. *Direct Yaw Moment Control – DYC*), kuris grindžiamas etaloninio sukimosi greičio apie vertikalią TP ašį sekimu. Etaloniniam signalui generuoti naudojamas TP dinaminis vienvėžis modelis, kuris aprašomas 2.6, 2.7 lygtimis. Nusistovėjusios būsenos etaloninis TP sukimosi greičio apie vertikalią ašį signalas apskaičiuojamas pagal 2.9, 2.10 lygtis.

Realus TP sukimosi greitis apie vertikalią ašį yra ribojamas esamų sukibimo sąlygų. Tokia pati prielaida taikoma ir etaloniniam signalui. Dėl šios priežasties reikalingas išankstinis sukibimo sąlygų numatymas ir nuspėjimas, kuriam taikomas dirbtiniais neuroniniais tinklais pagrįstas kelio dangos tipo klasifikavimas

(Šabanovič et al., 2020). Tokiu būdu apytikslės sukibimo sąlygos – μ yra žinomos iš anksto ir įvedamas apribojimas:

$$\dot{\psi}_{sat} = \begin{cases} \dot{\psi}_{ref}, |\dot{\psi}_{ref}| \leq \dot{\psi}_{max} \approx 0{,}85\frac{\mu g}{V}, \\ \pm\dot{\psi}_{max}, |\dot{\psi}_{ref}| > \dot{\psi}_{max} \approx 0{,}85\frac{\mu g}{V}. \end{cases} \quad (2.51)$$

Apribotasis nusistovėjusios būsenos signalas negali tinkamai nusakyti TP dinaminio atsako, nes tokiame signale yra laiptuotų lūžių. Todėl reali TP negali natūraliai sekti tokio etaloninio signalo be papildomų perviršių ar etalono nepasiekimo. Papildomai įvedama antrojo laipsnio perdavimo funkcija, kuri tiksliau replikuoja TP atsaką:

$$\dot{\psi}_{ref,d} = \frac{w_0^2(1+\tau s)}{s^2+2\xi w_0 s+w_0^2}\dot{\psi}_{sat}, \quad (2.52)$$

čia $w_0 = 5{,}8$ – savasis dažnis; [rad/s] $\xi = 0{,}9$; [–] – slopinimo koeficientas; $\tau = 0{,}18$; [s]. Šie koeficientai identifikuojami iš TP atsako į vairaračio įvesties signalus.

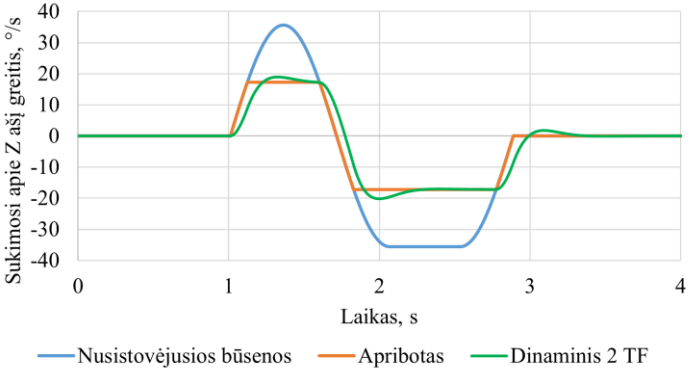
Skirtingais būdais sugeneruoti etaloniniai sukimosi greičio signalai pateikiami 2.19 pav.

Kiekvienu laiko momentu atliekamas palyginimas tarp etaloninio signalo – $\dot{\psi}_{ref,d}$ ir realaus sukimosi greičio signalo – $\dot{\psi}_{actual}$, kuris registruojamas TP esančio IMU bloko.

Apskaičiuojama paklaida:

$$\dot{\psi}_{error} = \dot{\psi}_{ref,d} - \dot{\psi}_{actual}. \quad (2.53)$$

Paklaidos rodiklis yra pagrindinis parametras, kuriuo paremtas aukšto lygio valdiklio veikimas.



2.19 pav. Etaloninio signalo generavimas
Fig. 2.19. Reference signal generation

Tyrimo metu sudarytas valdiklis, kurio veikimas paremtas PI algoritmu. Papildomi ratų suvedimo kampai priekinėje ašyje įvedami priklausomai nuo užfiksuotos paklaidos ir valdymo algoritmo stiprinimo koeficientų:

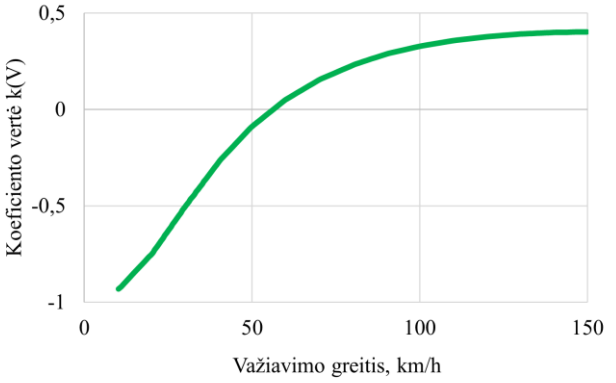
$$\Delta\delta_f = K_p\dot{\psi}_{error} + K_i\int_0^t \dot{\psi}_{error}dt. \quad (2.54)$$

Priekinėje ašyje papildomas suvedimo kampas yra apribotas iki $\pm 8°$, tačiau bet kokiu atveju ne daugiau nei leidžia vairavimo sistemos apribojimai.

Galinės ašies papildomas suvedimo kampas, kuris apribotas iki $\pm 3°$, įvedamas atsižvelgus į priekinės ašies suvedimo kampą ir TP važiavimo greitį:

$$\delta_r = k(V)\Delta\delta_f, \quad (2.55)$$

čia $k(V)$ – dinaminis koeficientas, kurio grafikas pateikiamas 2.20 pav.



2.20 pav. Galinės ašies suvedimo kampo kryptį apibrėžiantis koeficientas
Fig. 2.20. Coefficient defining the direction of the rear axle toe angle

Kai TP važiavimo greitis yra mažesnis nei 60 km/h, įvedamas galinės ašies ratų suvedimo kampas, priešingas nei priekinės ašies ratų (pagerinamas TP manevringumas); esant didesniam nei 60 km/h važiavimo greičiui galinių ratų suvedimo kampo kryptis sutampa su priekinių ratų kryptimi (pagerinamas TP valdomumas ir stabilumas). Šiame darbe $k(V)$ funkcija sudaryta ir 60 km/h greičio riba parinkta remiantis (Park et al., 2020) pateikta metodika.

Proporcinės dedamosios stiprinimo koeficientas apskaičiuojamas iš (2.10) ir (2.55) lygčių:

$$K_p = f(V_x) = \frac{\left(\frac{l}{V_x}+\frac{K_{us}}{g}V_x\right)}{(1-k(V))}. \quad (2.56)$$

Paklaidos integralinės dalies stiprinimo koeficientas randamas iteraciniu būdu. Atliekami įvairūs testai, kurių metu keičiamas K_i ir stebimas TP atsakas. Galutinė koeficiento vertė – $K_i = 0{,}15$.

Priklausomai nuo taikymo srities ir siekiamo TP atsako, papildomą išvirtimo kampą galima įvesti prioretizuojant polinkį į neigiamą išvirtimo kampą, kuris siejamas su geresniu TP valdomumu. Kita vertus, tikslingas išvirtimo kampo įvedimas gali minimizuoti neigiamą dinaminių aspektų poveikį ir sumažinti išvirtimo kampo variacijas. TP matematiniame modelyje realizuotas aktyvus ratų išvirtimo kampų valdymas, papildomą išvirtimo kampą įvedant priklausomai nuo vairaračio pasukimo kampo (Sun et al., 2018):

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \begin{cases} K_{12}\delta_{vair}, & jei\ |K_{12}\delta_{vair}| \le 6° \\ sign(K_{12}\delta_{vair}) \cdot 6°, & kitais\ atvejais \end{cases}$$
$$\gamma_3 = \gamma_4 = \begin{cases} K_{34}\delta_{vair}, & jei\ |K_{34}\delta_{vair}| \le 6°, \\ sign(K_{34}\delta_{vair}) \cdot 6°, & kitais\ atvejais, \end{cases} \quad (2.57)$$

čia K_{12} ir $K_{34} = [-0{,}15; 0{,}15]$ – koeficientai, apibūdinantys ratų išvirtimo ir posūkio kampo santykį, δ_{vair} – vairaračio pasukimo kampas. Kai K_{12} ar K_{34} yra > 0, tada priekiniai arba galiniai TP ratai yra paverčiami į tą pačią pusę kaip ir δ_{vair}.

2.6. Antrojo skyriaus išvados

1. Sukurtas detalus visos TP matematinis modelis. Modelyje kompleksiškai įvertintos pakabos kinematikos ir paslankumo ypatybės, naudojamos netiesinės slopinimo ir standumo charakteristikos bei taikomi validuoti *MF 6.1* ir *FTire* padangos modeliai. Sistema yra parengta valdomos pakabos ir ratų pozicionavimo posistemėms įdiegti ir testuoti. Papildomai realizuotas TP pakabos ketvirčio matematinis modelis, skirtas valdymo algoritmams derinti ir pirminiam efektyvumo įvertinimui. Taip pat realizuotas TP dinaminis vienvėžis matematinis modelis, skirtas etaloninių sukimosi greičio reikšmėms generuoti.
2. Sudarytas pusiau empirinis pusiau aktyvios pakabos amortizatoriaus modelis, kurio veikimas pagrįstas LUTs ir atvirkštine interpoliacija. Papildomai taikoma perdavimo funkcija, kuria įvertinami išvesties jėgos vėlavimai bei dinaminės ypatybės. Lygiagrečiai sukurtas aktyvios EM pavaros matematinis modelis, kurį sudaro elektros variklis, reduktorius ir rutulinė sraigtinė pavara. Modelyje įvertinamas pavaros laisvumas bei elektrinės ir mechaninės dalies dinaminiai aspektai. Abiejų elementų matematiniai modeliai realizuojami pakabos valdymo procese prioritetą skiriant amortizatoriui dėl mažesnių energijos sąnaudų.

3. Apibrėžta TP modeliavimo aplinka, kurioje pateikta kelio dangos nelygumo modeliavimo metodika pagal ISO 8608:2016 klases, sudarytas tikslinis važiavimo komforto įvertinimo testų ir kriterijų rinkinys. Modeliavimo aplinką sudaro IPG *CarMaker* ir MSC ADAMS programinė įranga. Papildomai atliekamas vairuotojo parametrizavimas, kuris užtikrina testų kraštinių sąlygų įgyvendinimą. Šioje aplinkoje atliekamas pagrindinis skaitinis modeliavimas.
4. Detalizuotas sukurtų ir testuojamų valdymo algoritmų įdiegimas TP matematiniame modelyje, išskiriant valdiklių kiekį, tipą, įvesties ir išvesties parametrus bei derinimo konstantas. Pateikiamas originalus pakabos valdymo algoritmas, pagrįstas nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo modifikacijomis ir ribinių funkcijų taikymu. Taip pat identifikuojami ratų pozicionavimo valdymo algoritmai, skirti ratų suvedimo ir išvirtimo kampams valdyti.

3

Bandymų stendas ir eksperimentinių tyrimų metodika

Trečiame skyriuje pateikiama sukurtos HIL sąsajos architektūra, veikimo principas ir validavimas. Taip pat apibrėžiama eksperimentų atlikimo metodika testuojant ratų pozicionavimo ir pakabos valdymo sistemas.

Skyriaus tematika buvo paskelbtas vienas straipsnis (Šabanovič et al., 2024) ir skaityti du pranešimai (Kojis et al., 2025; Skrickij et al., 2025) konferencijose.

3.1. Matematinio modelio ir aparatinės įrangos sąsajos stendas bei jo validavimas

Daugelis originalios įrangos gamintojų (angl. *Original Equipment Manufacturer* – OEM) ir pirmojo lygio tiekėjų (angl. *Tier 1 supplier*) pasiūlė modulinių TP pakabos ketvirčio konstrukcijų (Schmitz, 2024; Kojis et al., 2022). Šių modulių montavimas ir testavimas realiose TP sukelia nemažai iššūkių: imlios skaičiavimams tvirtinimo taškų modifikacijos, bandymų poligono nuoma, technikų komandos būtinybė bei didelės finansinės sąnaudos. Kadangi ankstyvosios stadijos testavimas ir gaminio koncepcijos patvirtinimo etapas reikalauja tyrimų tiek kom-

ponentų, tiek visos sistemos lygmeniu, būtina rasti kompromisą tarp laiko ir finansinių sąnaudų. Šiuo atžvilgiu TP ketvirčio stendas, skirtas bandymams su integruotais fiziniais komponentais, suteikia subalansuotą alternatyvą tarp eksperimentinių tyrimų tikslumo ir prieinamumo.

Sukurtas TP pakabos ketvirčio stendas, pagal 1.5 poskyryje pateiktą klasifikaciją priskiriamas III grupei. Stendas reprezentuoja *Range Rover Evoque* TP. Amortizuojamą masę sudaro kėbulo dalis, konstrukcinis rėmas ir papildomi betoniniai blokai, kurie naudojami masei keisti. Tokiu būdu bazinėje konfigūracijoje stendo amortizuojama masė yra 465,80 kg. Konstrukcijoje naudojamos originalios *Range Rover Evoque* pakabos dalys bei standumo ir slopinimo elementai, kurių charakteristikos atitinka 2.1 lentelėje ir 2.3 pav. nurodytas vertes. Taip pat stende naudojama *Pirelli Scorpion 235/55 R19 105V* padanga, su kuria originaliai komplektuojama ši TP. Stendas yra konfigūruojamas su dviejų tipų aktyviaisiais elementais – ratams pozicionuoti skirtais elektriniais cilindrais ir pusiau aktyviu pakabos amortizatoriumi (3.1 pav.). Aktyvaus suvedimo atveju skersinės pakabos traukės yra pakeičiamos į elektrinius cilindrus. Analogiškai, pasyvus amortizatorius yra keičiamas į pusiau aktyvų. Amortizatoriaus charakteristikos yra pateikiamos 2.10 pav., o naudojami elektriniai cilindrai yra *Moteck LD20*, jų esminiai parametrai pateikiami 3.1 lentelėje.

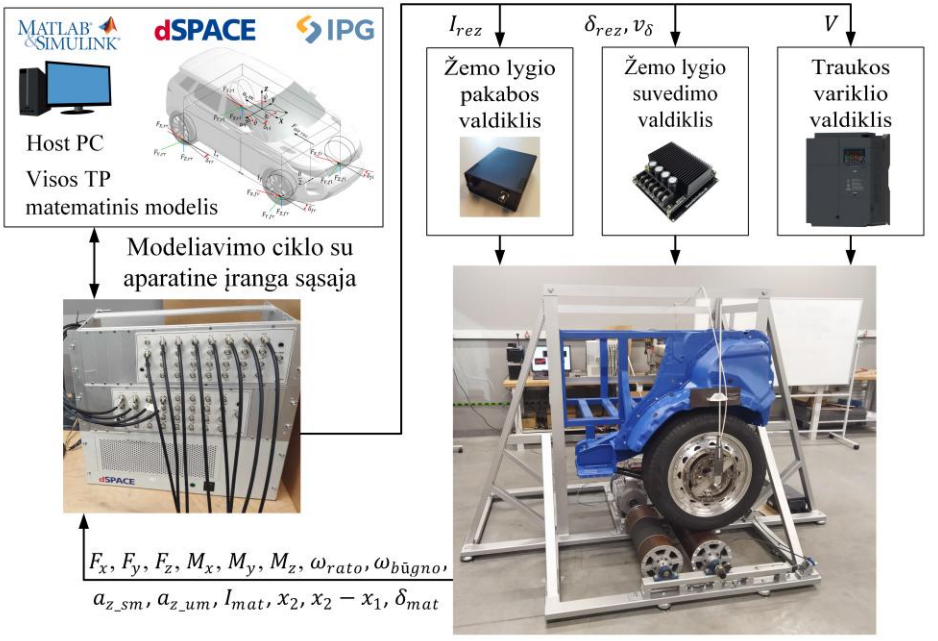


3.1 pav. Stendo aktyvieji elementai
Fig. 3.1. Actuators of the test rig

Siekiant kompleksiškai įvertinti sudarytų valdymo algoritmų ir įdiegtų posistemių veiksmingumą, būtina nustatyti jų poveikį visos TP mastu. Dėl šios priežasties bandymų stende įgyvendinta modeliavimo ciklo su aparatine įranga sąsaja.

Ši konfigūracija atkuria visos sistemos veikimą, įtraukdama realius jos komponentus į kitų posistemių uždarojo ciklo matematinį modeliavimą realiuoju laiku. Tokiu būdu gaunamas abipusis ryšys tarp fizinių ir virtualių sistemos dalių.

Naudojant HIL aparatinės įrangos bandymams, gaunami įvesties ir išvesties duomenys, artimi realioms eksploatavimo sąlygoms. Tai leidžia patikrinti sukurtą valdymo algoritmą, atlikti jo derinimą ir išsamiai įvertinti sistemos veikimą įvairiomis sąlygomis. Bendroji HIL sąsajos schema pateikiama 3.2 pav.



3.2 pav. Bendroji matematinio modelio ir aparatinės įrangos sąsajos schema
Fig. 3.2. Interface between the mathematical model and the hardware

Sukurta HIL architektūra susideda iš TP ketvirčio stendo ir visos TP matematinio modelio sąsajos. Fizinė sistemos dalis sudaryta naudojant realios TP pakabos ir kėbulo dalis (galinį kairįjį ketvirtį), todėl gautos realistiškos geometrinės ir inercinės charakteristikos. Abiem aktyviesiems elementams valdyti reikalingas būsenos parametrų matavimas. Pusiau aktyvios pakabos atveju matuojamas amortizuojamos ir neamortizuojamos masės pagreitis (a_{z_sm}, a_{z_um}), pakabos eiga ($x_1 - x_2$) ir amortizuojamos masės poslinkis (x_1). Taip pat matuojama pusiau aktyviojo amortizatoriaus grįžtamoji srovė (I_{mat}). Kiti parametrai – amortizuojamos masės greitis ($\dot{x}_1$) ir pakabos eigos greitis (Δv) – yra išgaunami atliekant matematines operacijas. Ratų pozicionavimo sistemos atveju kiekvieno elektrinio cilindro poslinkis matuojamas pasitelkus linijinius potenciometrus (δ_{mat}) ir konvertuojamas į suvedimo kampą pasitelkus LUTs, matuojamos padangos jėgos (F_x, F_y, F_z) ir sukimo momentai (M_x, M_y, M_z). Be valdymo algoritmams įdiegti

būtinų parametrų, papildomai matuojami rato ir būgno sukimosi kampiniai greičiai (ω_{rato}, $\omega_{būgno}$). Visų duomenų fiksavimo dažnis 1000 Hz.

Virtuali sąsajos dalis yra anksčiau aprašytas visos TP matematinis modelis su posistemiais ir EM pavaros modelis, į kuriuos įvedamos fizinės sistemos išvestis ir sudaroma HIL architektūra.

Pagrindinis šios sąsajos objektas yra realiuoju laiku veikianti tikslinė skaičiavimų mašina (angl. *Real time target machine*). Šis skaičiavimų kompiuteris yra tiesiogiai sujungtas su pagrindiniu kompiuteriu (angl. *Host PC*), kuriame įdiegta MATLAB*/Simulink* ir IPG *CarMaker* HIL programinė įranga. Sugeneravus TP matematinio modelio su visomis posistemėmis programą ir inicializavus modeliavimą realiuoju laiku, duomenų mainams tarp programinės įrangos ir bandymų stende įdiegtų aparatinės įrangos komponentų naudojama *dSPACE ControlDesk* programinė įranga. Taigi, tikslinė skaičiavimų mašina *dSPACE ds1006* naudojama valdymo signalams generuoti ir siųsti į TP bandymų stendą bei įvairiems parametrams registruoti naudojant HIL fizinėje dalyje sumontuotus jutiklius.

Pagrindinės *dSPACE ds1006* valdymo signalų išvestys į bandymų stendo žemo lygio valdiklius – suvedimo kampo užklausa ir keitimo sparta (δ_{rez}, v_{δ}), etaloninė amortizatoriaus valdymo srovė (I_{rez}) ir važiavimo greičio sinchronizavimo signalas į traukos variklio valdiklį (V).

Aukšto ir vidutinio lygio valdikliai yra aptariami 2.5 poskyryje. Šie algoritmai realiuoju laiku generuoja valdymo užklausas ir paskirsto jas tarp esamų sistemos aktyviųjų elementų.

Toliau apibrėžiami žemo lygio valdikliai, nes jie yra paskutinė grandis, kuri nulemia tikslingą valdymo užklausos realizavimą.

Aktyvaus ratų suvedimo pavaroms valdyti naudojamas *Cytron SmartDrive-Duo-30* žemo lygio valdiklis. Šiam blokui aukšto lygio valdymo signalai yra siunčiami iš *dSPACE* tikslinės skaičiavimų mašinos per DAC (angl. *Digital to Analog*) plokštę. Priklausomai nuo valdymo impulsų, žemo lygio valdiklis siunčia komandas į elektrinius cilindrus ir keičia jų judėjimo kryptį bei išsiskleidimo ir susitraukimo greitį. Pagrindiniai valdiklio parametrai:

- maitinimo įtampa: nuo 7 iki 35 V;
- maksimalus nuolatinis srovės stipris: iki 30 A;
- loginio įėjimo riba – aukštas lygis: nuo 1,3 iki 5 V;
- loginio įėjimo riba – žemas lygis: nuo 0 iki 0,7 V.

Pusiau aktyvaus amortizatoriaus vožtuvui valdyti naudojamas žemo lygio valdiklis, suprojektuotas ir suderintas Transporto ir logistikos kompetencijų centre pagal *Tenneco Automotive Europe BVBA* pateiktus reikalavimus. Pagrindinė valdiklio funkcija – priimti analoginį užklausos signalą, jį išmatuoti mikrovaldiklio ADC (angl. *Analog to Digital*) grandine, nustatyti etaloninę srovės vertę ir impulso pločio moduliacijos (angl. *pulse width modulation* – PWM) signalu

valdyti galios tranzistorių taip, kad vožtuvo solenoidu tekanti srovė atitiktų etaloninę reikšmę. Valdiklio techninė struktūra sudaryta iš penkių pagrindinių posistemių: maitinimo grandinės, NUCLEO-G431KB mikrovaldiklio modulio sąsajos, analoginės komandos įėjimo, PWM galios pakopos ir srovės matavimo grandinės. Žemo lygio valdiklis yra maitinamas 12 V nuolatinės įtampos, o jo išvestyje gaunama 0,4–1,6 A srovė.

Srovės reguliavimas pagrįstas grįžtamuoju ryšiu. Įdiegta elektros grandinė matuoja faktinę srovę, palygina ją su užklausa ir proporcingai paklaidai pakeičia PWM darbinį ciklą. Kai skirtumas yra teigiamas, PWM koeficientas mažinamas, priešingu atveju – didinamas. Dėl šios korekcijos srovės lygis gali būti palaikomas esant ritės impedanso pokyčiams dėl temperatūros, maitinimo įtampos ir apkrovos sąlygų pokyčiams. Eksperimentinio testavimo metu gautas srovės reguliavimo tikslumas yra $\pm 0{,}01$ A. Taip pat atliekant žingsninės užklausos bandymą nuo 0,4 A iki 1,6 A ir matuojant laiką, per kurį reali srovė pasiekia užklausą su ±5 % tolerancija, nustatyta 35 ms delsa.

Asinchroniniam 3 fazių traukos varikliui, varančiam plieninį būgną, valdyti naudojamas AC keitiklis *LSLV–G100*. *G100* turi pažangų, jutiklių nereikalaujantį, vektorinį valdymą (angl. *sensorless vector control*) bei plačiai adaptuojamą *V/F* režimą. Keitiklis yra prijungtas prie *dSPACE*, kad gautų aktyvacijos komandas ir tikslinius TP važiavimo greičius. Pagrindiniai *G100* parametrai įprastomis darbo sąlygoms:

- valdomo variklio maksimali galia: 15 kW;
- išėjimo parametrai: srovė – 31 A, dažnis – 0–400 Hz (IM *sensorless* režime: 0–120 Hz), įtampa – 3 fazių 380–480 V;
- valdymo charakteristikos: dažnio nustatymo tikslumas skaitmeninei komandai – 0,01 Hz, analoginei išvesčiai ir įvesčiai – 0,06 Hz; dažnio tikslumas – 1 % nuo maksimalaus išėjimo dažnio.

Kiti esminiai HIL stendo parametrai pateikiami 3.1 lentelėje.

3.1 lentelė. Sukurto HIL bandymų stendo specifikacija
Table 3.1. Specification of the developed HIL test rig

Parametras	Reikšmė	Parametras	Reikšmė
Bendrieji parametrai			
Išoriniai matmenys (ilgis, plotis, aukštis)	2,7 x 1,7 x 1,8 m	Plieninio būgno skersmuo	0,22 m
Amortizuojamos masės keitimo ribos	200 – 900 kg	Maksimalus važiavimo greitis	170 km/h

3.1 lentelės pabaiga

Parametras	Reikšmė	Parametras	Reikšmė
Traukos variklio galia ir sukimo momentas	11 kW, 36,3 Nm	Vertikalus žadinimas	Sinusoidinis $A \leq 16{,}5$ mm
Elektrinio cilindro jėga ir greitis	1000 N, 20 mm/s	Suvedimo kampo keitimo ribos	$\pm 3°$
Naudojami jutikliai			
F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z, $a_{z_{um}}$ ir ω_{rato} matuoti	Rato jėgų matuoklis *MSC LW12.8-50*	a_{z_sm} matuoti	Pjezoelektrinis akcelerometras *AS-065*
$x_2 - x_1$, x_2 ir δ_{mat} matuoti	Linijiniai potenciometrai *VLP150*	$\omega_{būgno}$ matuoti	Inkrementinis enkoderis *Kuebler 8.5020.1912.1000*
Papildoma įranga			
AS-065 maitinimui ir duomenų apdorojimui	*PoLabs* IEPE apdorojimo modulis	*MSC LW12.8-50* maitinimui ir duomenų apdorojimui	*CT2* apdorojimo modulis ir signalų šakotuvas

Naudojami žemo lygio valdikliai, jutikliai ir papildoma įranga visą informaciją siunčia į skaičiavimų mašiną *dSPACE ds1006*, kurioje atliekamas papildomas apdorojimas, filtravimas bei kitos matematinės operacijos. Tokiu būdu užtikrinama sistemos hierarchija, kurios viršuje yra *dSPACE ds1006*. Vadinasi, be tikslinės komandos aparatinės įrangos elementai neatlieka jokių papildomų veiksmų, galinčių sumažinti sistemos tikslumą ir veikimo efektyvumą.

HIL architektūroje naudojami jutikliai nėra idealūs, todėl prieš siunčiant matavimus į matematinį modelį būtinas tinkamas apdorojimas. Akcelerometro *AS-065* signalas yra papildomai filtruojamas aukšto ir žemo dažnio filtrais bei integruojamas, kad būtų gautas amortizuojamos masės vertikalusis greitis. Linijinių potenciometrų *VLP150* išvestis reikalauja papildomo apdorojimo: išmatuotas elektrinių cilindrų poslinkis, pritaikius LUTs, yra perskaičiuojamas į rato suvedimo kampą; pakabos eigos vertės yra filtruojamos ir diferencijuojamos; amortizuojamos masės poslinkis yra filtruojamas ir realiuoju laiku siunčiamas į valdymo algoritmą. Rato jėgų matuoklio *MSC LW12.8-50* ir inkrementinio enkoderio išvestys filtruojamos pritaikius medianos filtrus ir papildomai apdorojamos pagal toliau aptariamą validavimo metodiką.

Papildomi apdorojimo žingsniai sukelia delsas ir matavimų paklaidas. Tačiau tai natūralus etapas, be kurio sistemos realizavimas negalimas. Naudojami realūs

aktyvieji elementai, jutikliai ir papildoma įranga užtikrina realistiškas sąlygas, kurios leidžia tinkamai ištirti valdymo algoritmų efektyvumą. Sudaryta matematinio modelio ir aparatinės įrangos sąsaja įgalina sprendimų veiksmingumo vertinimą visos TP mastu.

Kita vertus, TP pakabos ketvirčio stendas turi apribojimų, kurie yra nulemti taikomos konstrukcijos. Naudojamas kelio paviršiaus imitavimas mažo skersmens metaliniu būgnu iškraipo padangos ir kelio paviršiaus sąlyčio charakteristikas. Amortizuojamoji masė juda tik vertikaliai – nėra dinaminių svorio jėgos pokyčių dėl skersinio ar išilginio pagreičio ir posvyrio kampų, vertikaliąją apkrovą galima pakeisti tik rankiniu būdu. Dėl šių priežasčių atliekamas bandymų stendo įverčių perskaičiavimas ir validavimas.

Pagrindinis validavimo metodikos tikslas – nustatyti bandymų stendo netikslumų šaltinius ir atlikti parametrų patikslinimą bei perskaičiavimą realiuoju laiku. Šis žingsnis leidžia sumažinti skirtumus tarp realaus važiavimo metu TP sugeneruotų matuojamų parametrų verčių ir bandymų stendo išvesčių. Papildomai, HIL sąsajoje veikiantis validuotas visos TP matematinis modelis nuolat keičiasi informacija su bandymų stendu. Todėl negali būti jokių netikslumų ar neatitikimų tarp įvesties ir išvesties signalų – matematinis modelis turi gauti tikroviškus ir realybę atitinkančius signalus nepaisant bandymų stendo konstrukcijos apribojimų.

Padangos ir kelio paviršiaus sąveikos atkūrimo netikslumas yra nulemtas kelio imitacijos būdo. Būgninio tipo kelio paviršius iškraipo padangos ir kelio kontakto plotą, sumažina padangos skersinę jėgą (F_y) bei generuojamą sukimo momentą apie vertikalią ašį (M_z), kartu padidina padangos riedėjimo pasipriešinimą. Tipiniuose padangų bandymų stenduose su besisukančiu būgnu maksimalios išilginės padangos jėgos (F_x) pasiekiamos esant maždaug 0,1 slydimo (λ) vertei. Svarbu paminėti, kad tokiuose įrenginiuose būgno skersmuo yra ≥ 3 m. Sudarytos konstrukcijos atveju būgno skersmuo yra $0{,}22$ m. Papildomai, naudojamo būgno paviršius yra metalinis, todėl gaunamas trinties koeficientas neatitinka realių važiavimo sąlygų. Dėl šių priežasčių užfiksuotos padangos jėgų vertės (F_x, F_y) turi būti perskaičiuojamos. Atliekant perskaičiavimą ir tikslingai keičiant padangos matematinio modelio koeficientus, galima įvertinti įvairias kelio sąlygas: sausas ar šlapias asfaltas, apledėję keliai ir kt. (Arosio et al., 2005).

Vykdant HIL stendo validavimą atliekama stabdymo testų serija, siekiant įvertinti išilginės kontakto jėgos (F_x) dydį. Bandymų metu ratas rieda ant plieninio būgno. Atsižvelgiama į įvairius vertikaliosios apkrovos (F_z) scenarijus. Eksperimentų metu pradinis vertikaliosios apkrovos dydis buvo nustatomas pritaikius *MSC LW12.8-50* rato jėgų matavimo prietaisą. Pradinė vertikaliosios apkrovos vertė yra keičiama pridedant papildomą amortizuojamą masę.

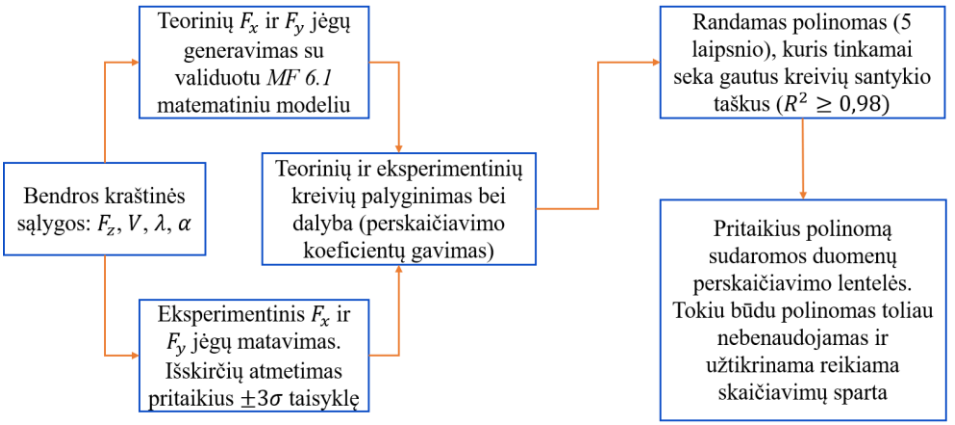
Prieš kiekvieną bandymą yra registruojama statinė vertikalioji apkrova, padangos paviršiaus temperatūra ir TP pakabos nustatymai. Toliau atliekamas rato išsukimas iki iš anksto nustatytų tiesinių greičių – 50 km/h, 75 km/h ir 100 km/h.

Užregistravus stabilų greičio signalą, pradedamas stabdymas iki visiško rato sustojimo. Kiekvienam vertikaliosios apkrovos ir greičio deriniui buvo atliekami penki bandymai. Gauti penkių stabdymo bandymų rezultatai, esant tam pačiam (F_z) ir rato tiesiniam greičiui, yra statistiškai apdorojami, siekiant sudaryti išilginės padangos jėgos (F_x) ir slydimo (λ) kreives.

Analogiški bandymai atliekami matuojant skersinę padangos jėgą (F_y). Kadangi sudarytas ratų pozicionavimo algoritmas keičia galinių ratų suvedimo kampą rėžyje $\pm 3°$, todėl būtina išmatuoti skersinės jėgos kitimą šiame diapazone. Išlaikomos tokios pačios kraštinės sąlygos kaip ir atliekant stabdymo testus. Pasiekus numatytą tiesinio greičio vertę, įvedamas dinaminis ratų suvedimo kampas nuo galinės teigiamos iki galinės neigiamos padėties. Duomenys yra atitinkamai apdorojami ir kaupiami duomenų bazėje.

Eksperimentiniais tyrimais nustatyta, kad maksimali išilginė jėga (F_x) pasiekiama, kai slydimas (λ) viršija 0,2. Užfiksuotos skersinių jėgų (F_y) vertės, esant nurodytoms kraštinėms sąlygoms, yra palyginamai mažesnės nei pasiekiamos realiomis važiavimo sąlygomis.

Kaip minėta anksčiau, gautos padangos jėgos turi būti perskaičiuojamos prieš siunčiant informaciją į matematinį modelį. Dėl šios priežasties etaloninėms padangos jėgoms gauti naudojamas eksperimentiškai validuotas padangos matematinis modelis *MF 6.1*. Skaitinis modeliavimas atliekamas esant toms pačioms vertikaliųjų apkrovų, išilginio slydimo, važiavimo greičio ir skersridės kampo (α) reikšmėms. Padangos jėgų perskaičiavimo seka pateikiama 3.3 pav.

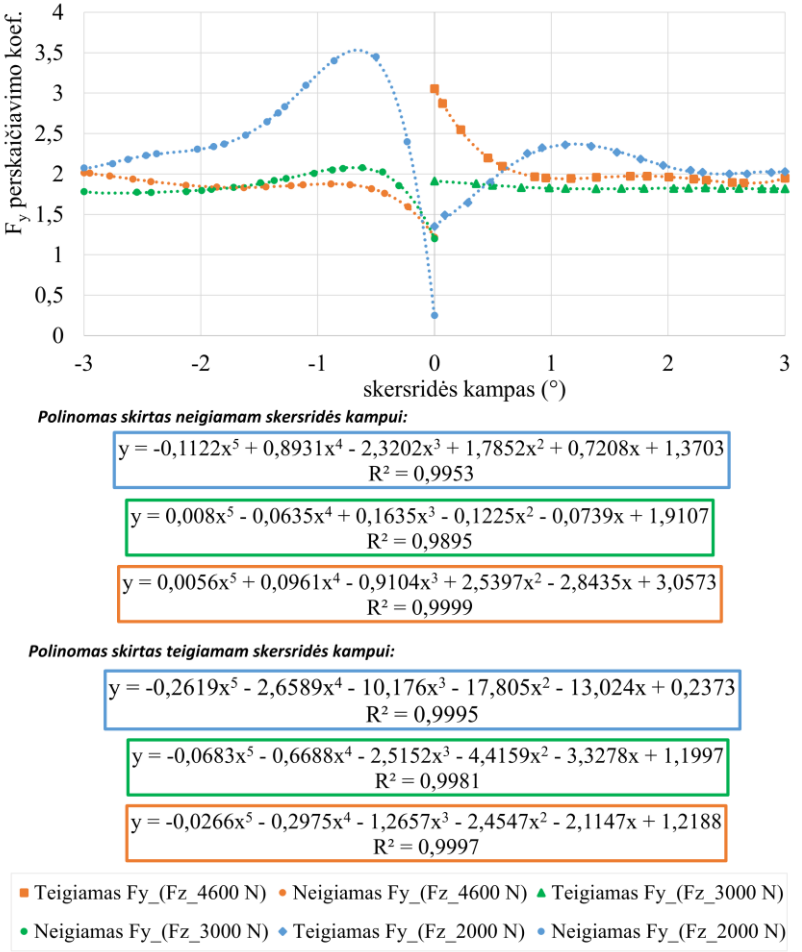


3.3 pav. Padangos jėgų perskaičiavimo seka
Fig. 3.3. Tyre force recalculation sequence

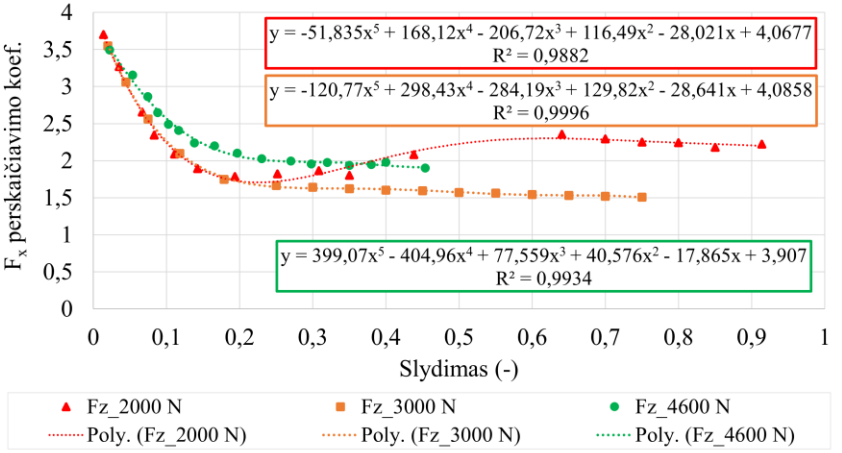
Gautos etaloninės jėgų kreivės lyginamos su eksperimentinių tyrimų, atliktų naudojant plieninį būgną, metu gautomis kreivėmis. Kreivių dalybos rezultatas – išilginės ir skersinės padangų jėgų perskaičiavimo koeficientai. Nustačius šiuos

koeficientus, atliekamas aproksimavimas polinominėmis kreivėmis, siekiant užfiksuoti koeficientų kitimo tendenciją (3.4, 3.5 pav.).

Tyrimo metu nustatyta, kad penkto laipsnio polinominė kreivė yra tinkama (F_x) ir (F_y) jėgoms perskaičiuoti. Visais atvejais gauta determinacijos koeficiento reikšmė didesnė nei 0,98. Tai nurodo pakankamą tendencijos atkartojamumą. Perskaičiuoti skersinę jėgą yra sudėtingiau nei išilginę. Testavimo metu ties skirtingomis vertikaliosiomis apkrovomis užregistruoti skirtingi rato išvirtimo kampai. Dėl šios priežasties reikalingos skirtingos polinominės kreivės skersinės padangos jėgos asimetrijai apibūdinti 3.4 pav.

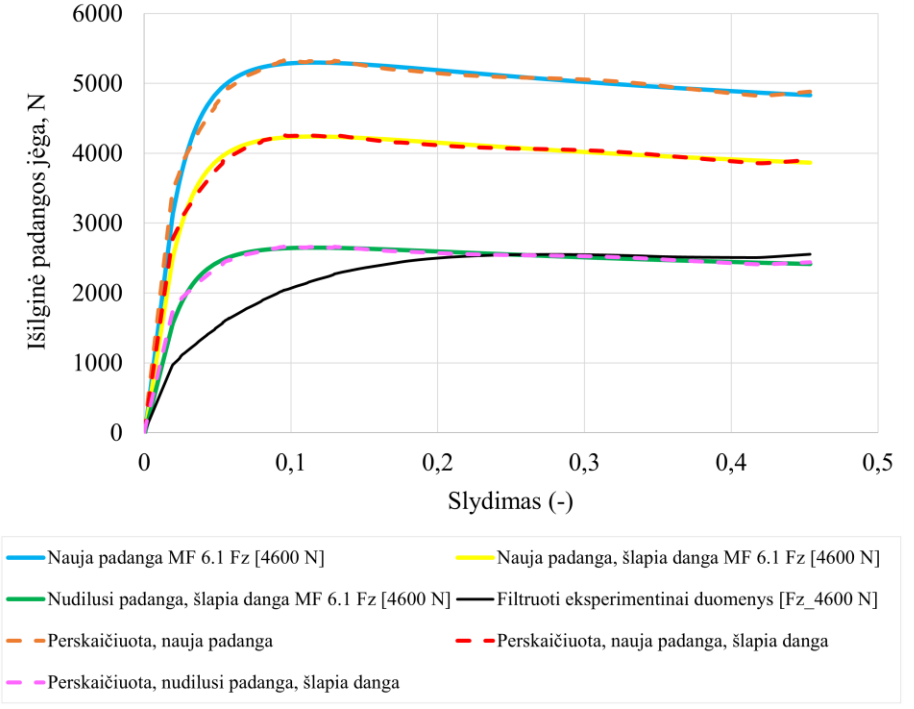


3.4 pav. Skersinės padangos jėgos perskaičiavimo koeficientai
Fig. 3.4. Lateral tyre force recalculation coefficients

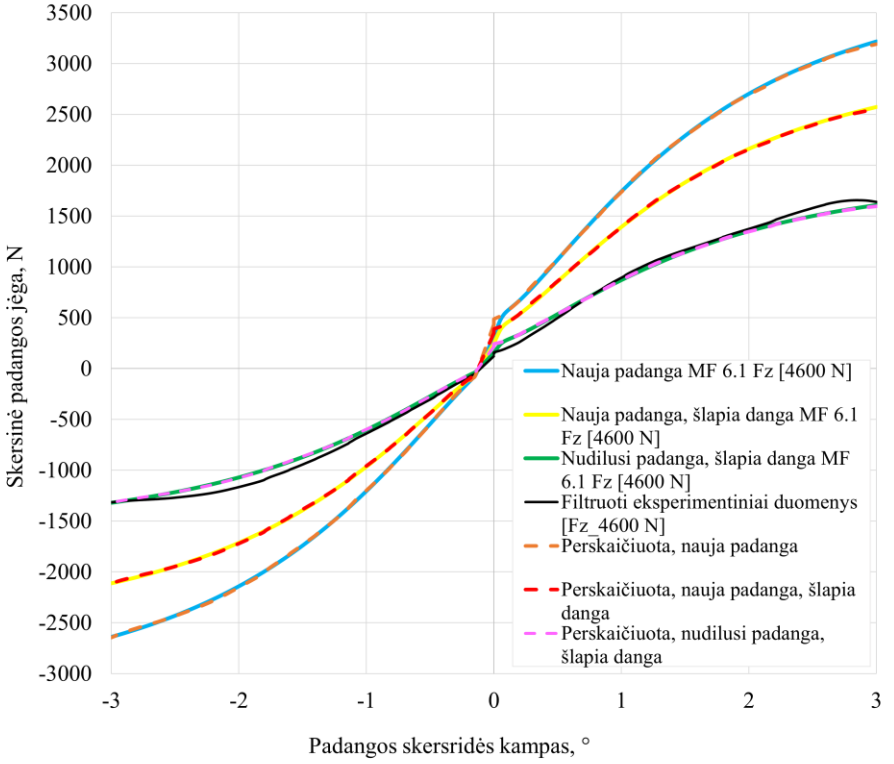


3.5 pav. Išilginės padangos jėgos perskaičiavimo koeficientai
Fig. 3.5. Longitudinal tyre force recalculation coefficients

Perskaičiuotų jėgų rezultatai esant sausoms ar šlapioms kelio dangoms ir naujoms ar nudilusioms padangoms pateikiami 3.6, 3.7 pav.



3.6 pav. Išilginės padangos jėgos perskaičiavimo rezultatai ($F_z = 4600$ N, 100 km/h)
Fig. 3.6. Longitudinal tyre force recalculation results ($F_z = 4600$ N, 100 km/h)



3.7 pav. Skersinės padangos jėgos perskaičiavimo rezultatai ($F_z = 4600$ N, 100 km/h)
Fig. 3.7. Lateral tyre force recalculation results ($F_z = 4600$ N, 100 km/h)

Kadangi bandymų stendo vertikalioji apkrova nėra veikiama skersinės ar išilginės dinamikos ir ją galima keisti tik statiškai 2000–9000 N diapazone. Matavimų metu, taikant anksčiau aprašytą padangos jėgų perskaičiavimo algoritmą, išilginės ir skersinės jėgos esant tam tikroms vertikaliosios apkrovos F_z reikšmėms gali būti apskaičiuotos ir išsaugotos kaip paieškos lentelės (3.2 lentelė).

3.2 lentelė. Paieškos lentelė F_x ir F_y reikšmėms įvertinti
Table 3.2. LUT for F_x ir F_y estimation

	F_z		
	$F_{z\,min}$	...	$F_{z\,max}$
Slydimas, λ	$F_x(\lambda, F_{z\,min})$	...	$F_x(\lambda, F_{z\,max})$
Skersridės kampas, α	$F_y(\alpha, F_{z\,min})$	...	$F_y(\alpha, F_{z\,max})$

Norint perskaičiuoti išilgines ir skersines jėgas kiekvienai F_z reikšmei, reikalingas atskiras algoritmas – paremtas interpoliacija. Interpoliacija atliekama remiantis dviem gretimais taškais iš paieškos lentelės. Pavyzdžiui, paimkime šiuos du taškus 3.2 lentelėje (F_x reikšmei įvertinti): $F_\mathrm{x}(\lambda, F_\mathrm{zL})$, $F_\mathrm{x}(\lambda, F_\mathrm{zH})$. Tikslas – interpoliacijos būdu nustatyti F_x reikšmę žinant slydimo ir vertikalios apkrovos vertes. Atliekama interpoliacija F_z ašyje pagal nurodytą formulę:

$$F_x(\lambda, F_z) = F_x(\lambda, F_{zL}) + \frac{F_x(\lambda, F_{zH}) - F_x(\lambda, F_{zL})}{(F_{zH} - F_{zL})}(F_z - F_{zL}), \tag{3.1}$$

čia $\lambda -$ išilginio slydimo koeficientas, F_{zL} ir $F_{\mathrm{z}H} -$ apatinis ir viršutinis vertikaliosios apkrovos rėžis, $F_z -$ esama vertikaliosios apkrovos vertė.
Analogiškas metodas yra taikomas F_y reikšmei skaičiuoti, remiantis skersridės kampu ir vertikaliosios apkrovos reikšme:

$$F_y(\alpha, F_z) = F_y(\alpha, F_{zL}) + \frac{F_y(\alpha, F_{zH}) - F_y(\alpha, F_{zL})}{(F_{zH} - F_{zL})}(F_z - F_{zL}). \tag{3.2}$$

Šis metodas užtikrina sklandžius perėjimus tarp taškų paieškos lentelėje. Apibendrinant, perskaičiavimo seką galima pateikti šiais žingsniais:

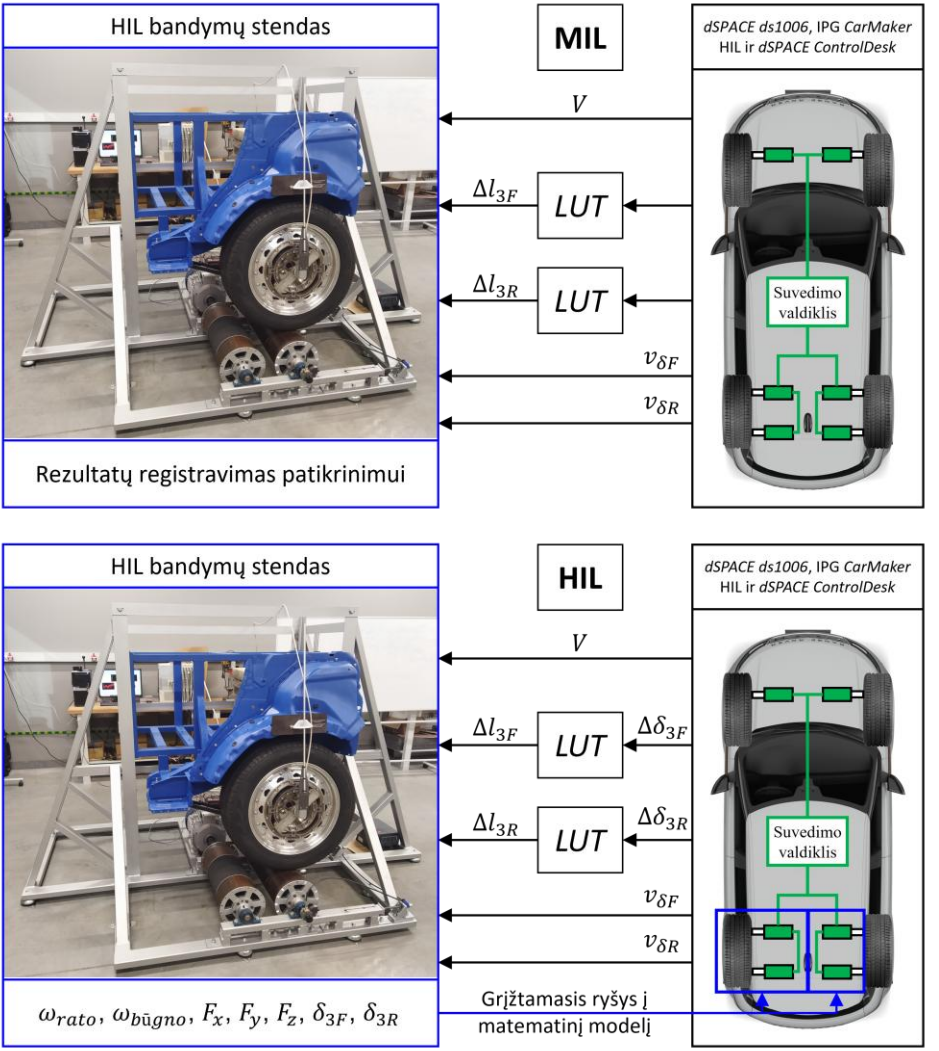
- etaloninių kreivių generavimas taikant padangos matematinį modelį *MF 6.1*;
- faktinių padangos jėgų kreivių gavimas iš eksperimentų;
- kreivių dalyba ir perskaičiavimo koeficientų nustatymas;
- polinominių kreivių pritaikymas koeficientų dėsningumams nustatyti;
- jėgų perskaičiavimas naudojant atitinkamą polinomą;
- F_x ir F_y įvertinimas bet kuriai slydimo, skersridės kampo ir vertikaliosios apkrovos kombinacijai.

Taigi, sudaryta validavimo metodika leidžia spręsti bandymų stendo trūkumus ir užtikrinti, kad matematinis modelis gautų korektiškas įvestis. Atlikus palyginimą tarp eksperimentų metu išmatuotų ir perskaičiuotų bei *MF 6.1* etaloninių verčių (3.6, 3.7 pav.), gautos vidutinės RMSE vertės: F_x – 74,97 N ir F_y – 32,39 N. Sukurta HIL sąsaja suteikia galimybę įvertinti valdymo algoritmų veiksmingumą visos TP mastu.

3.2. Ratų pozicionavimo sistemos eksperimentinių tyrimų metodika

Eksperimentiniai tyrimai atliekami naudojant TP pakabos ketvirčio bandymų stendą. Sąsaja įgyvendinama nurodytais būdais 3.8 pav.

Visų pirma atliekamas atvirojo kontūro testavimas, dar kitaip vadinamas modelių įtraukimu į ciklą (angl. *model-in-the-loop – MIL*). Šio testavimo metu sugeneruota matematinio modelio programa yra paleidžiama realiuoju laiku pritaikius skaičiavimų mašiną *dSPACE ds1006*, IPG *CarMaker* HIL ir *dSPACE ControlDesk* programinę įrangą.



3.8 pav. Ratų pozicionavimo sistemos MIL ir HIL atvejai
Fig. 3.8. Wheel positioning system MIL and HIL cases

Tokiu būdu patikrinamas modelio, valdymo algoritmo veikimas realiuoju laiku ir bendras korektiškumas. Svarbu suprasti, kad MIL modeliavimo metu duomenų srautas yra vienkryptis – iš *dSPACE* į bandymų stendą, be grįžtamojo ryšio. Modeliuojamas idealus atvejis, kai nėra aktyviųjų elementų dinamikos, matavimų triukšmo ir delsos. Tačiau tai labai svarbus etapas, kuriame bandymų stendas gauna etalonines reikšmes, kurias turi sekti elektriniai cilindrai. Įdiegtais jutikliais yra registruojama reali aktyviųjų elementų padėtis, veikiančios jėgos ir kiti kintamieji. Gauti rezultatai yra išsaugomi ir analizuojami. Aptikus klaidas atliekamas valdymo dėsnių derinimas, LUTs koregavimas bei kitos pataisos.

Uždarojo kontūro testavimo metu (HIL) į realiuoju laiku veikiantį visos TP matematinį modelį iš bandymų stendo siunčiamas grįžtamasis ryšys. Šie matavimai apima: abiejų elektrinių cilindrų potenciometrų įverčius, išmatuotas bei perskaičiuotas padangos F_x, F_y, F_z jėgas, rato ir plieninio būgno sukimosi kampinius greičius. Tokiu būdu įvertinama aktyviųjų elementų delsa ir dinaminės savybės. Taip pat atsižvelgiama į realios padangos jėgines charakteristikas, išilginį bei skersinį slydimą. Šie matavimai tiesiogiai pakeičia galinio kairiojo rato padangos matematinio modelio generuojamus signalus, o realusis suvedimo kampas pakeičia teorinį.

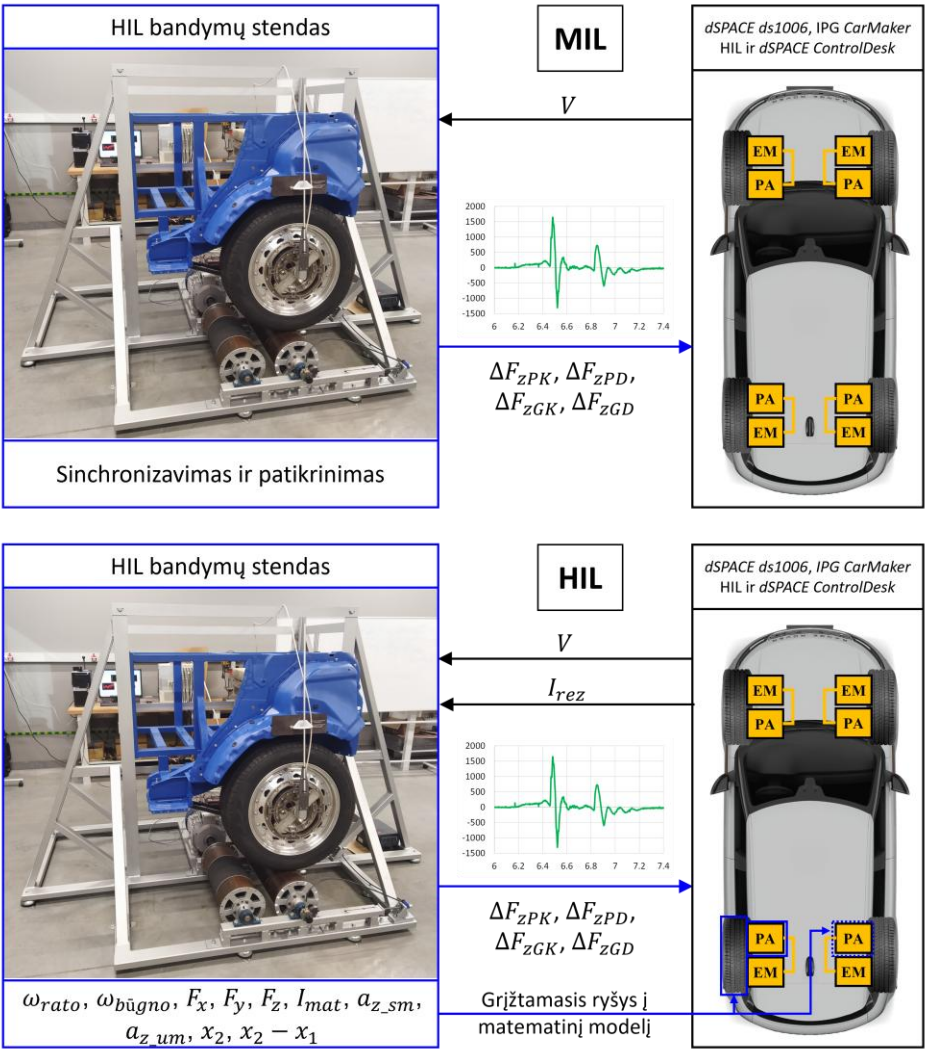
Papildomai dėl taikomo taisyklėmis pagrįsto vidutinio lygio valdiklio galinio kairiojo rato aktyviųjų elementų išvestys yra dubliuojamos dešiniajam ratui jas perskaičiuojant pagal Akermano geometriją. Pakoreguota išvestis yra siunčiama į TP matematinio modelio galininį dešinįjį ratą. Tokiu būdu HIL sąsajoje įvertinama visiškai fizinės galinių ratų pozicionavimo sistemos delsa. Priekinės ašies aktyvieji elementai yra modeliuojami papildomai įvedant delsą, taikant 30 matavimų ilgio medianos filtrą.

Kaip nurodyta 2.1 poskyryje, aktyvios ratų suvedimo kampų valdymo sistemos eksperimentiniai tyrimai apima ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018 testus. Sinusoidės tipo vairaračio įvesties testas atliekamas esant 80 ir 100 km/h TP važiavimo greičiui. Dvigubo važiavimo juostos keitimo testas vertinamas ties 80 km/h. Kiekvieno testo metu atliekami 5 pakartojimai. Pagrindiniai eksperimentinio testavimo kriterijai: MIL ir HIL atveju sutapimas pagal sukimosi greitį apie z ašį – RMSE, ratų suvedimo kampo užklausos ir realios kampo vertės paklaida – RMSE, delsa – s bei kiti rodikliai, įvertinantys TP valdomumą, iš 2.5 lentelės. Atliktų eksperimentų rezultatai ir jų analizė yra pateikiami 4.2 poskyryje.

Eksperimentiniai tyrimai su ratų išvirtimo pozicionavimo sistema nėra atliekami, nes bandymų stende nėra įdiegta tokių aktyviųjų elementų. Ratų išvirtimo poveikis vertinamas matematinio modeliavimo aplinkoje.

3.3. Hibridinės pakabos sistemos eksperimentinių tyrimų metodika

Pakabos valdymo eksperimentiniai tyrimai atliekami naudojant TP HIL bandymų stendą. Sąsaja įgyvendinama keliais būdais: MIL ir HIL (3.9 pav.).



3.9 pav. Pakabos sistemos MIL ir HIL atvejai
Fig. 3.9. Suspension system MIL and HIL cases

Analogiškai ratų pozicionavimo eksperimentams pradžioje atliekama atvirojo kontūro patikra. Esminis skirtumas – matematinio modelio ir bandymų stendo sinchronizavimas. Atliekant pakabos eksperimentinius tyrimus, be važiavimo greičio, papildomai reikia suderinti laiko momentą, kai įvedamas kelio paviršiaus nelygumo sukeltas žadinimas. Pritaikius *MSC LW12.8-50* rato jėgų matavimo prietaisą, fiksuojamas vertikalios jėgos pokytis, sukeltas pervažiuojant kelio nelygumą. Šis pokytis realiuoju laiku įvedamas į visos TP matematinį modelį kaip išorinė jėga, veikianti visus keturis ratus (žadinimo signalas). Galima naudoti signalo įrašą. Priklausomai nuo testavimo scenarijaus, signalą galima įvesti tik vienos pusės ratams arba su vėlavimo ar paankstinimo funkcija atskiroms ašims. Tokiu būdu užtikrinamas matematinio modelio ir bandymų stendo sinchronizavimas.

MIL atveju visi TP būsenos parametrai, reikalingi valdymui, yra gaunami iš matematinio modelio. Šių atvirojo kontūro bandymų tikslas – patikrinti įvesties ir išvesties signalų korektiškumą bei sugeneruoti signalus, su kuriais bus lyginami uždarojo kontūro bandymai. Bandymų metu yra generuojama tiek pusiau aktyvi, tiek aktyvi pakabos valdymo jėga. Įvertinama aktyviųjų elementų dinamika pritaikius perdavimo funkcijas. Tačiau pusiau aktyvi jėga ir atitinkama valdymo srovė nėra siunčiama į bandymų stende įdiegtą amortizatorių. EM pavaros yra modeliuojamos, jų išvestys yra siunčiamos į TP matematinį modelį.

Uždarojo kontūro eksperimentų metu bandymų stendas yra visiškai sujungtas su matematiniu modeliu (aktyvuotas grįžtamasis ryšys). Generuojama pusiau aktyvios pakabos jėga priklauso nuo išmatuoto greičių skirtumo ir valdymo srovės, kuri realiuoju laiku apskaičiuojama matematiniame modelyje ir siunčiama į bandymų stendą. Šių uždarojo kontūro bandymų tikslas – validuoti valdymo algoritmo generuojamą pusiau aktyvią pakabos jėgą ir palyginti ją su realia amortizatoriaus jėga. Kadangi EM pavara nėra įdiegta į stendą, aktyvi jėga lieka modelyje ir yra pridedama ties visais amortizuojamos masės kampais. Tokiu būdu tikslingiau suvaldomas vertikalus judesys bei užtikrinamas važiavimo komfortas. Kiekvienas TP ketvirtis yra valdomas atskiro pakabos valdiklio, HIL atveju stendo išvestys pakeičia galinio kairiojo ketvirčio pusiau aktyvios pakabos jėgą ir padangos jėgas. Papildomai, kai kairės ir dešinės pusės ratus veikia simetriškas kelio paviršiaus žadinimas, galinio kairiojo ketvirčio išvestys iš HIL yra dubliuojamos dešiniajai pusei (3.9 pav.). EM pavaros visais atvejais yra modeliuojamos analogiškai MIL.

Kaip nurodyta 2.1 poskyryje pakabos sistemos eksperimentiniai tyrimai apima vienkartinio ir periodinio žadinimo scenarijus. Abiem atvejais prie plieninio būgno pritvirtintas kelio nelygumas, kurio aukštis yra 16,5 mm. Bandymų metu TP važiavimo greitis – 40 km/h. Periodinės įvesties metu taikomas 5 Hz pakabos sistemos sužadinimo dažnis. Kiekvieno testo metu atliekami 5 pakartoji-

mai. Visais atvejais yra lyginama pasyvi TP su PID-CSMC BFA algoritmu valdoma pakabos sistema. Pagrindiniai eksperimentinio testavimo kriterijai: MIL ir HIL atveju sutapimas pagal pagreičius ir jėgas – RMSE bei kiti rodikliai, kuriuos taikant įvertinamas TP važiavimo komfortas iš 2.5 lentelės. Atliktų eksperimentų rezultatai ir jų analizė yra pateikiami 4.2 poskyryje.

Taigi, HIL atveju įvertinamas valdymo algoritmo veiksmingumas gerinant TP važiavimo komfortą visos TP mastu, atsižvelgus į realių elementų apribojimus, delsą, matavimų triukšmą ir kitus neapibrėžtumus.

3.4. Trečiojo skyriaus išvados

1. Sukurtas TP pakabos ketvirčio stendas su HIL sąsaja leidžia integruoti realius pusiau aktyvios pakabos ir ratų suvedimo sistemos komponentus į validuotą visos TP matematinį modelį. HIL architektūroje į matematinį modelį realiuoju laiku siunčiama perskaičiuota amortizatoriaus jėga, pakabos eigos, pakabos eigos greičio ir elektrinių cilindrų padėties matavimų duomenys, o jų pagrindu apskaičiuojama TP dinaminė būsena. Tokiu būdu atsižvelgiama į aktyviųjų elementų delsas ir matavimų triukšmą.
2. Dėl matavimų triukšmo, aktyviųjų elementų delsos ir kitų neapibrėžtumų gaunama terpė yra tinkama valdymo algoritmų veiksmingumui įvertinti. Kiti, fiziniais matavimais nekeičiami elementai yra kompleksiškai modeliuojami, atsižvelgiant į užfiksuotą triukšmą, duomenų apdorojimo sukeltas delsas ir perdavimo funkcijas.
3. Sudaryta validavimo ir perskaičiavimo metodika įgalina korektišką eksperimentinio stendo ir visos TP matematinio modelio sąveiką. Realiuoju laiku išmatuotos padangos jėgų (F_x, F_y, F_z), sukimo momentų (M_x, M_y, M_z), rato ir plieninio būgno sukimosi kampinių greičių vertės yra filtruojamos ir siunčiamos į perskaičiavimo algoritmą. Pritaikius validuotą *MF 6.1* padangos matematinį modelį ir įvertinus esamas jėgų, išilginio slydimo ir skersridės kampo vertes, atliekamos padangos jėgų korekcijos. Validuojant gautos vidutinės RMSE vertės: F_x – 74,97 N ir F_y – 32,39 N rodo aukštą tikslumą.

4

Transporto priemonės matematinio modeliavimo ir eksperimentinių tyrimų rezultatai

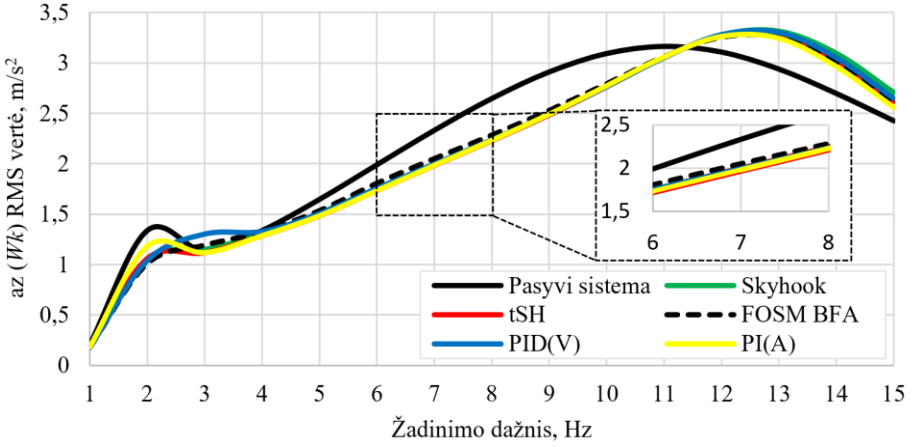
Ketvirtame skyriuje pateikti matematinių modelių, sudarytų pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmų (2 skyrius) modeliavimo rezultatai bei atliktų eksperimentinių tyrimų pagal 3 skyriaus metodiką rezultatai. Atliekama rezultatų analizė.

Skyriaus tematika buvo paskelbtas vienas straipsnis (Skrickij & Kojis, 2026) ir skaityti du pranešimai (Skrickij et al., 2024; Kojis et al., 2025) konferencijose.

4.1. Skaitinio modeliavimo rezultatai

Atliekant pirminį matematinį modeliavimą su TP pakabos ketvirčio modeliu, naudojamas tik pusiau aktyvus amortizatorius, kuris aprašomas pagal 2.11 pav. pateiktą metodiką. Modeliuojami idealūs atvejai – be būsenos matavimų triukšmo ir delsos. Įvedamas kelio paviršiaus žadinimas $0{,}01\sin(2\pi f t)$, kur f kinta nuo 1 iki 15 Hz. Ties kiekvienu žadinimo dažniu įrašomas amortizuojamos masės vertikalusis pagreitis, atliekama dažninė svertis ir skaičiuojama RMS vertė. Vadinasi, su kiekviena konfigūracija atliekama 15 modeliavimo atvejų.

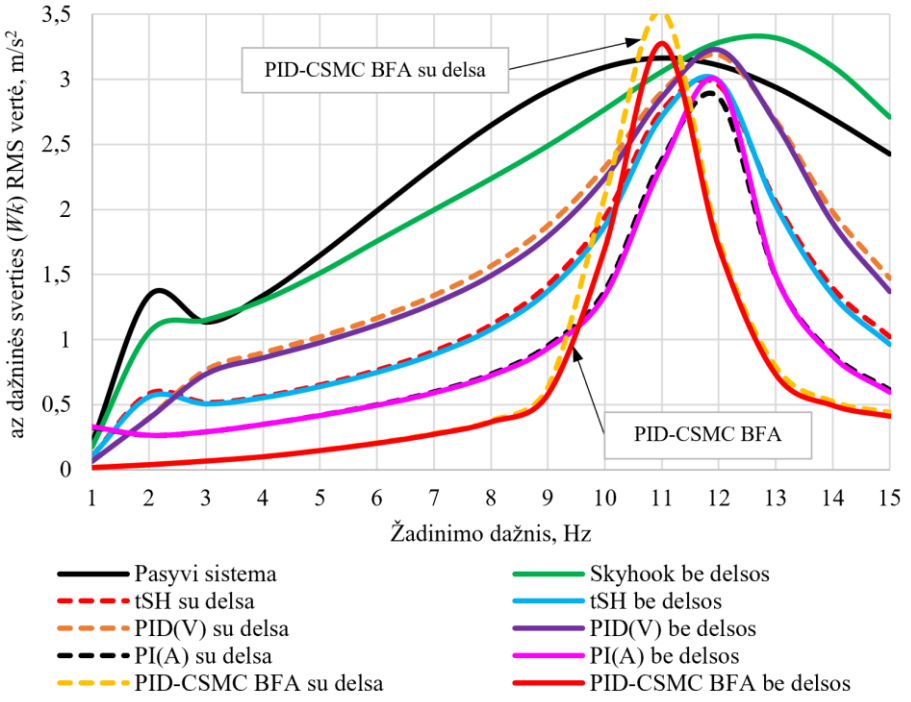
Pirminių modeliavimo sesijų metu atliekama mažiau kompleksiškų valdymo konfigūracijų patikra. Gauti rezultatai pateikiami 4.1 pav. Kaip vienas iš atskaitos taškų pateikiamas pasyvios pakabos sistemos atsakas. Papildomai palyginamas *Skyhook*, tSH, FOSM BFA, PID(V) ir PI(A) veiksmingumas valdant pusiau aktyvią pakabą.



4.1 pav. Pusiau aktyvios pakabos ribotumas
Fig. 4.1. Limiting factor of semi-active suspension

Gauti rezultatai rodo, kad įvairių metodų veiksmingumas, užtikrinant važiavimo komfortą, yra artimas klasikiniam *Skyhook* algoritmui. Šis rezultatas yra nulemtas pusiau aktyvios pakabos ribotumo ir slopinimo jėgos priklausomybės nuo pakabos eigos greičio. Dėl šių priežasčių pažangių pakabos valdymo algoritmų tyrimai taikant tik pusiau aktyvią pakabos sistemą toliau nėra vykdomi ir pereinama prie hibridinės architektūros – EM pavaros ir pusiau aktyvios pakabos integravimo.

Hibridinės architektūros modeliavimo metu matuojamų būsenos parametrų delsos parenkamos atsižvelgus į eksperimentinius matavimus ir juose taikomą signalų apdorojimą, kuris sukelia vėlavimus. HIL stende amortizuojamos masės poslinkis yra matuojamas tiesiogiai, tačiau realioje TP poslinkio vertės išgaunamos taikant estimatorius. Stende naudojamų potenciometrų išvestis yra triukšmingos. Dėl šių priežasčių modeliavimo su delsa metu poslinkio signalams yra taikoma 15 ms delsa. Amortizuojamos masės ir pakabos eigos greičio matavimams naudojama 10 ms delsa. Visiems pagreičio signalams, kurie įvedami į valdymo algoritmus, taikoma 5 ms delsa. Modeliavimo rezultatai su delsa ir be delsos pateikiami 4.2 pav. Hibridinės architektūros naudojimas leidžia pasiekti geresnį važiavimo komfortą, palyginti su pusiau aktyvia pakabos sistema. Ištisinėmis linijomis pažymėtas valdymo algoritmų veiksmingumas be būsenos matavimų delsos, o punktyrinėmis – su delsa.

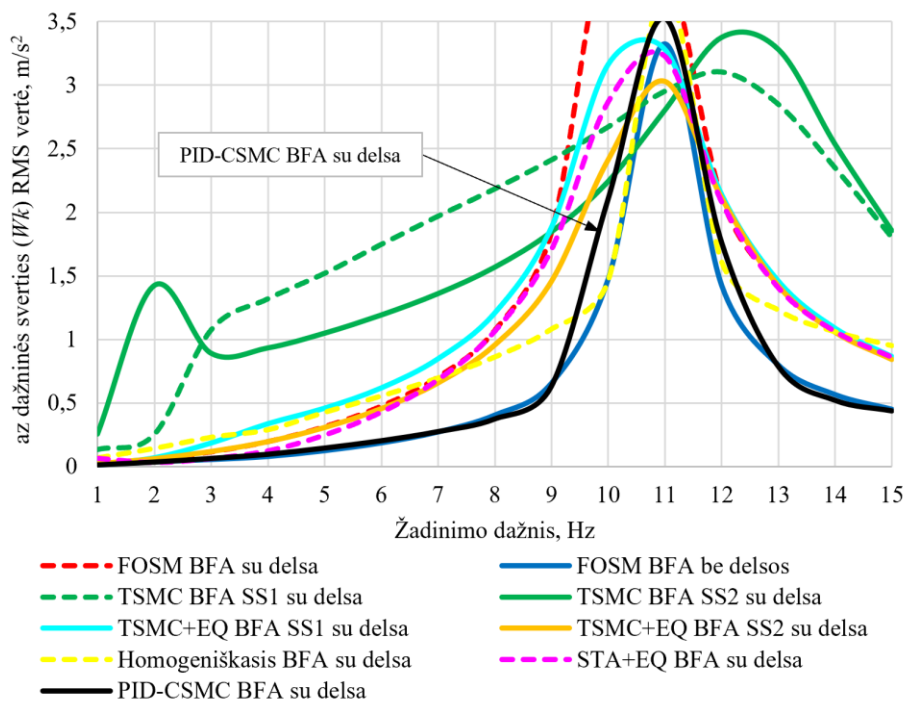


4.2 pav. Sukurto valdymo algoritmo palyginimas su klasikiniais metodais
Fig. 4.2. Comparison of the developed control algorithm with classical methods

Sukurto metodo pranašumas, palyginti su klasikiniais pakabos valdymo algoritmais, regimas taikant TP pakabos ketvirčio matematinį modelį. Atsako į žadinimą kreivėse (4.2 pav.) matyti, kad esminis PID-CSMC BFA metodo pranašumas yra vibracijų kritiniame dažnyje 4–8 Hz slopinimas. Taip pat metodas tinkamai sprendžia neapibrėžtumus, nes tarp atvejų su delsa ir be delsos regimas minimalus efektyvumo suprastėjimas.

Kita vertus, dėl pridėtinės jėgos poveikio maksimali vertikaliojo pagreičio vertė pasiekiama ties 11 Hz dažniu. Šis maksimumas labiau ryškus atvejyje su delsa. Tai dviprasmis efektas, nes pasyvios sistemos antrasis rezonansinis dažnis yra ties 11,48 Hz. Šis efektas analizuojamas papildomai su visos TP matematiniu modeliu.

Kadangi PID-CSMC BFA metodas užtikrino geriausią važiavimo komfortą, lyginant su klasikiniais valdymo algoritmais, toliau atliekamas algoritmo palyginimas su kitomis SMC strategijomis 4.3 pav.

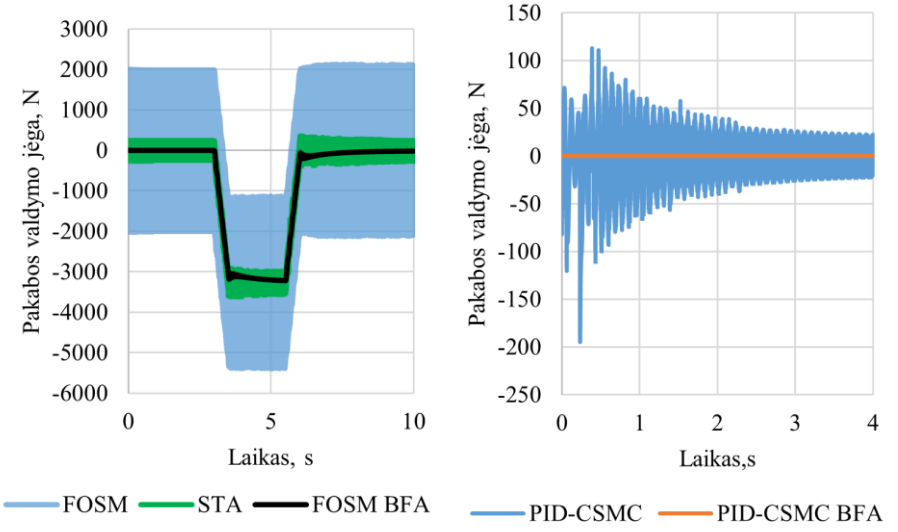


4.3 pav. Sukurto valdymo algoritmo palyginimas su kitais SMC metodais
Fig. 4.3. Comparison of the developed control algorithm with other SMC methods

Kiti SMC metodai yra pakankamai efektyvūs, tarkime, TSMC+EQ BFA SS2 sumažina svyravimų amplitudę ties 11 Hz dažniu. Esminė problema yra jų efektyvumas, kai pritaikomos būsenos matavimų delsos. FOSM BFA leidžia pasiekti geresnius rezultatus nei sukurtas PID-CSMC BFA metodas, tačiau tik atvejyje be delsos. Pritaikius matavimų delsą FOSM BFA veiksmingumas smarkiai degraduoja tiek rezonansiniame dažnyje, tiek 4 –8 Hz ribose.

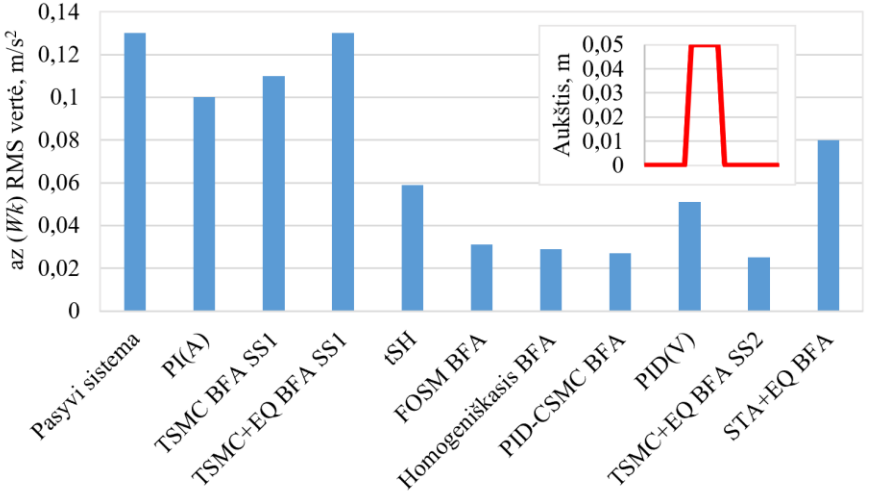
Vien tik terminaliojo režimo su ribine funkcija atvejai TSMC BFA SS1 ir SS2 neužtikrino reikiamo veiksmingumo. Kai TSMC derinamas su ekvivalentiniu valdymu – TSMC+EQ BFA SS1 ir TSMC+EQ BFA SS2 – rezultatai yra kur kas geresni, tačiau metodai yra labiau jautrūs matavimų delsoms. Taigi, papildomas palyginimas su įvairiomis SMC strategijomis užtvirtino PID-CSMC BFA metodo pranašumą.

Svarbu pabrėžti, kad be ribinių funkcijų SMC metodų taikymas nėra tikslingas. Didžiausi aktyviojo elemento būsenos svyravimai gaunami su FOSM, mažesni su STA ir kitais aukštesnės eilės SMC algoritmais. Tačiau svyravimų eliminavimas gaunamas tik pritaikius ribinę funkciją 4.4 pav.

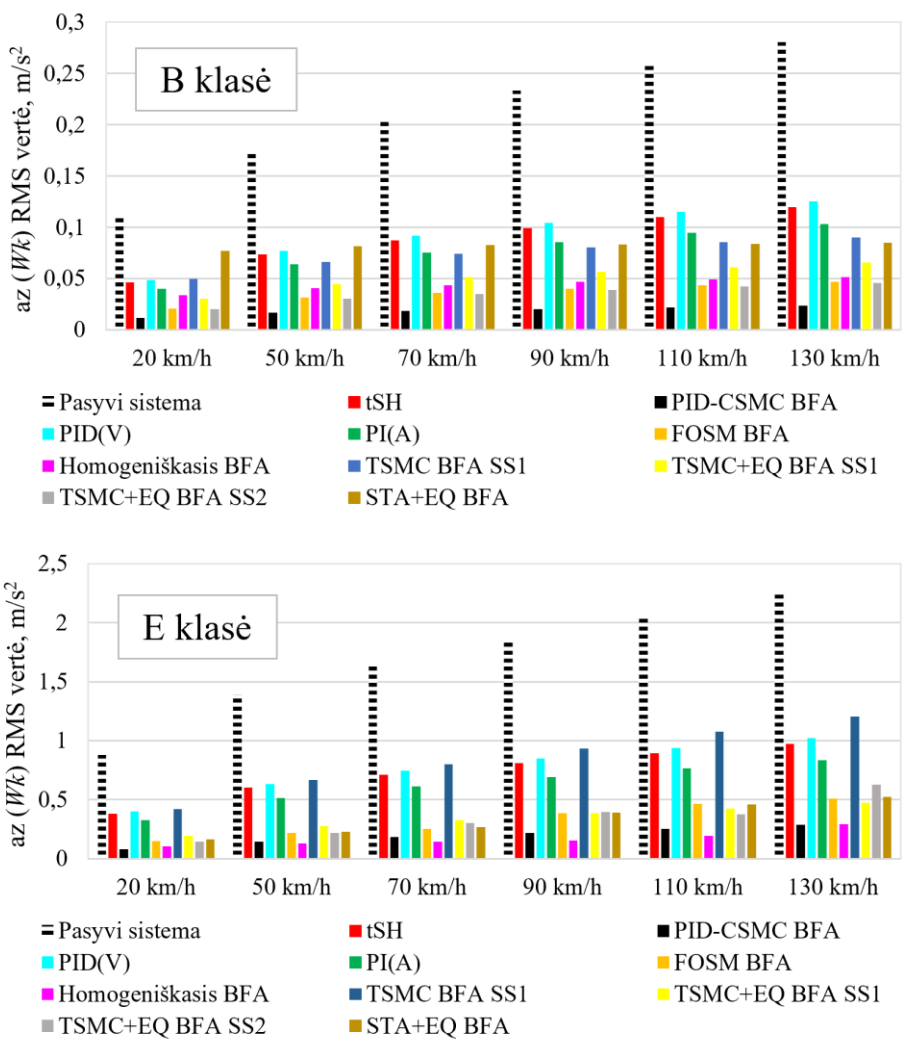


4.4 pav. Valdymo signalo būsenos virpėjimo pašalinimas taikant ribinę funkciją
Fig. 4.4. Chattering elimination using barrier function

Pakabos valdymo algoritmų efektyvumo įvertinimas, taikant tik periodinį žadinimą, nėra pakankamas. Todėl papildomai modeliuojami stochastinio ir vienkartinio impulso žadinimo atvejai (4.5, 4.6 pav.). Apibendrinta rezultatų suvestinė pateikiama 4.1 lentelėje.



4.5 pav. Pakabos valdymo algoritmų testavimo rezultatai taikant vienkartinį impulsą
Fig. 4.5. Testing results of suspension control algorithms using a single bump



4.6 pav. Pakabos valdymo algoritmų testavimo rezultatai taikant ISO 8608 kelių klases
Fig. 4.6. Testing results of suspension control algorithms using ISO 8608 road classes

Papildomų scenarijų modeliavimas užtikrina, kad algoritmų patikrinimas, taikant TP pakabos ketvirčio modelį, būtų visapusiškas. Vienkartinio impulso žadinimo atveju mažiausia vertikaliojo pagreičio vertė užfiksuota su TSMC+EQ SS2 ir PID-CSMC BFA. Stochastinio žadinimo atvejais taikytos kelio dangos klasės A–E pagal ISO 8608. Geriausias važiavimo komfortas pasiektas taikant PID-CSMC BFA ir FOSM BFA metodus.

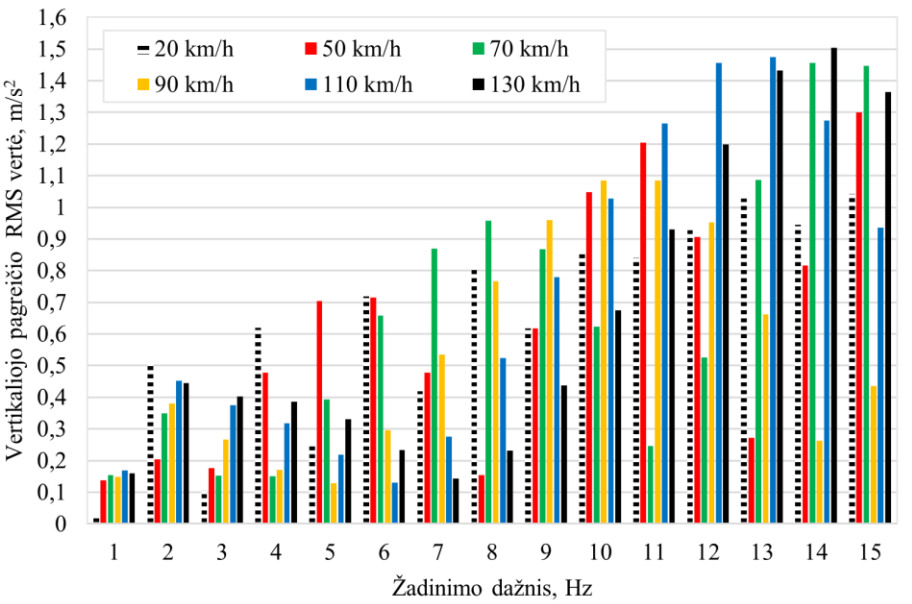
4.1 lentelė. Važiavimo komforto pagerėjimas, lyginant su pasyvia pakabos sistema, %
Table 4.1. Ride comfort improvement compared to a passive suspension system, %

tSH, %	PID-CSMC BFA, %	PID(V), %	PI(A), %	FOSM BFA, %	homogeniškasis BFA, %	TSMC BFA SS1, %	TSMC+EQ BFA SS1, %	TSMC+EQ BFA SS2, %	STA+EQ BFA, %
Vibracijų sumažinimas 4–8 Hz rėžyje taikant $0{,}01sin(2\pi ft)$ žadinimą									
59,9	89,5	39,2	74,1	74,4	72,4	10,9	66,8	75,9	76,9
ISO 8608 A –E kelių klasės (visų važiavimų vidutinė vertė)									
57,3	93,4	55,2	63,2	82,2	81,5	58,1	76,4	82,5	62,7
Kelio nelygumas 0,05 m									
54,6	79,2	60,8	23,1	76,2	77,7	15,4	-	80,8	38,5

Atlikus išplėstinį modeliavimą su TP pakabos ketvirčio matematiniu modeliu išryškėja 4 algoritmai, gebantys užtikrinti geriausią važiavimo komfortą: PID-CSMC BFA, FOSM BFA, homogeniškasis su BFA ir TSMC+EQ BFA SS2. Svarbu suprasti, kad algoritmai, kurių valdymo dėsnį sudaro ekvivalentinė dedamoji, yra labiau paveikūs matavimų triukšmui ir delsai. Taip pat homogeniškasis su BFA nėra veiksmingas visais atvejais: ties santykinai lygia kelio danga arba mažu žadinimu (4.3 ir 4.6 pav.) šis valdiklis neužtikrina geriausio važiavimo komforto. Taigi, su visos TP matematiniu modeliu toliau testuojamas tik PID-CSMC BFA, kuris yra lyginamas su pasyvia sistema ir industrijoje pristatytu tSH algoritmu.

Pakabos veiksmingumo įvertinimo metu kelio nelygumai modeliuojami pagal 2.4 lentelę, papildomai įtraukiamas važiavimas per trinkelėmis grįstą kelio dangą.

Analogiškai TP pakabos ketvirčio modeliavimui su visos TP matematiniu modeliu atliekamas važiavimas per sinusoidinės bangos formos kelio profilį. Sugeneruojama 90 skirtingų atvejų, kuriuose ties kiekvienu žadinimo dažniu TP juda nurodytais greičiais (4.7 pav.). Kiekvieno važiavimo metu fiksuojamos 2.5 lentelėje nurodytos metrikos, prioritetą skiriant amortizuojamos masės vertikaliajam pagreičiui ir jo RMS vertei. Iš visų 90 atvejų išskiriama 15, kuriuose pasyvi pakabos sistema pasiekia didžiausias a_z RMS vertes. Tokiu būdu sudaromi blogiausi scenarijai, kuriuose testuojamas sukurtas pakabos valdymo algoritmas.

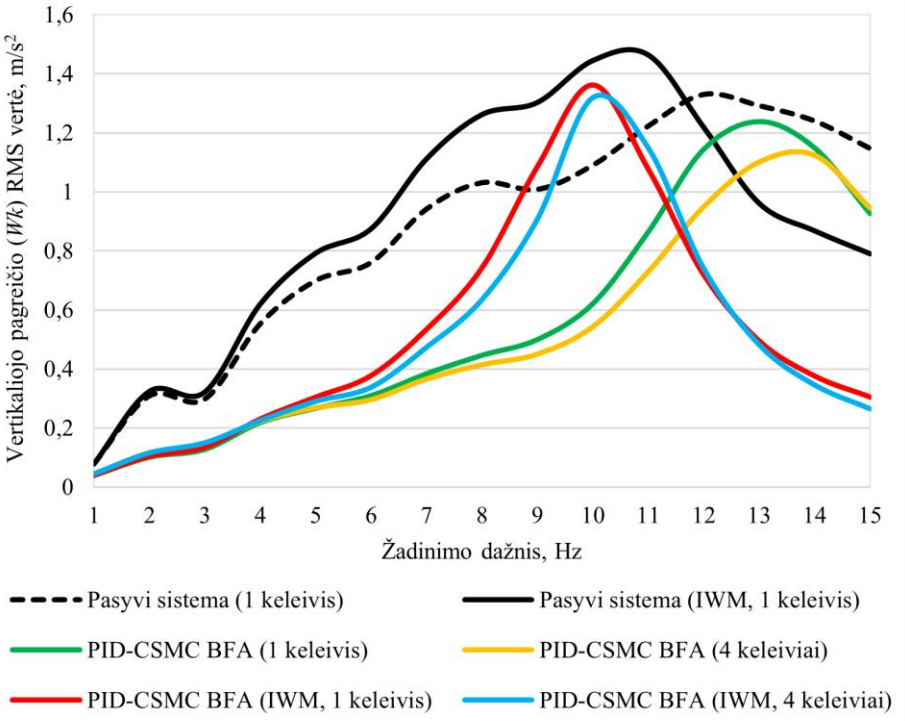


4.7 pav. Pasyvios pakabos testavimo rezultatai blogiausiems scenarijams nustatyti
Fig. 4.7. Testing results of passive suspension for worst scenario identification

Identifikavus blogiausius atvejus su analogiškomis kraštinėmis sąlygomis testuojamas sukurtas PID-CSMC BFA algoritmas. Papildomai atsižvelgiama į galimus amortizuojamos ir neamortizuojamos masės pokyčius dėl keleivių skaičiaus bei IWM naudojimo. Papildomas algoritmo koeficientų derinimas, kintant TP charakteristikoms, nėra atliekamas. Tokiu būdu išbandomas PID-CSMC BFA gebėjimas spręsti neapibrėžtumus ir dirbti kintančiomis sąlygomis.

Kreivių palyginimo grafike (4.8 pav.) pateikiamos vertikaliojo pagreičio dažninės sverties RMS vertės. Lyginant pasyvią sistemą ir PID-CSMC BFA atvejyje be IWM matyti, kad valdymo algoritmas pagerina važiavimo komfortą vidutiniškai 42,6 % visame nagrinėjamų dažnių diapazone. 4–8 Hz rėžyje gaunamas iki 59,5 % važiavimo komforto pagerėjimas. Amortizuojamos masės pokytis nesukelia komforto pablogėjimo. Papildomai, rezonansinio dažnio paankstinimo efektas pastebimas (4.2 pav.), nėra ryškus atliekant modeliavimą su validuotu TP matematiniu modeliu.

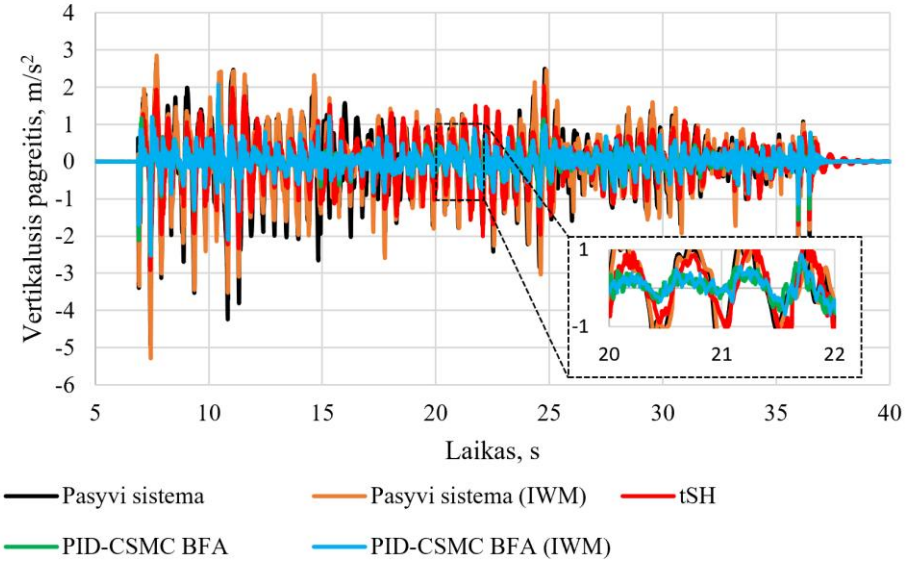
Scenarijuose su IWM matomas padidėjusios neamortizuojamos masės neigiamas poveikis. Svarbu suprasti, kad sudarytas algoritmas atvejyje su IWM suteikia geresnį važiavimo komfortą nei pasyvi sistema be IWM. Lyginant atvejus su IWM matyti, kad PID-CSMC BFA visame dažnių rėžyje vidutiniškai 47,1 %, o 4–8 Hz diapazone iki 54,9 % pagerina važiavimo komfortą. Papildoma amortizuojama masė 4 keleivių atveju nesukelia nestabilumų.



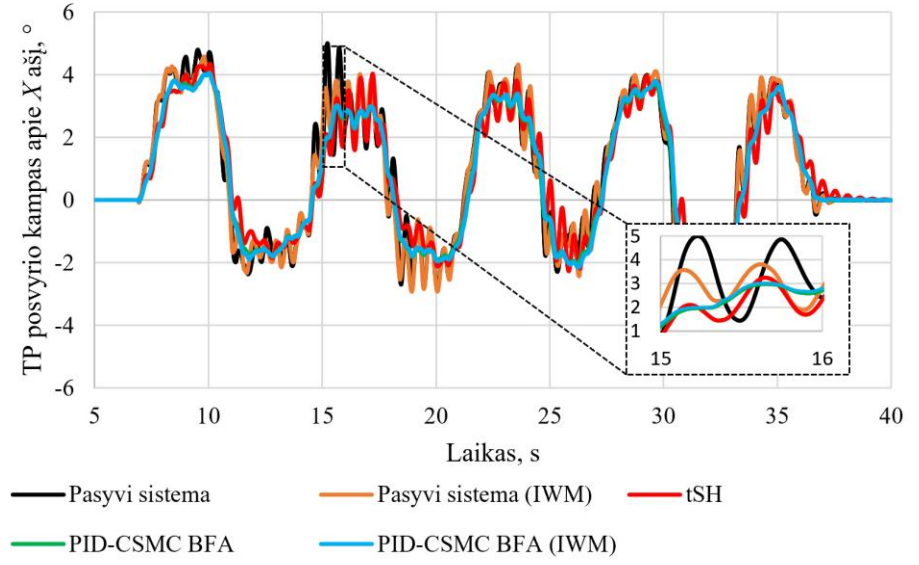
4.8 pav. PID-CSMC BFA algoritmo testavimo rezultatai taikant sinusoidinį žadinimą
Fig. 4.8. PID-CSMC BFA testing results using sinusoidal excitation

Įvertinus veiksmingumą su periodiniu žadinimu atliekamas modeliavimas su stochastiniais kelio nelygumais – važiavimas per trinkelėmis grįstą kelio dangą. Testo metu TP juda pastoviu 20 km/h greičiu. Dangos geometrija į IPG *CarMaker* programinę įrangą įvedama per ASAM *Open*CRG formatą iš laisvai prieinamų išteklių. Pagrindiniai rezultatai pateikiami 4.9, 4.10 pav.

Važiavimo metu užfiksuotos a_z RMS, RMS *Wk* vertės: pasyvi sistema: 0,77/0,52 m/s^2; pasyvi sistema (IWM): 0,74/0,51 m/s^2; tSH: 0,52/0,32 m/s^2; tSH (IWM): 0,51/0,33 m/s^2; PID-CSMC BFA: 0,24/0,18 m/s^2; PID-CSMC BFA (IWM): 0,25/0,21 m/s^2. Sukurtas pakabos valdymo algoritmas sumažino svertinę vertikaliojo pagreičio RMS *Wk* vertę nuo 58,8 iki 65,4 % lyginant su pasyvia sistema atitinkamai su IWM ir be IWM. Papildomai algoritmas yra nuo 36,4 iki 43,8 % veiksmingesnis nei tSH valdymo metodas.



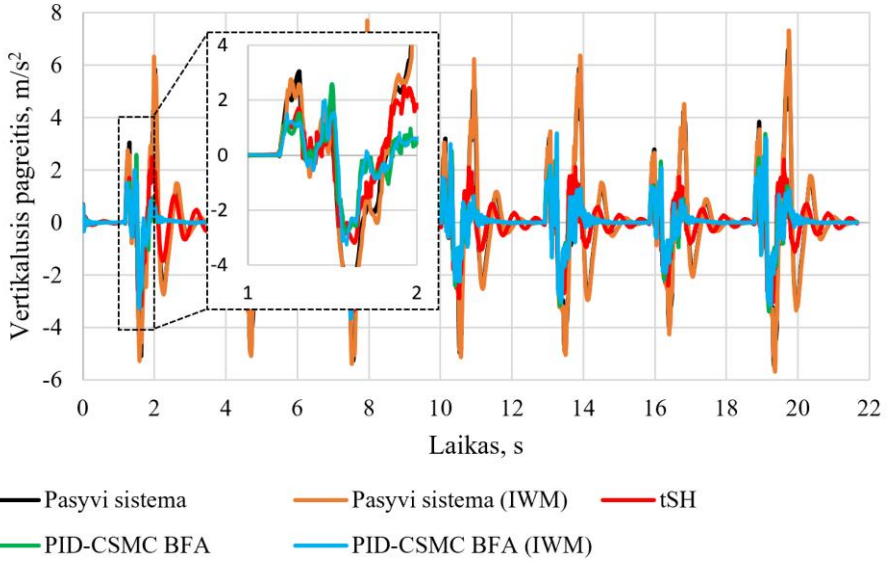
4.9 pav. PID-CSMC BFA testavimas važiuojant per trinkelėmis grįstą kelio dangą
Fig. 4.9. PID-CSMC BFA testing on Belgian pavement



4.10 pav. TP posvyrio kampas važiuojant per trinkelėmis grįsta kelio dangą
Fig. 4.10. Vehicle roll angle in Belgian pavement testing scenario

PID-CSMC BFA metodas sumažina TP posvyrio kampų apie x ir y ašis absoliučiąsias vertes ir jų svyravimus (4.10 pav.). Testo metu maksimalus TP posvyrio kampas apie x ašį sumažintas iki 19,2 %, o minimalus iki 26,6 % lyginant su pasyvia sistema. Taip pat sukurtas metodas yra iki 10 % veiksmingesnis už tSH metodą. Pabrėžiamas posvyrio kampo apie x ašį svyravimų sumažinimas lyginant su tSH. Pavyzdžiui, 14–19 s intervale matyti, kad taikant tSH metodą sukeliami kampo svyravimai, kurių amplitudė viršija 1°, o taikant PID-CSMC BFA metodą jie sumažėja iki 0,35° amplitudes. Analogiškai sumažinamas TP posvyrio kampas apie y ašį.

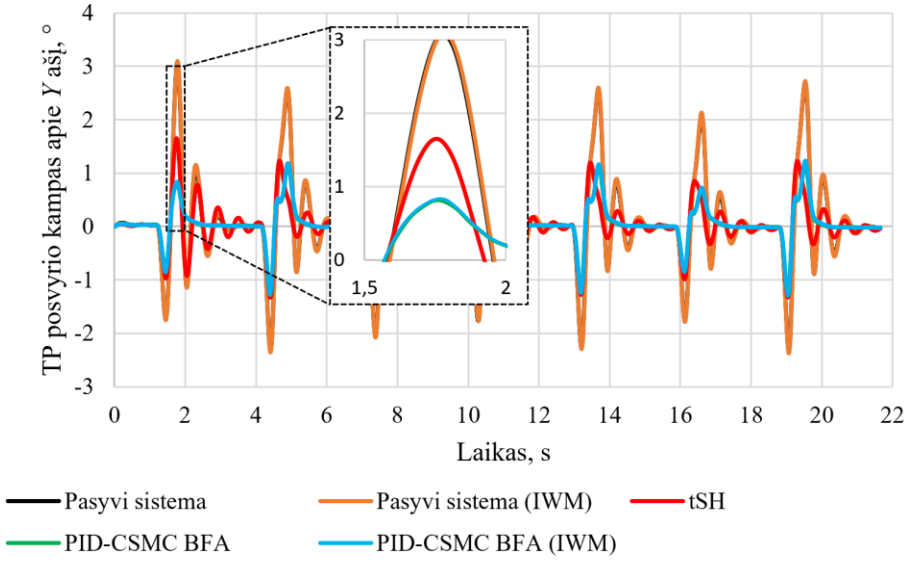
Taip pat atliekamas modeliavimas, kai TP važiuoja per trapecinius ir asimetriškai išdėstytus dalinius trapecinius greičio mažinimo kalnelius. Trapeciniai greičio mažinimo kalneliai išdėstyti skersai važiuojamosios dalies ir abu vienos ašies ratai yra žadinami tuo pat metu. Daliniai greičio mažinimo kalneliai išdėstyti asimetriškai ir pakaitomis žadina kairės arba dešinės pusės ratus. Pirmuoju atveju TP juda pastoviu 50 km/h, o antruoju 40 km/h greičiu. Važiavimo rezultatai pateikiami (4.11, 4.12 pav.).



4.11 pav. PID-CSMC BFA testavimas per trapecinius greičio mažinimo kalnelius
Fig. 4.11. PID-CSMC BFA testing in scenario featuring trapezoidal speed bumps

Testo metu apskaičiuotos a_z RMS, RMS (Wk) vertės: pasyvi sistema: 1,75/1,01 m/s^2; pasyvi sistema (IWM): 1,84/1,07 m/s^2; tSH: 0,89/0,54 m/s^2; tSH (IWM): 0,93/0,57 m/s^2; PID-CSMC BFA: 0,68/0,48 m/s^2; PID-CSMC BFA (IWM): 0,72/0,52 m/s^2. Todėl komforto pagerėjimas tolygus nuo 51,4 iki 52,5 %, lyginant su pasyvia sistema, atitinkamai su IWM ir be IWM. Taip pat

PID-CSMC BFA yra nuo 8,8 iki 11,1 % efektyvesnis nei tSH metodas lyginant a_z RMS (Wk) vertes. Svarbu atsižvelgti į svyravimus, jau pervažiavus kelio nelygumą, kurie taikant tSH metodą prastai slopinami. Šis efektas tikslingiau perteikiamas TP posvyrio kampo apie y ašį grafike (4.12 pav.).



4.12 pav. TP posvyrio kampas važiuojant per trapecinius greičio mažinimo kalnelius
Fig. 4.12. Vehicle pitch angle in scenario featuring trapezoidal speed bumps

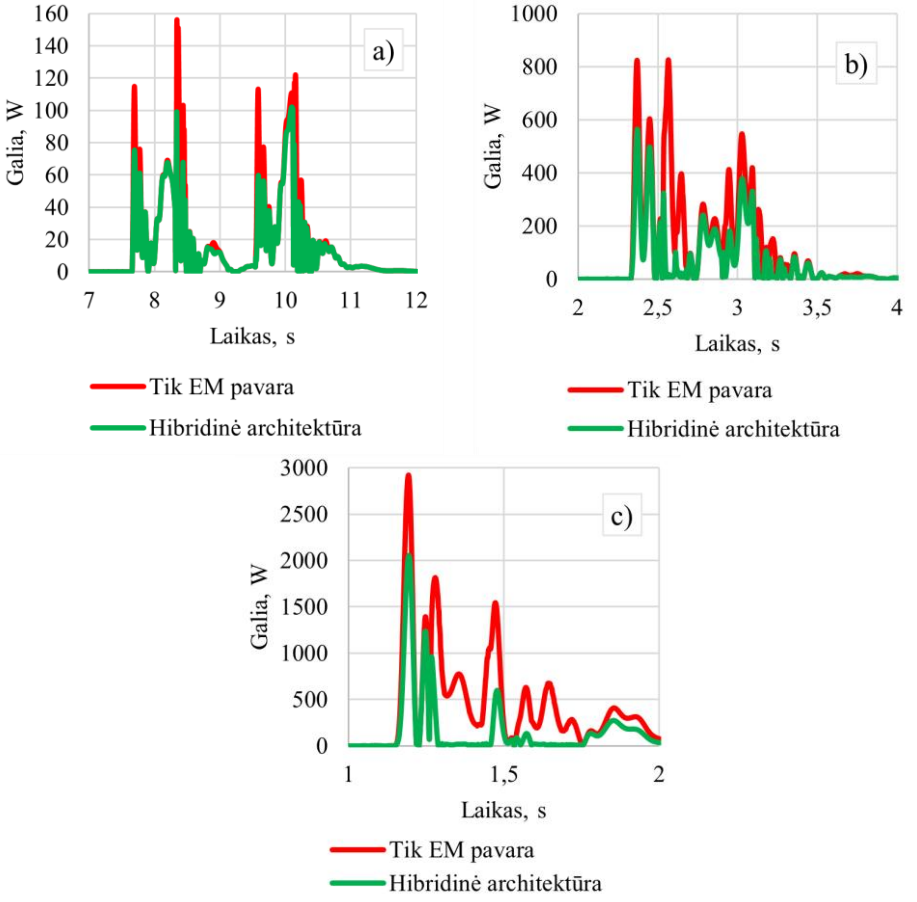
Viso važiavimo metu (4.12 pav.) apskaičiuota posvyrio kampo RMS vertė su pasyvia sistema yra 0,87° ir 0,89° su IWM, tSH metodas sumažina šia vertę iki 0,45°. Tačiau PID-CSMC BFA užtikrina mažiausiąją vertę – 0,34°, tai yra iki 24,4 % geriau nei tSH. Lyginant pasyvią sistemą ir PID-CSMC BFA, posvyrio kampo maksimali vertė sumažėjo nuo 3,32° iki 1,17°, o minimali nuo –2,37° iki –1,23°.

Analogiški rezultatai gauti važiuojant per asimetriškai išdėstytus dalinius trapecinius greičio mažinimo kalnelius. Modeliavimo metu apskaičiuotos a_z RMS/RMS (Wk) vertės: pasyvi sistema: 0,62/0,36 m/s^2; pasyvi sistema (IWM): 0,63/0,37 m/s^2; tSH: 0,28/0,17 m/s^2; tSH (IWM): 0,29/0,18 m/s^2; PID-CSMC BFA: 0,25/0,17 m/s^2; PID-CSMC BFA (IWM): 0,26/0,18 m/s^2. Komfortas pagerėja iki 52,8 %, palyginti su pasyvia sistema. Šio testo metu tSH veiksmingumas vertinant a_z RMS yra analogiškas PID-CSMC BFA. Tačiau atsižvelgus į posvyrio kampus apie x ir y ašis, PID-CSMC BFA metodas yra pranašesnis iki 43,2 %.

Sukurtas PID-CSMC BFA valdymo algoritmas užtikrina geriausią važiavimo komfortą visuose testavimo scenarijuose su validuotu TP matematiniu modeliu.

Papildomai svarbu įvertinti sudarytos hibridinės pakabos architektūros energijos sąnaudas ir gebėjimą dirbti esant pavaros laisvumams.

Energijos sąnaudoms įvertinti atliekamas papildomas modeliavimas, TP važiuojant per trapecinės formos greičio mažinimo kalnelį. Modeliuojami trys atvejai: TP važiavimo greitis 10 km/h (4.13 pav., a), 30 km/h (4.13 pav., b) ir 60 km/h (4.13 pav., c). Tokios kraštinės sąlygos lemia atitinkamus pakabos eigos greičius – 0,18 m/s, 0,52 m/s ir 1,1 m/s.



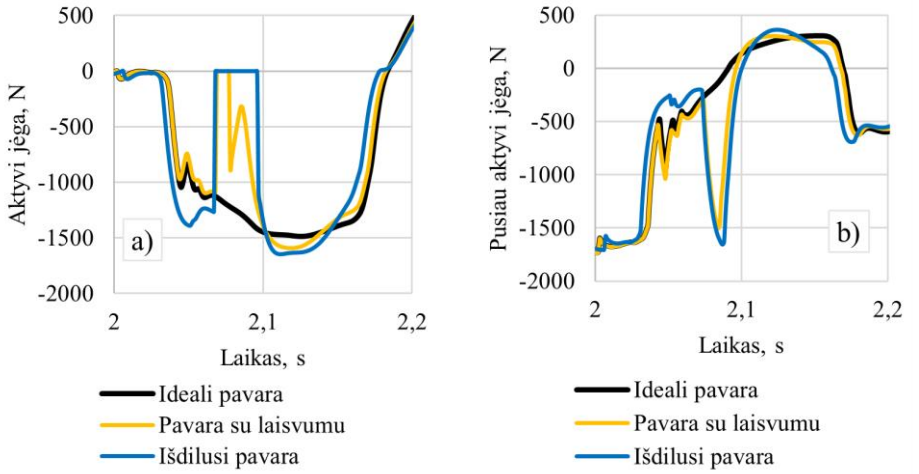
4.13 pav. Hibridinės pakabos architektūros poveikis energijos sąnaudoms: a) pakabos eigos greitis 0,18 m/s; b) 0,52 m/s; c) 1,1 m/s

Fig. 4.13. Impact of hybrid suspension architecture on energy consumption: a) suspension stroke velocity 0.18 m/s; b) 0.52 m/s; c) 1.1 m/s

Hibridinės architektūros atveju valdymo jėgos užklausa iš pradžių įgyvendinama su pusiau aktyvia pakabos sistema, o likusi dalis su aktyvia EM pavara. Todėl didėjant pakabos eigos greičiui pusiau aktyvios jėgos dedamoji didėja. Dėl

šios priežasties mažėja aktyvios jėgos poreikis, kurį turi pasiekti EM pavara. Analizuojant galios grafikus matyti, kad ties mažu pakabos eigos greičiu (4.13 pav., a) hibridinė architektūra naudoja iki 17,8 % mažiau energijos. Ties vidutiniu greičiu (4.13 pav., b) iki 43,2 % mažiau energijos. Analogiškai ties dideliu greičiu (4.13 pav., c) gaunamas iki 61,5 % energijos sąnaudų sumažėjimas. Taigi, sudaryta hibridinė architektūra valdoma PID-CSMC BFA algoritmo ne tik užtikrina geriausią važiavimo komfortą, bet ir sumažina energijos sąnaudas lyginant su EM sistema.

Pavaros matematinis modelis (2.12 pav.) įvertina laisvumus, kuriuos sudaro: 50 µm dėl krumpliaračių tarpašinio atstumo kaitos; 50 µm dėl krumpliaračių poros sukabinimo laisvumo ir 30 µm laisvumo rutulinėje sraigtinėje pavaroje. Kaip kraštutinis atvejis laisvumas yra padidinamas 10 kartų, siekiant sumodeliuoti galimą pavaros nusidėvėjimą. Modeliavimo rezultatai atveju, kai TP judėdama 40 km/h pervažiuoja per trapecinį greičio mažinimo kalnelį, pateikiami 4.14 pav.

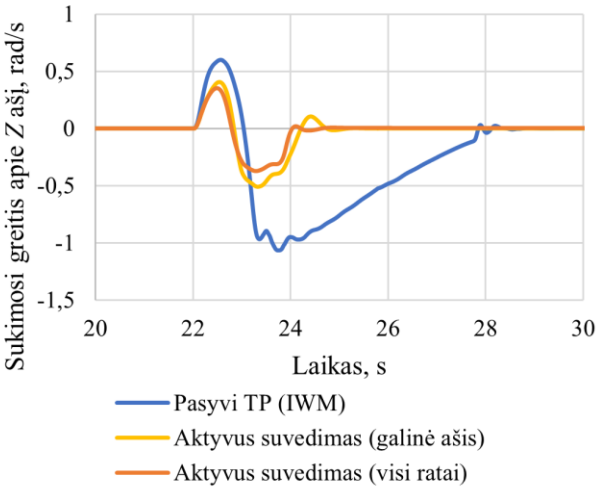


4.14 pav. Valdymo jėgos pokytis didėjant EM pavaros laisvumui:
a) aktyvi jėga; b) pusiau aktyvi jėga
Fig. 4.14. Control force change with increase in actuator backlash
a) active force; b) semi-active force

Iš pateiktų valdymo jėgos kreivių matyti, kad, didėjant EM pavaros laisvumui, ilgėja laiko intervalas, kuriame nėra generuojama aktyvi jėga (4.14 pav., a). Šis efektas pasireiškia 2–2,1 s ruožyje. Dėl negeneruojamos pridėtinės jėgos pakabos eigos greitis išauga ir tame pačiame ruožyje matomas pusiau aktyvios pakabos dedamosios prieaugis (4.14 pav., b). Tokiu būdu hibridinė architektūra užtikrina tinkamą nelygumų izoliavimą, net ir išdilus EM pavarai.

Vertikaliojo pagreičio RMS vertės pokytis lyginant atvejus su idealia pavara, laisvumu ir išdilimu yra mažesnis nei žmogaus jautrumo riba, nurodyta 2.5 lentelėje. Todėl komforto suprastėjimas nebus jaučiamas TP keleivių.

Visos TP matematinis modelis toliau taikomas aktyvaus ratų suvedimo ir išvirtimo sistemų veiksmingumo tyrimams, vertinant TP valdomumą ir važiavimo komfortą. Modeliavimo aplinkoje atliekami testai: ISO 19365:2016 ir ISO 3888-1:2018. Sinusoidės tipo vairaračio įvesties testo metu TP juda 100 km/h greičiu, o vairaračio pasukimo kampo amplitudė – 2 rad. Testo rezultatai ant sauso asfalto dangos pateikiami 4.15–4.18 pav. Sukurtos sistemos poveikis TP valdomumui pavaizduotas 4.15, 4.16 pav.

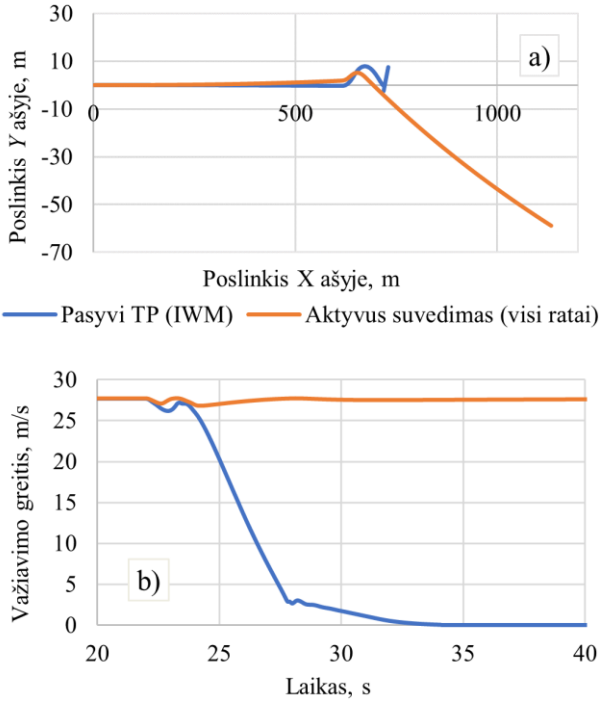


4.15 pav. TP sukimosi greičio apie *Z* ašį vertės atliekant ISO 19365:2016 testą
Fig. 4.15. Vehicle yaw rate during ISO 19365:2016 test

ISO 19365:2016 testo atlikimo metu pasyvi TP su elektros varikliais ratuose paskirtą manevrą atlieka nesėkmingai. Tai matyti iš paveikslų 4.15 ir 4.16. Sukimosi greičio apie z ašį kreivėse (4.15 pav.) pasyvios TP maksimali šio greičio vertė – 0,6 rad/s, minimali yra –1,066 rad/s bei testo metu apskaičiuota RMS vertė – 0,478 rad/s. Maksimali neigiama sukimosi greičio vertė užfiksuojama ties 23,8 s. Pagal standartą, po 1 s šio greičio vertė turi sudaryti mažiau nei 35 %, o po 1,75 s – mažiau nei 20 % buvusios maksimalios vertės. Kadangi šie reikalavimai neįgyvendinti, testas laikomas nesėkmingu.

Aktyvavus vien tik galinių ratų suvedimo valdymo sistemą, TP su IWM sėkmingai atlieka pavestą manevrą. Gauta sukimosi greičio RMS vertė – 0,162 rad/s, maksimali vertė – 0,406 rad/s ir minimali vertė yra –0,509 rad/s. TP valdomumo pagerėjimas tolygus 66,1 % vertinant pagal RMS vertę. Valdant visų ratų suvedimo kampus regimas dar sklandesnis manevro atlikimas. Šiuo atveju užregistruota maksimali sukimo greičio vertė – 0,352 rad/s, minimali

–0,372 rad/s bei RMS vertė – 0,123 rad/s. Maksimalus TP valdomumo pagerėjimas tolygus 74,3 % vertinant pagal RMS vertę.

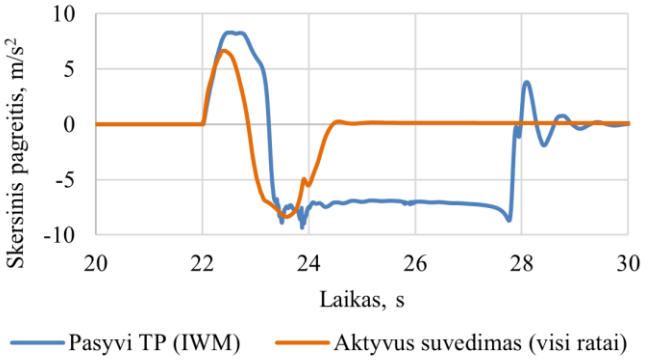


4.16 pav. TP važiavimo trajektorija ir greitis atliekant ISO 19365:2016 testą:
a) važiavimo trajektorija; b) važiavimo greitis
Fig. 4.16. Vehicle trajectory and velocity during ISO 19365:2016 test:
a) vehicle trajectory; b) vehicle travel velocity

Analizuojant judėjimo trajektoriją ir važiavimo greitį (4.16 pav.) testo metu matyti, kad pasyvi TP praranda stabilumą, apsisuka 180° kampu ir visiškai sustoja. TP su visų ratų suvedimo kampų valdymo sistema tęsia judėjimą neprarasdama pradinio greičio. Skirtingai nei klasikinėje elektroninėje stabilumo kontrolės sistemoje (ESP), kurioje TP stabilumas užtikrinamas tikslingai stabdant atskirus ratus, siūlomas metodas nereikalauja ratų stabdymo. Dėl to išvengiama galimų kinetinės energijos nuostolių ir poreikio TP pakartotinai įsibėgėti iki pradinio važiavimo greičio.

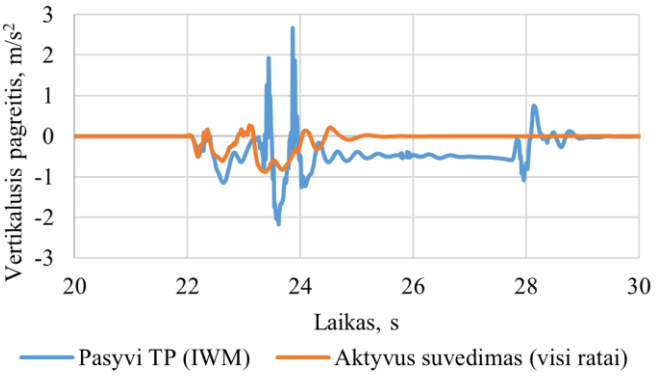
Svarbu pabrėžti sukurtos valdymo sistemos poveikį važiavimo komfortui. Atliekant ISO 19365:2016 testą papildomai registruojamas skersinis TP pagreitis (4.17 pav.) ir vertikalusis amortizuojamos masės pagreitis (4.18 pav.). Atliekamas reikšmių palyginimas rėžyje nuo 20 s iki 30 s. Aktyvi ratų pozicionavimo sistema leido sumažinti a_y maksimalią vertę nuo 8,3 iki 6,65 $\mathrm{m/s^2}$, minimalią vertę nuo

–9,35 iki –8,35 m/s^2 bei RMS vertę nuo 5,42 iki 2,75 m/s^2. Tai reikšmingas pokytis gerinant funkcinį važiavimo komfortą AV.



4.17 pav. TP skersinis pagreitis atliekant ISO 19365:2016 testą
Fig. 4.17. Vehicle lateral acceleration during ISO 19365:2016 test

Vertinant amortizuojamos masės a_z pastebimas svarus sukurtos sistemos indėlis. Aktyvi ratų pozicionavimo sistema leido sumažinti a_z maksimalią vertę nuo 2,67 iki 0,27 m/s^2, minimalią vertę nuo –2,17 iki –0,88 m/s^2 bei RMS vertę nuo 0,51 iki 0,22 m/s^2. Tai yra žymus važiavimo komforto pagerinimas, kuris keleivių patirtį iš gana nepatogios keičia į nepatogumo nebuvimą pagal ISO 2631-1:1997, nes RMS vertė yra mažesnė nei 0,315 m/s^2.

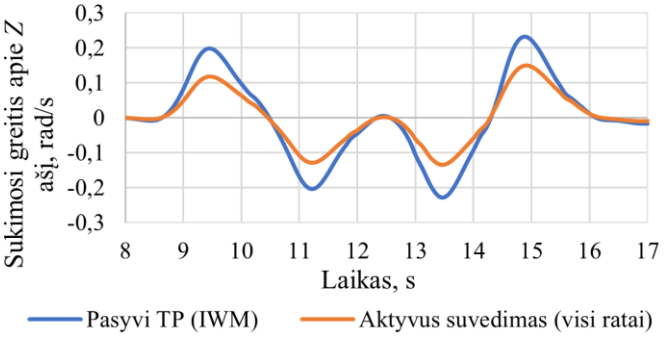


4.18 pav. TP vertikalus pagreitis atliekant ISO 19365:2016 testą
Fig. 4.18. Vehicle vertical acceleration during ISO 19365:2016 test

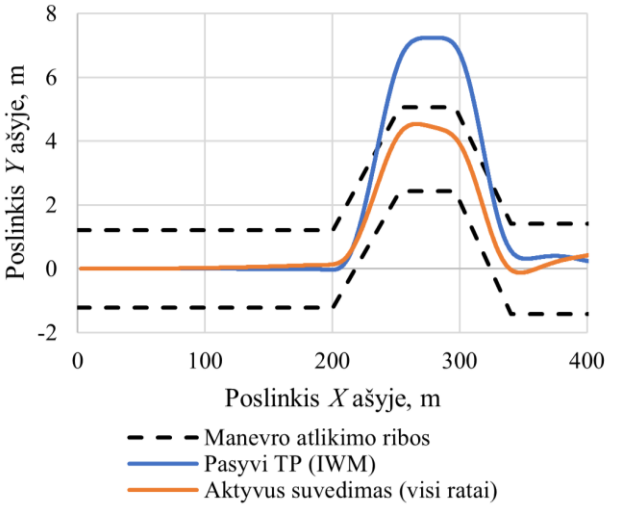
Pažymėtina, kad šie komforto rodiklių pokyčiai nėra interpretuojami kaip tiesioginis važiavimo komforto palyginimas identiškomis judėjimo sąlygomis, nes pasyvi TP praranda stabilumą. Todėl pateikti komforto rodiklių skirtumai vertinami kaip papildomas teigiamas aktyvios ratų pozicionavimo sistemos poveikis nagrinėjamame scenarijuje, o pagrindinis ISO 19365:2016 testo rezultatas yra TP

stabilumo išlaikymas. Komforto rodiklių gerėjimo tendencija papildomai patvirtinama kitame bandyme, kuriame abi TP išlaiko stabilumą.

Toliau vykdomas uždarosios kilpos modeliavimas su vairuotojo matematiniu modeliu valdymo kontūre: ISO 3888-1:2018 testo metu TP juda 80 km/h greičiu. Rezultatai ant sauso asfalto dangos pateikiami 4.19–4.22 pav. Sukurtos sistemos indėlis į TP valdomumą matomas 4.19, 4.20 pav.



4.19 pav. TP sukimosi greičio apie *Z* ašį vertės atliekant ISO 3888-1:2018 testą
Fig. 4.19. Vehicle yaw rate during ISO 3888-1:2018 test

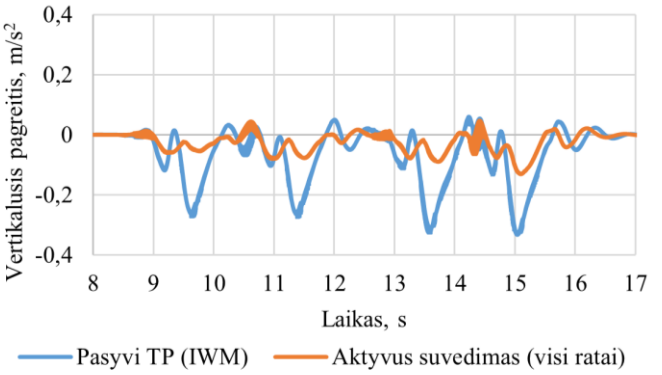


4.20 pav. TP važiavimo trajektorija atliekant ISO 3888-1:2018 testą
Fig. 4.20. Vehicle trajectory during ISO 3888-1:2018 test

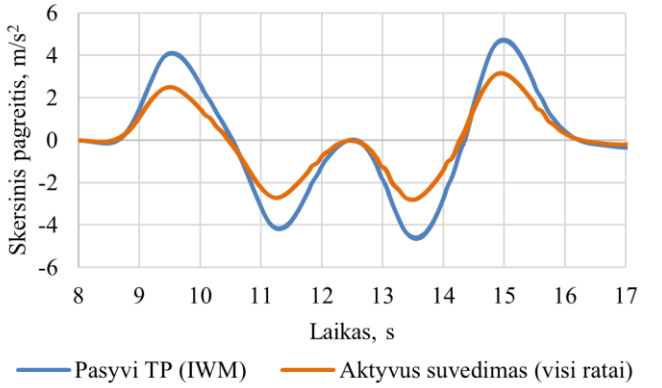
Su aktyvaus suvedimo sistema TP sėkmingai atlieka ISO 3888-1:2018 testą (4.20 pav.), net ir esant padidintai neamortizuojamai masei. Manevro metu užfik-

suojama sukimosi greičio apie Z ašį RMS vertė yra mažesnė – $0{,}065\ \mathrm{rad/s}$, lyginant su pasyvia TP – $0{,}103\ \mathrm{rad/s}$. TP valdomumo pagerėjimas tolygus 36,9 % vertinant pagal sukimosi greičio apie Z ašį RMS vertę.

Analogiškai ISO 19365:2016 testui, atliekant dvigubą važiavimo juostos keitimo testą, regimas skersinio ir vertikaliojo TP pagreičio sumažėjimas (4.21, 4.22 pav.). Vertikaliojo pagreičio RMS vertė 8–17s rėžyje (4.21 pav.) sumažėjo 61,8 % nuo 0,11 $\mathrm{m/s^2}$ iki 0,042 $\mathrm{m/s^2}$. a_y RMS vertė tame pačiame laiko rėžyje (4.22 pav.) sumažėjo 36,5 % nuo 2,55 $\mathrm{m/s^2}$ iki 1,62 $\mathrm{m/s^2}$. Suvedimo sistema sumažino a_y maksimalią vertę nuo 4,74 iki 3,17 $\mathrm{m/s^2}$, minimalią vertę nuo –4,65 iki –2,82 $\mathrm{m/s^2}$.

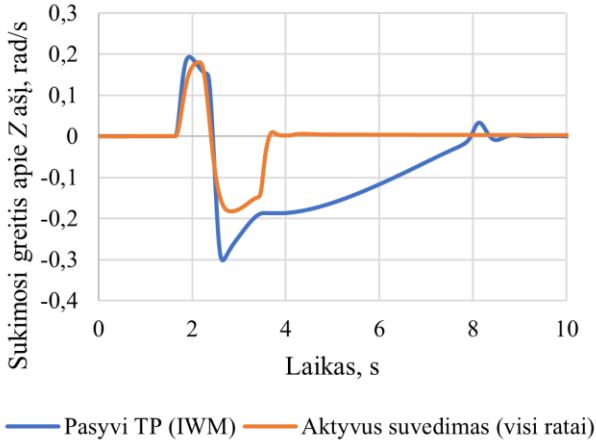


4.21 pav. TP vertikalus pagreitis atliekant ISO 3888-1:2018 testą
Fig. 4.21. Vehicle vertical acceleration during ISO 3888-1:2018 test

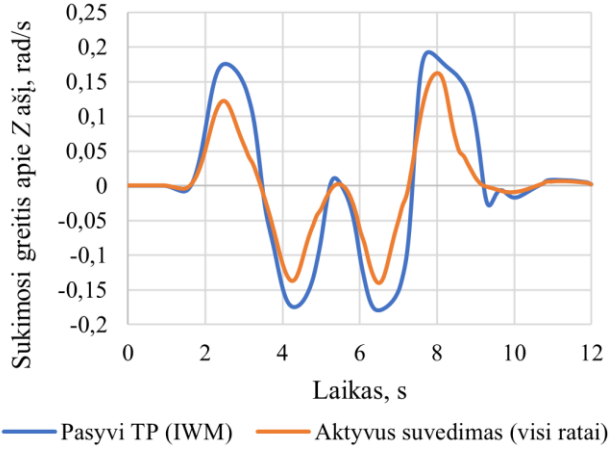


4.22 pav. TP skersinis pagreitis atliekant ISO 3888-1:2018 testą
Fig. 4.22. Vehicle lateral acceleration during ISO 3888-1:2018 test

Kadangi sukurta ratų pozicionavimo sistema naudojama kaip dinaminio stabilumo kontrolė, atliekamas papildomas modeliavimas taikant žemo sukibimo kelio dangą – $\mu = 0{,}3$ (4.23, 4.24 pav.). Algoritmas informaciją apie kelio dangos tipą ir apytikslį sankibumą gauna iš dirbtiniais neuroniniais tinklais pagrįsto kelio dangos klasifikavimo pagal (Šabanovič et al., 2020). Tokiu būdu etaloninis sukimosi greitis apie Z ašį yra apribojamas pagal (2.51) išraišką.



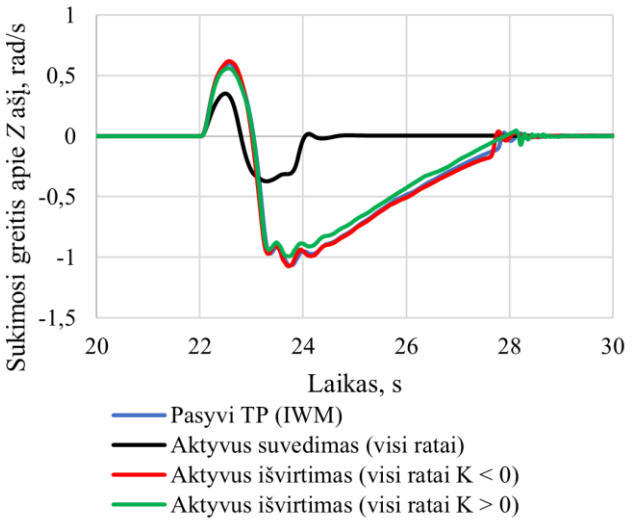
4.23 pav. ISO 19365:2016 testo rezultatai važiuojant žemo sukibimo kelio danga
Fig. 4.23. ISO 19365:2016 test results on low-friction road



4.24 pav. ISO 3888-1:2018 testo rezultatai važiuojant žemo sukibimo kelio danga
Fig. 4.24. ISO 3888-1:2018 test results on low-friction road

Aktyvi ratų suvedimo sistema užtikrina TP stabilumą ir ant žemo sukibimo kelio dangos. ISO 19365:2016 testo metu sumažinta sukimosi greičio apie Z ašį RMS vertė nuo $0{,}124\ \mathrm{rad/s}$ iki $0{,}064\ \mathrm{rad/s}$ bei minimali vertė nuo $-0{,}301$ iki $-0{,}183\ \mathrm{rad/s}$. Atliekant ISO 3888-1:2018 testą užfiksuotos tokios pat tendencijos, RMS vertės sumažėjimas nuo $0{,}105\ \mathrm{rad/s}$ iki $0{,}067\ \mathrm{rad/s}$. Taigi, įdiegta sistema leidžia sparčiau keisti TP judėjimo kryptį, geba spręsti neapibrėžtumus, gerina važiavimo komfortą ir veikia įvairiomis važiavimo sąlygomis.

Lygiagrečiai testuojamas aktyvus ratų išvirtimo valdymas pagal (2.57) išraišką. Modeliuojant užtikrinamos analogiškos kraštinės sąlygos kaip ir suvedimo sistemos atveju. Aktyviai keičiamas ratų išvirtimas nėra pakankamas stabilizuoti TP ISO 19365:2016 testo metu (4.25 pav.). Abiem valdymo konstantos K atvejais TP su valdomo išvirtimo mechanizmu nesėkmingai atlieka manevrą. Kai $K > 0$, stabilizavimo efektas yra ryškesnis – gaunamas TP skersridės kampo sumažėjimas, tačiau jis yra nepakankamas. Šiuo atveju suvedimo valdymas yra veiksmingesnis.

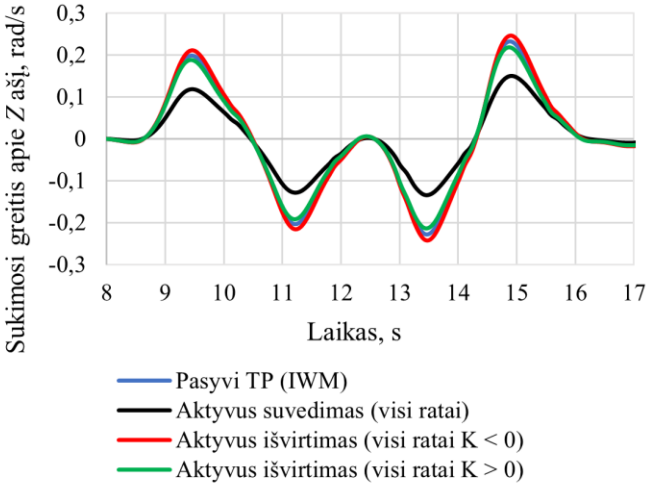


4.25 pav. Ratų pozicionavimo sistemų veiksmingumas atliekant ISO 19365:2016 testą
Fig. 4.25. Toe and camber control effect comparison in ISO 19365:2016 test

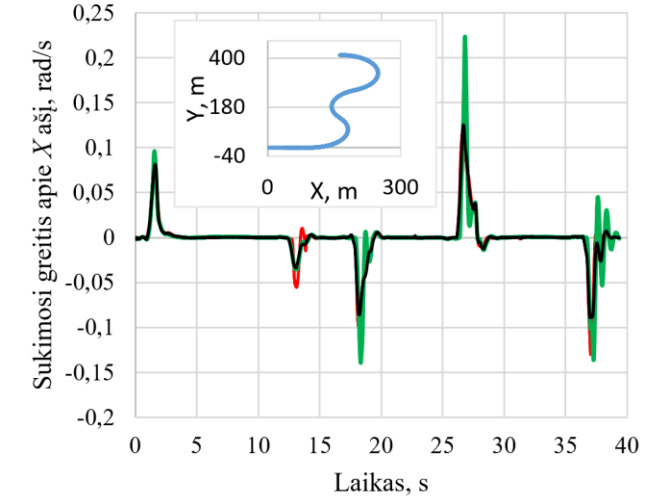
Atliekant ISO 3888-1:2018, regimi tie patys dėsningumai (4.26 pav.). Ratų išvirtimo valdymas, kai $K > 0$, sumažina sukimosi greitį apie Z ašį ir TP skersridės kampą, lyginant su pasyvia TP. Tačiau veiksmingumas neprilygsta aktyviam ratų suvedimo valdymui.

Papildomai modeliuojant tikslinės geometrijos trasoje (4.27 pav.), TP judant $60\ \mathrm{km/h}$ greičiu pastebėta, kad ratų išvirtimo keitimas nesumažina vertikalaus ir

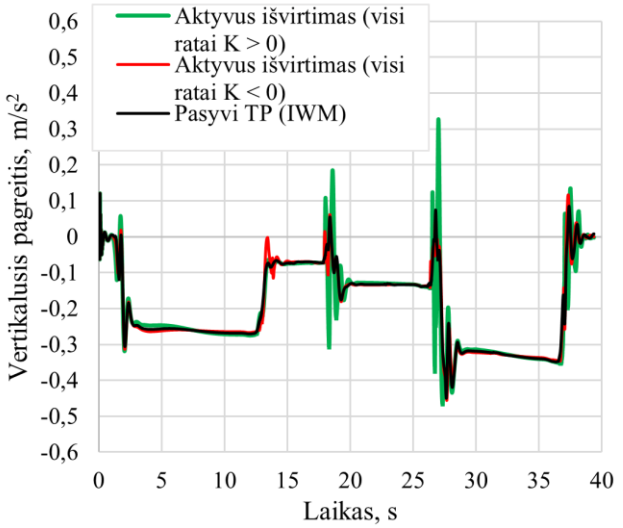
skersinio TP pagreičio. Taip pat dinamiškai keičiant ratų išvirtimo kampą gaunamas didesnis TP kėbulo posvyrio kampas ir šio kampo kitimo greitis apie *X* ašį (4.27, 4.28 pav.). Šie aspektai neigiamai veikia važiavimo komfortą.



4.26 pav. Ratų pozicionavimo sistemų veiksmingumas atliekant ISO 3888-1:2018 testą
Fig. 4.26. Toe and camber control effect comparison in ISO 3888-1:2018 test

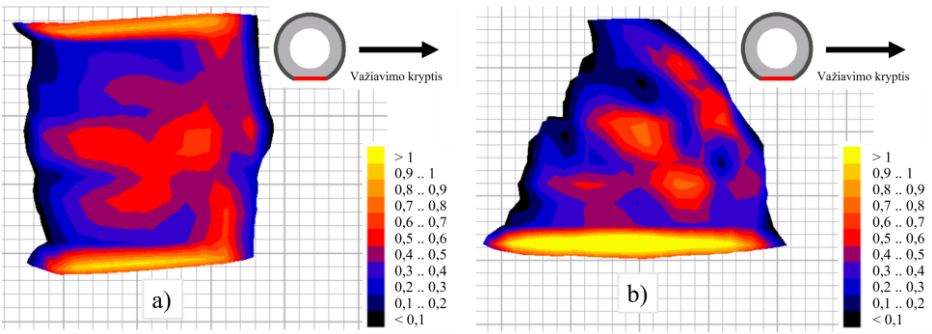


4.27 pav. Aktyvaus ratų išvirtimo valdymo poveikis TP sukimosi greičiui apie *X* ašį
Fig. 4.27. Active camber control effect on the vehicle roll rate



4.28 pav. Aktyvaus ratų išvirtimo valdymo poveikis TP vertikaliajam pagreičiui
Fig. 4.28. Active camber control effect on the vehicle vertical acceleration

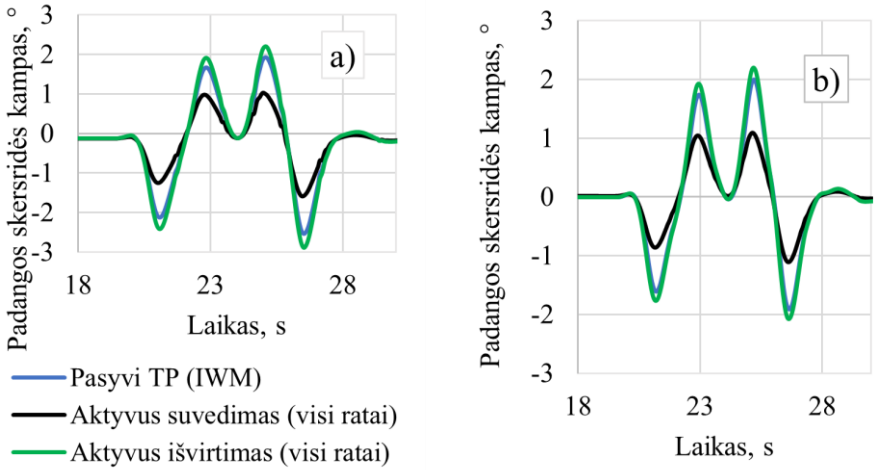
Naujų technologijų diegimas grindžiamas tvarumo principais, todėl svarbu, kad aktyvus kampų keitimas nesukeltų spartesnio padangų dilimo. Dėl šios priežasties pasitelkus *FTire* modelį, papildomai stebima padangos ir kelio paviršiaus sąveika esant skirtingoms suvedimo ir išvirtimo kampų kombinacijoms (4.29 pav.). Epiūrose pateikiamas priekinės ašies kairysis ratas.



4.29 pav. Slėgio pasiskirstymas padangos ir kelio kontakto plote:
a) suvedimas +3°; b) išvirtimas +6°
Fig. 4.29. Pressure distribution in a tyre – road contact area:
a) toe +3°; b) camber +6°

Iš epiūrų matyti, kad ratų išvirtimas sukelia slėgio koncentraciją viename padangos krašte. Šis pasiskirstymas rodo galimą netolygaus padangos dilimo tendenciją. Maksimalaus išvirtimo kampo atveju padangos ir kelio kontakto plotas

yra mažesnis. Keičiant suvedimą slėgio pasiskirstymas yra tolygesnis, nes koncentracijos veikia abiejuose padangos kraštuose (4.29 pav.). Taip pat padangos ir kelio paviršiaus kontakto plotas yra didesnis. Suvedimo kampo keitimas ant galinės TP ašies sumažina padangų (4.30 pav.) bei TP skersridės kampus. Dėl šių priežasčių galimas polinkis į mažesnį padangos dilimą. Bet kokiu atveju abu algoritmai neįveda papildomų suvedimo ar išvirtimo kampų, kai TP važiuoja tiesiai.



4.30 pav. Ratų pozicionavimo sistemų poveikis padangos skersridės kampui: a) priekinė ašis, kairysis ratas; b) galinė ašis, dešinysis ratas
Fig. 4.30. Influence of wheel positioning systems on tyre slip angle a) front left wheel; b) rear right wheel

Kadangi aktyvus ratų išvirtimas nėra toks veiksmingas kaip suvedimo keitimo sistema, o neigiami aspektai (tendencija į padidintą padangos dilimą, prastesnis važiavimo komfortas ir sudėtingesnės TP konstrukcijos modifikacijos) nusveria teigiamus, sistema toliau nevystoma ir nerealizuojama TP ketvirčio bandymų stende.

4.2. Eksperimentinių tyrimų rezultatai

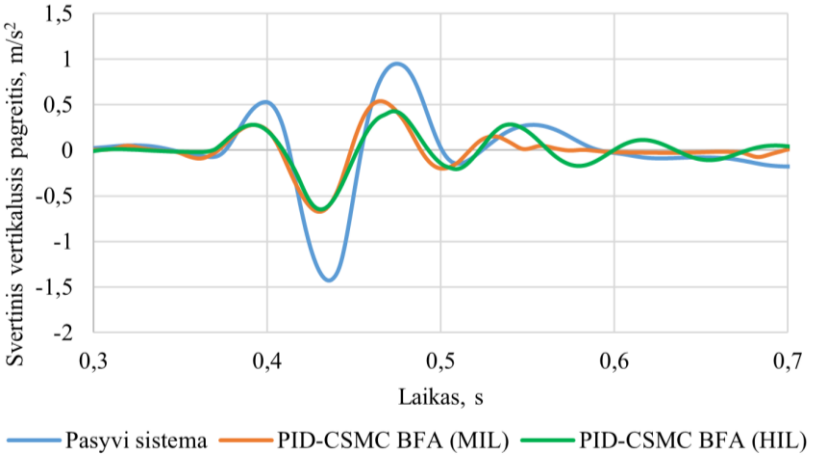
Sukurti pakabos ir ratų pozicionavimo sistemos valdymo algoritmai yra eksperimentiškai testuojami HIL stende su įdiegtu pusiau aktyvios pakabos amortizatoriumi ir EM pavaromis aktyviam suvedimui keisti. Aktyviosios EM pakabos valdymo dedamoji lieka modeliuojama HIL sąsajoje.

Visų pirma, pateikiami valdomos pakabos eksperimentų rezultatai. Tyrimų metu atliekamas PID-CSMC BFA patikrinimas, taikant realius būsenos parametrų

matavimus su triukšmu ir delsomis. Įvertinamas valdymo dėsnio funkcionalumas ir veikimas realiuoju laiku. Atliekamas palyginimas su pasyvia pakabos sistema.

Kaip nurodyta 2.1 poskyryje, testavimo metu taikomas tiek periodinis, tiek vienetinis žadinimas. Abiem atvejais kelio paviršiaus nelygumo aukštis yra 16,5 mm. Žadinimo metu matuojamas vertikalios jėgos pokytis, sukeltas pervažiuojant kelio nelygumą. Šis pokytis realiuoju laiku įvedamas į visos TP matematinį modelį kaip išorinė jėga, veikianti visus keturis ratus. Atliekant eksperimentus žadinimas taikomas simetriškai skersinės ir išilginės TP ašių atžvilgiu. MIL ir HIL atvejai įgyvendinami pagal 3.9 pav. pateiktą schemą.

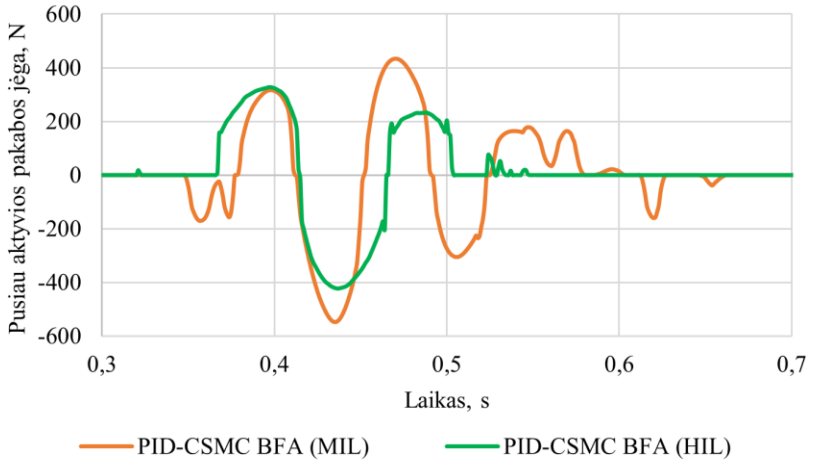
Vienkartinio kelio nelygumo impulso atveju užfiksuotas visos TP matematinio modelio, veikiančio HIL sąsajoje, atsakas pateikiamas 4.31–4.34 pav. Šio testo metu TP juda 40 km/h greičiu. Vertikaliojo pagreičio kreivių palyginimas su pasyvia pakabos sistema pateikiamas 4.31 pav.



4.31 pav. TP atsakas į vienkartinį kelio nelygumo žadinimą taikant HIL sąsają
Fig. 4.31. Vehicle response to a single bump using HIL architecture

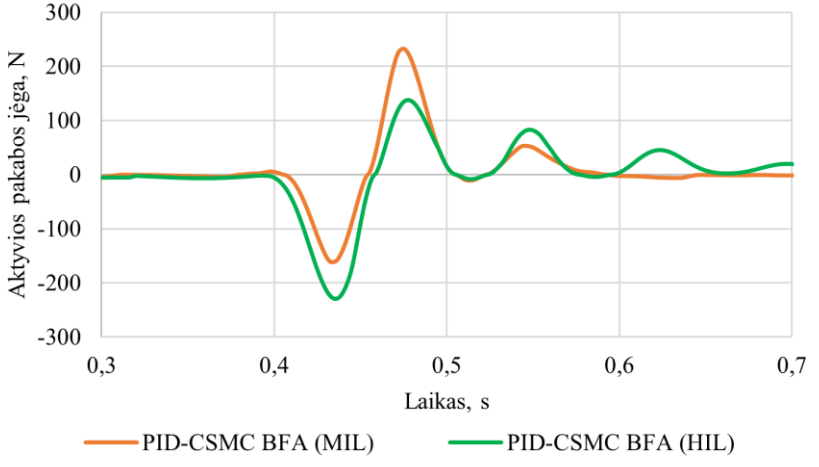
Testo metu apskaičiuotos atitinkamos a_z RMS *Wk* vertės: pasyvi sistema – 0,455 m/s^2; PID-CSMC BFA MIL atveju – 0,224 m/s^2; PID-CSMC BFA HIL atveju – 0,217 m/s^2. Taigi, važiavimo komforto pagerėjimas tolygus 50,8–52,3 %, vertinant pagal vertikaliojo pagreičio RMS dažninę svertį. Skirtumas tarp MIL ir HIL atvejų pagal RMSE yra 0,092 m/s^2.

Dėl skirtingų pakabos eigos greičio signalo šaltinių, matavimo delsų, triukšmo ir pakabos ketvirčio stendo apribojimų MIL ir HIL atvejais matomas minimalus skirtumas tarp pusiau aktyvios, aktyvios ir suminės valdomos pakabos jėgų, matuojamų ties galiniu kairiuoju ratu (4.32–4.34 pav.).

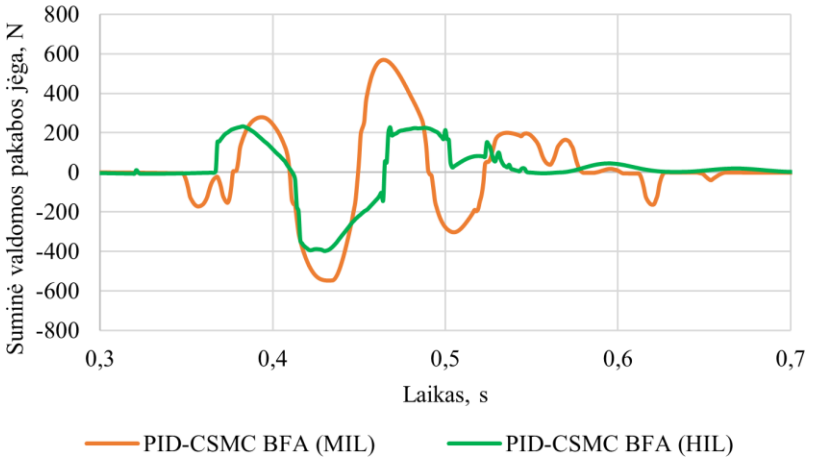


4.32 pav. Pusiau aktyvios pakabos jėga vienkartinio žadinimo metu
Fig. 4.32. Semi-active suspension force in single bump excitation

Skirtumai: pusiau aktyvios jėgos atveju RMSE – 163,8 N, aktyvios jėgos – 33,8 N ir suminės jėgos atveju – 187,7 N. Įdiegus realią EM pavarą į HIL stendą RMSE vertės turėtų būti perskaičiuojamos.

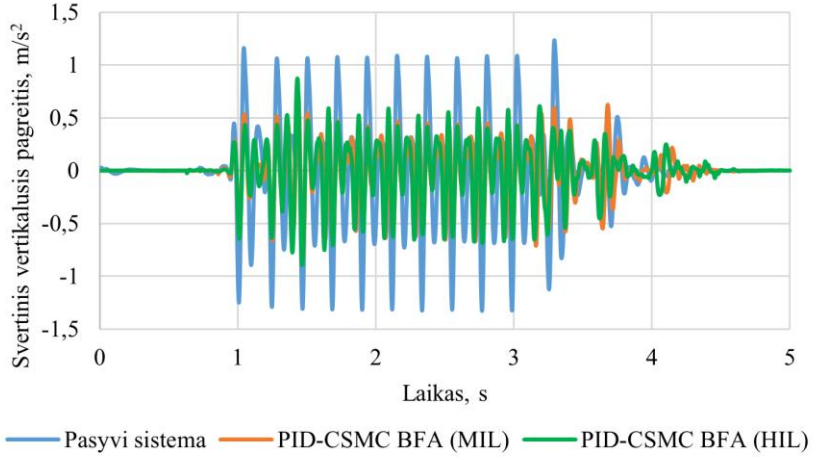


4.33 pav. Aktyvios pakabos jėga vienkartinio žadinimo metu
Fig. 4.33. Active suspension force in single bump excitation



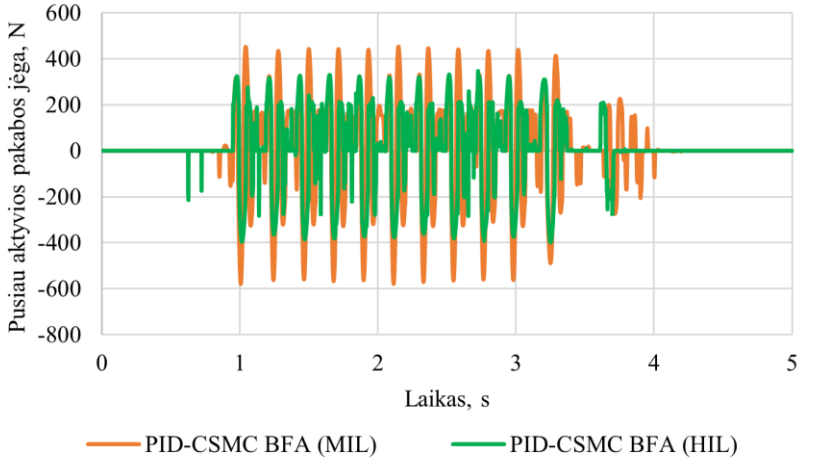
4.34 pav. Suminė pakabos valdymo jėga vienkartinio žadinimo metu
Fig. 4.34. Total suspension force control in single bump excitation

Periodinio žadinimo atveju užregistruotas visos TP matematinio modelio, veikiančio HIL sąsajoje, atsakas pateikiamas 4.35–4.38 pav. Šio testo metu TP amortizuojama masė yra sužadinama 5 Hz dažniu. Vertikaliojo pagreičio kreivių palyginimas pateikiamas 4.35 pav.

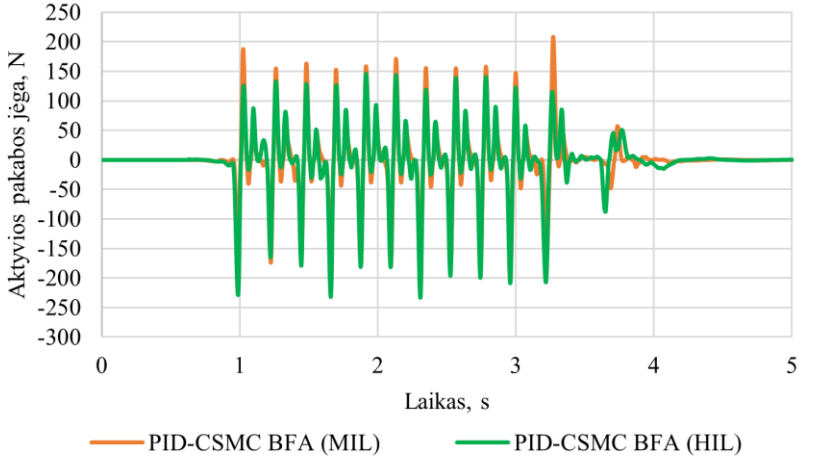


4.35 pav. TP atsakas į periodinį kelio nelygumų žadinimą taikant HIL sąsają
Fig. 4.35. Vehicle response to periodic excitations using HIL architecture

Periodinio žadinimo metu apskaičiuotos svertinio a_z pagreičio RMS *Wk* vertės: pasyvi sistema – 0,417 m/s^2; PID-CSMC BFA MIL atveju – 0,236 m/s^2; PID-CSMC BFA HIL atveju – 0,251 m/s^2. Taigi, gaunamas važiavimo komforto pagerėjimas tolygus 39,8–43,4 %, atsižvelgus į vertikaliojo pagreičio sumažėjimą. Skirtumas tarp MIL ir HIL atvejų pagal RMSE yra 0,163 m/s^2.

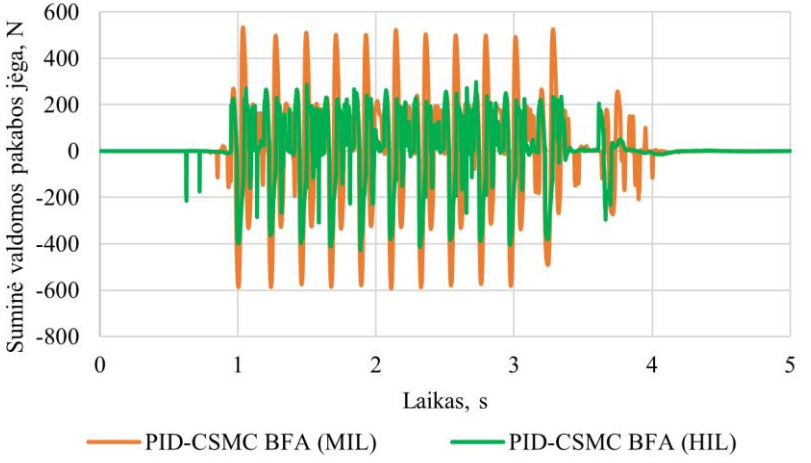


4.36 pav. Pusiau aktyvios pakabos jėga periodinio žadinimo metu
Fig. 4.36. Semi-active suspension force in periodic excitation case



4.37 pav. Aktyvios pakabos jėga periodinio žadinimo metu
Fig. 4.37. Active suspension force in periodic excitation case

Analogiškai vienkartinio žadinimo atvejui dėl skirtingų pakabos eigos greičio signalo šaltinių MIL ir HIL atvejais matomas minimalus skirtumas tarp valdymo jėgų (4.36–4.38 pav.). Pusiau aktyvios jėgos atveju RMSE – 166,4 N, aktyvios jėgos – 20,6 N ir suminės jėgos atveju – 171,3 N.



4.38 pav. Suminė pakabos valdymo jėga periodinio žadinimo metu
Fig. 4.38. Total suspension control force in periodic excitation case

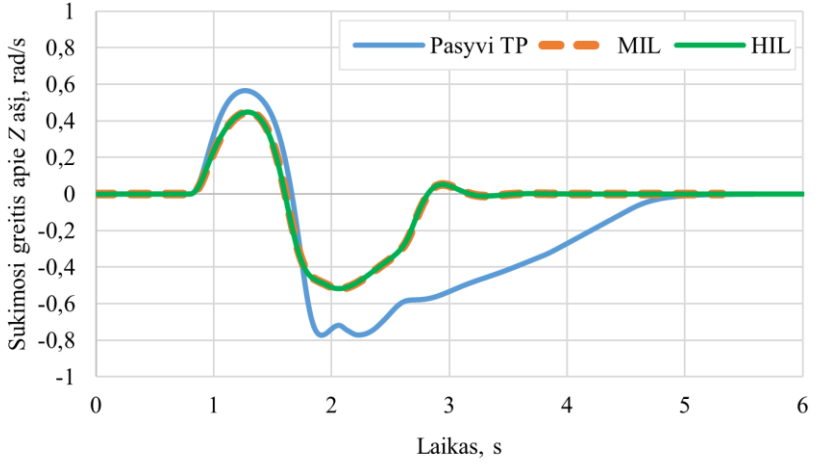
Abiem žadinimo atvejais sudarytas PID-CSMC BFA algoritmas ženkliai pagerina važiavimo komfortą. Gauti rezultatai artimai atkartoja dėsningumus, užfiksuotus naudojant validuotą TP matematinį modelį.

Toliau pateikiami aktyvios suvedimo valdymo sistemos eksperimentų rezultatai. Tyrimų metu, pritaikius HIL sąsają, atliekami tiek atvirojo kontūro – ISO 19365:2016, tiek uždarojo kontūro – ISO 3888-2:2025 bandymai. MIL ir HIL atvejai įgyvendinami pagal (3.8 pav.) pateiktą schemą.

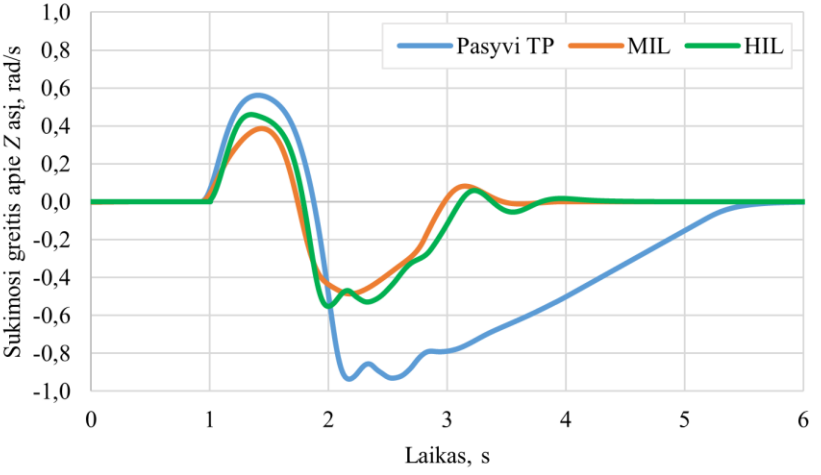
Sinusoidės tipo vairaračio įvesties (ISO 19365:2016) testo metu TP juda 80 bei 100 km/h greičiais, o vairaračio pasukimo kampo amplitudė – 2 rad. Analizuoti trys atvejai: pasyvi sistema, MIL ir HIL. Rezultatai pateikiami 4.39–4.41 pav.

Į HIL bandymų stendą įdiegtos suvedimo kampo keitimo pavaros, valdomos sudarytu valdymo algoritmu, esant važiavimo greičiui $\leq$ 80 km/h, tiksliai seka suvedimo kampo užklausą. Į TP matematinį modelį siunčiama faktinė pavarų padėtis HIL atveju nesukėlė jokių nuokrypių, vertinant sukimosi greičio apie Z ašį atsaką ir bendrą TP dinamiką. Iš 4.39 pav. pateiktų grafikų matyti, kad skirtumų tarp MIL ir HIL atvejų praktiškai nėra. Analizuojamo testo metu sukimosi greičio apie Z ašį vidutinė kvadratinė paklaida tarp MIL ir HIL sudaro 0,00438 rad/s. Pažymėtina, kad TP be aktyvaus suvedimo sistemos neužtikrina reikiamo stabilumo ir manevrą atlieka nesėkmingai.

HIL architektūroje, atliekant tą patį testą, tačiau padidinus TP važiavimo greitį iki 100 km/h, pastebimas ryškesnis skirtumas tarp MIL ir HIL scenarijų (4.40 pav.). Šiuo atveju RMSE tarp MIL ir HIL sudaro 0,1255 rad/s. Šis skirtumas yra nulemtas fizinių EM pavarų dinamikos, būsenos matavimų delsos ir triukšmo. Svarbu pažymėti, kad abiem atvejais yra taikomas tas pats valdymo algoritmas, paremtas etaloninio sukimosi greičio sekimu – PI. Veiksmingumas esant kintančioms kraštinėms sąlygoms pagrindžia algoritmo patikimumą.

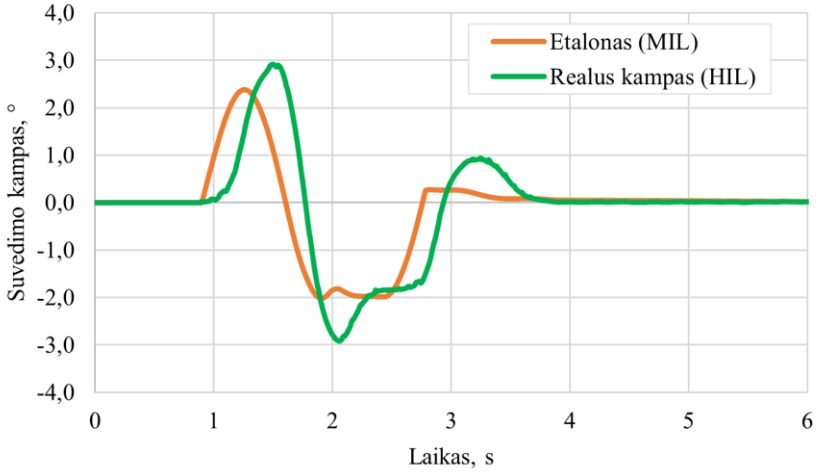


4.39 pav. ISO 19365:2016 testo rezultatai (80 km/h)
Fig. 4.39. ISO 19365:2016 test results (80 km/h)



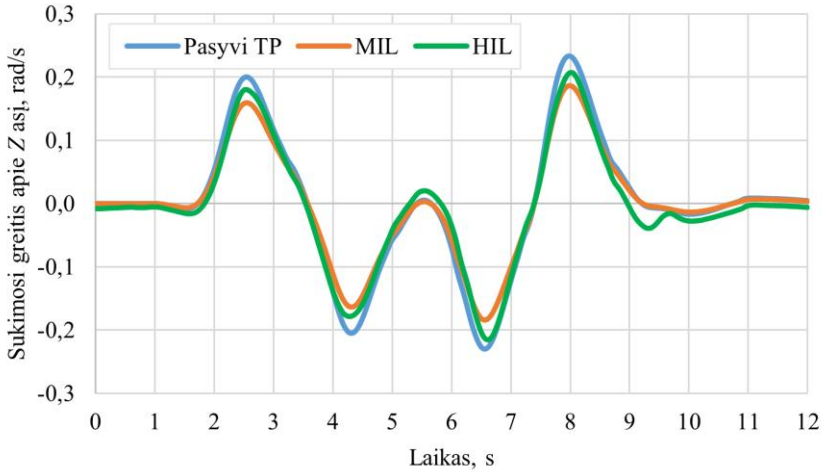
4.40 pav. ISO 19365:2016 testo rezultatai (100 km/h)
Fig. 4.40. ISO 19365:2016 test results (100 km/h)

Analizuojant testo, atlikto važiuojant 100 km/h greičiu, duomenis nustatyta, kad EM pavara jai pavestas komandas atlieka su 0,216 s delsa ir mažesniu tikslumu nei 80 km/h atveju (4.41 pav.). Apskaičiuota suvedimo kampo RMSE vertė siekia 0,55°, nepaisant to manevras yra atliekamas sėkmingai (4.40 pav.).

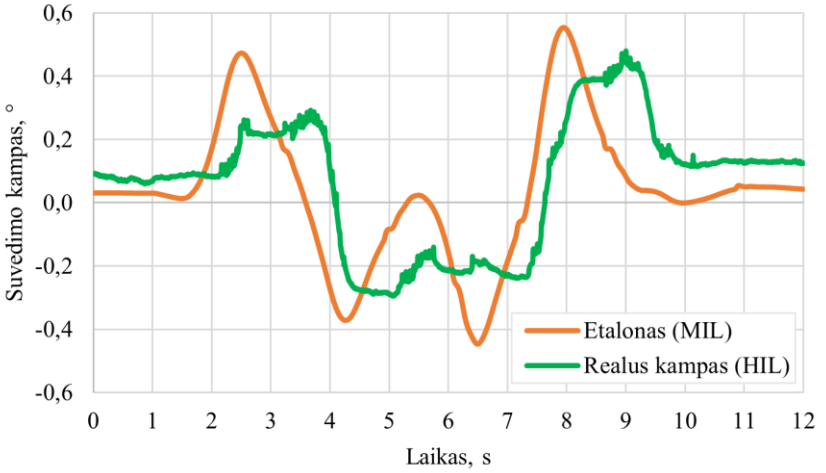


4.41 pav. Galinio kairiojo rato suvedimo kampo kaita ISO 19365:2016 testo metu
Fig. 4.41. Rear left wheel toe angle change during the ISO 19365:2016 test

Taip pat atliekamas ISO 3888-2:2025 bandymas, kuriame galimos vairaračio padėties korekcijos įvedamos vairuotojo matematinio modelio. Testas vertinamas ties 80 km/h. Rezultatai pateikiami 4.42, 4.43 pav.



4.42 pav. ISO 3888-2:2025 testo rezultatai (80 km/h)
Fig. 4.42. ISO 3888-2:2025 test results (80 km/h)



4.43 pav. Galinio kairiojo rato suvedimo kampo kaita ISO 3888-2:2025 testo metu
Fig. 4.43. Rear left wheel toe angle change during the ISO 3888-2:2025 test

Įdiegta aktyvaus ratų suvedimo valdymo sistema išlaiko TP stabilumą uždarojo kontūro testo metu. Gautos mažesnės sukimosi greičio apie *Z* ašį vertės atliekant manevrą su analogiškomis kraštinėmis sąlygomis. Kadangi juostos keitimo testas atliekamas su aktyviu vairuotojo modeliu, regimas mažas papildomų suvedimo kampų poreikis (4.43 pav.). Testo metu tarp kampo užklausos ir realios kampo vertės užfiksuota RMSE vertė siekia 0,22°. Naudojamos EM pavaros nėra pakankamai tikslios, todėl darbas tokiame siaurame rėžyje nėra toks efektyvus kaip atvirojo testo metu.

Sukurta ratų pozicionavimo sistema ir jos valdymo algoritmas pagerina TP valdomumą. Sinusoidės tipo vairaračio įvesties testo metu (100 km/h) apskaičiuotos TP sukimosi greičio apie *Z* ašį RMS vertės: pasyvi sistema – 0,493, MIL – 0,192, HIL – 0,226 rad/s. Tolygu TP valdomumo pagerinimui – nuo 54,2 iki 61%. Dvigubo važiavimo juostos keitimo testo metu (80 km/h) gautos TP sukimosi greičio apie *Z* ašį RMS vertės: pasyvi sistema – 0,103, MIL – 0,083 ir HIL – 0,091 rad/s. TP Valdomumo pagerinimas – nuo 11,6 iki 19,4 % pagal TP sukimosi greičio apie *Z* ašį RMS vertes.

Apibendrinant eksperimentinių tyrimų rezultatus, nustatyta, kad HIL aplinkoje gauti duomenys patvirtina MIL modeliavimo metu nustatytas tendencijas tiek važiavimo komforto, tiek TP valdomumo vertinimo atvejais. Nors dėl realių jutiklių, pavarų dinamikos, matavimo triukšmo ir signalų delsų tarp MIL ir HIL rezultatų užfiksuoti tam tikri skirtumai, jie nepakeičia bendrų išvadų apie sukurtų valdymo algoritmų veiksmingumą.

Pažymėtina, kad atlikti tyrimai, taikant HIL, neapima iki galo realizuotos hibridinės pakabos architektūros eksperimentinio bandymo, nes dalis aktyviųjų elementų ir TP dinamikos tebėra atkuriami matematiniu modeliu. Todėl gauti rezultatai pirmiausia patvirtina sukurtų valdymo algoritmų ir pasirinktų techninių sprendinių veiksmingumą HIL sąlygomis bei jų suderinamumą su realiomis pavaromis. Artimas MIL ir HIL rezultatų sutapimas patvirtina sukurtų valdymo algoritmų veiksmingumą ir jų atsparumą realių komponentų sukeliamiems neapibrėžtumams, todėl jie gali būti naudojami tolesniam vystymui bei visos sistemos eksperimentiniam validavimui.

4.3. Ketvirtojo skyriaus išvados

1. Atliekant modeliavimą su TP pakabos ketvirčio matematiniu modeliu, naudojant tik pusiau aktyvią pakabą, nustatyta, kad įvairių valdymo metodų veiksmingumas, užtikrinant važiavimo komfortą, yra artimas *Skyhook* algoritmui. Šį rezultatą lemia pusiau aktyvaus amortizatoriaus konstrukcija, t. y. slopinimo jėgos priklausomybė nuo pakabos eigos greičio. Todėl pažangių pakabos valdymo algoritmų tyrimai taikant tik pusiau aktyvią pakabos sistemą neleis pasiekti didesnio važiavimo komforto pagerinimo AV.
2. Kompleksiškai išanalizavus klasikinius ir pažangius pakabos valdymo algoritmus, taikant ketvirčio modelį ir hibridinę pakabos architektūrą (hidraulinį amortizatorių ir elektromechaninę pavarą), pastebėtas SMC metodų pranašumas. Nustatyti keturi algoritmai, gebantys žymiai pagerinti važiavimo komfortą: PID-CSMC BFA, FOSM BFA, homogeniškasis su BFA ir TSMC+EQ BFA SS2. Pabrėžiama, kad algoritmai, į kurių valdymo dėsnį įeina ekvivalentinė dedamoji, yra labiau paveikūs matavimų triukšmui ir delsai. Taip pat homogeniškasis su BFA nėra veiksmingas visais atvejais: esant santykinai lygiai kelio dangai arba mažam žadinimui, šis valdiklis neužtikrina važiavimo komforto.
3. Tyrimai su validuotu TP matematiniu modeliu patvirtino PID-CSMC BFA pranašumą lyginant su pasyvia sistema ir neseniai industrijoje pristatytu – tSH metodu. Sukurtas metodas užtikrina važiavimo komfortą esant sinusoidiniam žadinimui (iki 59,5 % komforto pagerinimas pagal a_z RMS dažninę svertį), važiuojant per trinkelėmis grįstą kelio dangą (iki 65,4 komforto pagerinimas ir 43,8 % pranašumas prieš tSH), važiuojant per trapecinius greičio mažinimo kalnelius (iki 52,5 % komforto pagerinimas ir 24,4 % pranašumas prieš tSH – atsižvelgus į posvyrio kampus apie *X* ir *Y* ašis) bei važiuojant per asimetriškai išdėstytus dalinius trapecinius greičio mažinimo kalnelius (iki 52,8 % komforto pagerinimas ir

43,2 % pranašumas prieš tSH). Įrodytas PID-CSMC BFA metodo gebėjimas veikti esant neapibrėžtumams ir kintančioms važiavimo sąlygoms. Keičiant amortizuojamą ir neamortizuojamą masę išlaikomas stabilumas, o komforto pablogėjimas nesiekia žmogaus jautrumo ribų.

4. Sudaryta hibridinės pakabos architektūra įprasmina pažangių valdymo algoritmų taikymą bei praplečia valdomos pakabos efektyvių dažnių intervalą, palyginti su aktyvia hidrauline sistema. Taip pat, priklausomai nuo pakabos eigos greičio, sistema iki 61,5 % sumažina energijos sąnaudas, palyginti su vien tik elektromechanine pakaba.
5. Sukurta aktyvaus ratų suvedimo valdymo sistema pagerina TP valdomumą ir važiavimo komfortą. Atliekant atvirosios kilpos testo modeliavimą, kuris atitinka AV, gautas iki 74,3 % geresnis TP valdomumas – pagal TP sukimosi greičio apie *Z* ašį RMS vertes. TP su IWM geba išlaikyti judėjimo trajektoriją ir važiavimo greitį. Taip pat iki 49,3 % sumažinamos a_y ir iki 56,9 % a_z pagreičių RMS vertės. Uždarosios kilpos modeliavimo procese, kuris atitinka tarpinius AV lygius, gaunamas iki 36,9 % TP valdomumo pagerėjimas. TP sėkmingai atlieka dvigubą juostos keitimo manevrą esant iki 61,8 % padidėjusiam važiavimo komfortui. Sistema išlaiko veiksmingumą ir ant žemo sukibimo kelio dangos, papildomai nenaudodama TP skersridės kampo matavimų. Dėl TP pakabos konstrukcijos ir padangų apribojimų ratų išvirtimo kampų valdymas nėra veiksmingas gerinant TP valdomumą ar važiavimo komfortą.
6. Atlikti eksperimentiniai tyrimai patvirtino sudarytų valdymo algoritmų veiksmingumą ir veikimą realiuoju laiku. Testavimas HIL sąsajoje leido išbandyti sukurtus algoritmus ir valdymo sistemas su realiomis pavaromis, matavimų triukšmu ir delsomis. Eksperimentiniuose tyrimuose PID-CSMC BFA algoritmas pagerino važiavimo komfortą iki 52,3 %. Aktyvaus suvedimo sistema HIL sąsajoje pagerino TP valdomumą iki 54,2 %. Algoritmų įdiegimas į HIL architektūrą nereikalavo papildomo valdymo koeficientų derinimo.

Bendrosios išvados

1. Sudarius ir validavus TP matematinį modelį nustatyta, kad jis yra tinkamas važiavimo komforto ir TP valdomumo tyrimams realiuoju laiku. Modelyje integruotas valdomos pakabos ir ratų pozicionavimo sistemų funkcionalumas leidžia atlikti valdymo algoritmų veiksmingumo įvertinimą. Nustatyta, kad hibridinėje pakabos architektūroje aktyviosios elektromechaninės pavaros ir pusiau aktyvaus amortizatoriaus derinys leidžia realizuoti pažangų pakabos valdymą, prioritetą skiriant pusiau aktyviai pakabai dėl mažesnių energijos sąnaudų.

2. Suformuotas TP važiavimo komforto testų rinkinys, apimantis deterministinius ir stochastinius kelio nelygumus. Nustatytos kraštinės testų atlikimo sąlygos užtikrina tiek pirminių, tiek antrinių važiavimo komforto reiškinių įvertinimo galimybes iki 15 Hz. Taip pat nustatyta, kad TP pakabos veiksmingumą tikslingiausia vertinti pagal amortizuojamosios masės vertikaliojo pagreičio dažninę svertį ir RMS rodiklį, nes šie dydžiai tiesiogiai atspindi žmogaus jautrumo vibracijoms ribas ir jų poveikį sveikatai.

3. Sukurtas komfortą užtikrinantis pakabos valdymo algoritmas, pagrįstas nepertraukiamo slankiojo režimo valdymo modifikacijomis ir ribinių funkcijų taikymu (PID-CSMC BFA). Nustatyta, kad valdymo dėsnyje naudojama kvadratinė ribinė funkcija gali būti taikoma ir kitiems SMC algoritmams, taip sprendžiant pagrindinę šių metodų problemą – valdymo signalo būsenos virpėjimą. Taip pat

išvystytas aktyvaus ratų suvedimo valdymo algoritmas, paremtas etaloninio sukimosi greičio apie TP Z ašį sekimu. Priešingai nei kitos dinaminio stabilumo kontrolės sistemos, taikant šį metodą nenaudojami TP skersridės kampo matavimai, taip sumažinamas skaičiavimo resursų poreikis.

4. Sukurtas programinės ir aparatinės įrangos įrankis, leidžiantis testuoti pakabos ir ratų pozicionavimo sistemoms skirtus valdymo algoritmus, taikant modeliavimo ciklą su aparatinės įrangos sąsaja, realizuotą bandymų stende. Atlikus matavimų validavimą ir perskaičiavimą nustatyta, kad stendo išvestys gali būti siunčiamos į TP matematinį modelį. Šis dvikryptis duomenų srautas leidžia realiuoju laiku įvertinti sudarytų valdymo algoritmų ir pavarų poveikį važiavimo komfortui ir valdomumui visos TP mastu.

5. Teoriniai tyrimai patvirtino PID-CSMC BFA pranašumą palyginti su pasyvia pakabos sistema ir neseniai industrijoje pristatytu tSH metodu. Sukurtas metodas užtikrina važiavimo komfortą tiek esant deterministiniams, tiek stochastiniams kelio nelygumus. Važiavimo komforto pagerinimas pagal a_z RMS dažninę svertį siekia iki 65,4 % bei gaunamas iki 43,8 % pranašumas prieš tSH. PID-CSMC BFA metodas išlaiko stabilų veikimą esant neapibrėžtumams ir kintančioms važiavimo sąlygoms. Taip pat sukurta hibridinė pakabos architektūra leidžia iki 61,5 % sumažinti energijos sąnaudas, palyginti su vien tik elektromechanine pakaba. Eksperimentiniuose tyrimuose, atliktuose naudojant HIL sąsają, PID-CSMC BFA algoritmas pagerino važiavimo komfortą iki 52,3 %, palyginti su pasyvia pakabos sistema, vertinant pagal a_z RMS dažninę svertį.

6. Modeliavimo metu aktyvaus ratų suvedimo valdymo sistema iki 74,3 % pagerina TP valdomumą, vertinant pagal sukimosi greičio apie Z ašį RMS vertes, ir iki 61,8 % važiavimo komfortą, vertinant pagal a_z ir a_y pagreičių RMS vertes. Algoritmas veikia tiek AV, tiek įprastoje TP. Sistema išlaiko TP važiavimo trajektoriją, greitį ir užtikrina veiksmingumą ant žemo sukibimo kelio dangos. Eksperimentiniuose tyrimuose, atliktuose naudojant HIL sąsają, aktyvaus suvedimo sistema pagerino TP valdomumą iki 54,2 %.

Literatūra ir šaltiniai

Abe, M. (2015). *Vehicle handling dynamics: Theory and application* (2nd ed.). Butterworth-Heinemann. https://doi.org/10.1016/C2014-0-04001-4

Alavilli, A., Nguyen, K., Schoedel, S., Plancher, B., & Manchester, Z. (2024). *TinyMPC: Model-predictive control on resource-constrained microcontrollers*. In *2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (pp. 1–7). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICRA57147.2024.10610987

Alfonso, J., Rodriguez, J. M., Salazar, J. C., Orús, J., Schreiber, V., Ivanov, V., Augsburg, K., Molina, J. V., Al Sakka, M., & Castellanos, J. A. (2020). Distributed simulation and testing for the design of a smart suspension. *SAE International Journal of Connected and Automated Vehicles, 3*(2), 129–138. https://doi.org/10.4271/12-03-02-0011

Ali Böke, T., İsa Albak, E., Kaya, N., Bozkurt, R., Ergül, M., Öztürk, D., Emiroğlu, S., & Öztürk, F. (2023). Correlation between objective and subjective tests for vehicle ride comfort evaluations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *237*(4), 706–721. https://doi.org/10.1177/09544070221080362

Anderson, M., & Harty, D. (2010). Unsprung mass with in-wheel motors – myths and realities. In *Proceedings of the 10th International Symposium on Advanced Vehicle Control*.

Arosio, D., Braghin, F., Cheli, F., & Sabbioni, E. (2005). Identification of Pacejka's scaling factors from full-scale experimental tests. *Vehicle System Dynamics*, *43*(sup1), 457–474. https://doi.org/10.1080/00423110500229683

Ataei, M., Tang, C., Khajepour, A., & Jeon, S. (2019). Active camber system for lateral stability improvement of urban vehicles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *233*(14), 3824–3838. https://doi.org/10.1177/0954407019832436

Azizi, A., & Mobki, H. (2021). Applied mechatronics: Designing a sliding mode controller for active suspension system. *Complexity*, *2021*(1), Article 6626842. https://doi.org/10.1155/2021/6626842

Azrulhisham, E. A., Asri, Y. M., Dzuraidah, A. W., Abdullah, N. M. N., Shahrum, A., & Hassan, C. H. C. (2010). Evaluation of fatigue life reliability of steering knuckle using Pearson parametric distribution model. *International Journal of Quality Statistics and Reliability*, *2010*(1), Article 816407. https://doi.org/10.1155/2010/816407

Bae, I., Moon, J., & Seo, J. (2019). Toward a comfortable driving experience for a self-driving shuttle bus. *Electronics*, *8*(9), Article 943. https://doi.org/10.3390/electronics8090943

Baek, S., Baek, J., & Han, S. (2019). An adaptive sliding mode control with effective switching gain tuning near the sliding surface. *IEEE Access*, *7*, 15563–15572. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2894911

Bessa, W. M. (2009). Some remarks on the boundedness and convergence properties of smooth sliding mode controllers. *International Journal of Automation and Computing*, *6*(2), 154–158. https://doi.org/10.1007/s11633-009-0154-z

Besselink, I. J. M., Schmeitz, A. J. C., & Pacejka, H. B. (2010). An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes. *Vehicle System Dynamics*, *48*(sup1), 337–352. https://doi.org/10.1080/00423111003748088

Brunton, S. L., & Kutz, J. N. (2022). *Data-driven science and engineering: Machine learning, dynamical systems, and control* (2nd ed.). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781009089517

Burkhard, G., Vos, S., Munzinger, N., Enders, E., & Schramm, D. (2018). Requirements on driving dynamics in autonomous driving with regard to motion and comfort. In M. Bargende, H.-C. Reuss, & J. Wiedemann (Eds.), *Proceedings. 18. Internationales Stuttgarter Symposium* (pp. 683–697). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-21194-3_53

Cabrera, J. A., Ortíz, A., Simón, A., García, F., & La Blanca, A. P. (2003). A versatile flat track tire testing machine. *Vehicle System Dynamics*, *40*(4), 271–284. https://doi.org/10.1076/vesd.40.2.271.16542

Cao, X., Wang, Y., & Zhu, W. (2025). Exploring lateral stability of vehicles with rear-wheel steering using sum of squares programming. *Vehicle System Dynamics*, 1–25. https://doi.org/10.1080/00423114.2025.2579139

Çelik, D., Khosravi, N., Khan, M. A., Waseem, M., & Ahmed, H. (2026). Advancements in nonlinear PID controllers: A comprehensive review. *Computers and Electrical Engineering*, *129*(A), Article 110775. https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2025.110775

Chantranuwathana, S., Chancharoen, R., Wannasuphoprasit, W., Sripakagorn, A., & Noomwongs, N. (2018). Tire-suspension-steering hardware-in-the-loop simulation. *Engineering Journal*, *22*(5), 199–212. https://doi.org/10.4186/ej.2018.22.5.199

Chen, Z., Wang, W., & Raksincharonsak, P. (2026). Personalized active camber control for path following assistance: A non-interference approach. *International Journal of Automotive Technology*, *27*, 459–473. https://doi.org/10.1007/s12239-026-00414-0

Chindamo, D., Gadola, M., & Marchesin, F. P. (2017). Reproduction of real-world road profiles on a four-poster rig for indoor vehicle chassis and suspension durability testing. *Advances in Mechanical Engineering*, *9*(8), 1–10. https://doi.org/10.1177/1687814017726004

Colmenares, J. A. R., Asua, E., de la Fuente, V., & Rojo, A. (2024). Development and validation of a driving simulator for comfort assessment. *International Journal of Intelligent Transportation Systems Research*, *22*(3), 804–819. https://doi.org/10.1007/s13177-024-00427-y

Continental AG. (2024). *Mobility study 2024*. https://www.continental.com/en/press/studies-publications/continental-mobility-studies/mobility-study-2024/

de Winkel, K. N., Irmak, T., Happee, R., & Shyrokau, B. (2023). Standards for passenger comfort in automated vehicles: Acceleration and jerk. *Applied Ergonomics*, *106*, Article 103881. https://doi.org/10.1016/j.apergo.2022.103881

Deubel, C., Ernst, S., & Prokop, G. (2023). Objective evaluation methods of vehicle ride comfort—A literature review. *Journal of Sound and Vibration*, *548*, Article 117515. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.117515

Devi, L. R., Sreekumar, S., Bhakar, R., G., D., & Padmanaban, S. (2025). Electric motor modeling, analysis, and design for E-mobility applications: A state of the art. *e-Prime - Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*, *12*, Article 100985. https://doi.org/10.1016/j.prime.2025.100985

Díaz-Choque, C. S., Félix-Herrán, L. C., & Ramírez-Mendoza, R. A. (2021). Optimal skyhook and groundhook control for semiactive suspension: A comprehensive methodology. *Shock and Vibration*, *2021*(1), Article 8084343. https://doi.org/10.1155/2021/8084343

Ekchian, J., Graves, W., Anderson, Z., Giovanardi, M., Godwin, O., Kaplan, J., Ventura, J., Lackner, J. R., & DiZio, P. (2016). *A high-bandwidth active suspension for motion sickness mitigation in autonomous vehicles* (SAE Technical Paper No. 2016-01-1555). SAE International. https://doi.org/10.4271/2016-01-1555

Enders, E. S. (2022). *Ride comfort and active suspension systems towards automated driving – An objective target value and a method to investigate actuator requirements* [Doctoral dissertation, Technical University of Munich]. ResearchGate. https://doi.org/10.13140/rg.2.2.23130.82881

Fathy, H. K., Filipi, Z. S., Hagena, J., & Stein, J. L. (2006). Review of hardware-in-the-loop simulation and its prospects in the automotive area. In K. Schum & A. F. Sisti (Eds.), *Proceedings of SPIE defense + security: Vol. 6228. Modeling and simulation for military applications* (Article No. 62280E). SPIE. https://doi.org/10.1117/12.667794

Forta, N. G., Morioka, M., & Griffin, M. J. (2009). Difference thresholds for the perception of whole-body vertical vibration: Dependence on the frequency and magnitude of vibration. *Ergonomics*, *52*(10), 1305–1310. https://doi.org/10.1080/00140130903023709

Fridman, L., Moreno, J. A., Bandyopadhyay, B., Kamal, S., & Chalanga, A. (2015). Continuous nested algorithms: The fifth generation of sliding mode controllers. In X. Yu & M. Ö. Efe (Eds.), *Studies in systems, decision and control: Vol. 24. Recent advances in sliding modes: From control to intelligent mechatronics* (pp. 5–35). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18290-2_2

Gao, J., & Qi, X. (2024). Relevance analysis of the bushing stiffness of rear multi-link suspension to handling stability and ride comfort of vehicle and optimization research to improve both performances. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *238*(6), 1480–1496. https://doi.org/10.1177/09544070221147579

Gao, J., & Wu, F. (2021). Analysis and optimization of the vehicle handling stability with considering suspension kinematics and compliance characteristics. *Advances in Mechanical Engineering*, *13*(5). https://doi.org/10.1177/16878140211015523

Genser, A., Spielhofer, R., Nitsche, P., & Kouvelas, A. (2022). Ride comfort assessment for automated vehicles utilizing a road surface model and Monte Carlo simulations. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, *37*(10), 1316–1334. https://doi.org/10.1111/mice.12787

Ghadiri, H., & Montazeri, A. (2022). Adaptive integral terminal sliding mode control for the nonlinear active vehicle suspension system under external disturbances and uncertainties. *IFAC-PapersOnLine*, *55*(10), 2665–2670. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.112

Gießler, M., Gauterin, F., & Unrau, H. J. (2022). *New inner drum test bench for dynamic tests of PLT and truck tires*. KIT-Bibliothek. https://doi.org/10.5445/IR/1000156885

Gipser, M. (2005). FTire: A physically based application-oriented tyre model for use with detailed MBS and finite-element suspension models. *Vehicle System Dynamics*, *43*(sup1), 76–91. https://doi.org/10.1080/00423110500139940

Gipser, M. (2007). FTire – the tire simulation model for all applications related to vehicle dynamics. *Vehicle System Dynamics*, *45*(sup1), 139–151. https://doi.org/10.1080/00423110801899960

Goodarzi, A., Lu, Y., & Khajepour, A. (2023). *Vehicle suspension system technology and design* (2nd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-21804-0

Gräbe, R. P., Kat, C.-J., van Staden, P. J., & Els, P. S. (2020). Difference thresholds for a vehicle on a 4-poster test rig. *Applied Ergonomics*, *87*, Article 103115. https://doi.org/10.1016/j.apergo.2020.103115

Guastadisegni, G., De Pinto, S., Cancelli, D., Labianca, S., Gonzalez, A., Gruber, P., & Sorniotti, A. (2024). Ride analysis tools for passenger cars: Objective and subjective evaluation techniques and correlation processes – a review. *Vehicle System Dynamics*, *62*(7), 1876–1902. https://doi.org/10.1080/00423114.2023.2259024

Guo, M., Zhu, Z., Yang, H., Wang, Z., & Qin, Y. (2024). Active suspension higher order sliding mode control by considering actuator delay. In *2024 8th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence (CVCI)* (pp. 1–6). IEEE. https://doi.org/10.1109/CVCI63518.2024.10830110

Gysen, B. L. J., Paulides, J. J. H., Janssen, J. L. G., & Lomonova, E. A. (2010). Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology, 59*(3), 1156–1163. https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2038706

Hamed, M., Elrawemi, M., Gu, F., & Ball, A. D. (2018). Effects of spring stiffness on suspension performances using full vehicle models. In M. A. Elalem (Ed.), *Proceedings of first conference for engineering sciences and technology: Vol. 2* (pp. 430–439). AIJR Publisher. https://doi.org/10.21467/proceedings.4.10

Heidrich, L., Shyrokau, B., Savitski, D., Ivanov, V., Augsburg, K., & Wang, D. (2013). Hardware-in-the-loop test rig for integrated vehicle control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, *46*(21), 683–688. https://doi.org/10.3182/20130904-4-jp-2042.00027

Heydrich, M., Ivanov, V., Bertagna, A., Rossi, A., Mazzoni, M., & Bücner, F. (2022). Hardware-in-the-loop testing of a hybrid brake-by-wire system for electric vehicles. *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH, 6*(4), 477–487. https://doi.org/10.4271/10-06-04-0031

Holland-Letz, D., Kässer, M., Kloss, B., & Müller, T. (2021). *Mobility's future: An investment reality check*. McKinsey & Company. https://www.mckinsey.com/industries/automotive-and-assembly/our-insights/mobilitys-future-an-investment-reality-check

Houzhong, Z., Jiasheng, L., Chaochun, Y., Xiaoqiang, S., & Yingfeng, C. (2020). Application of explicit model predictive control to a vehicle semi-active suspension system. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, *39*(3), 772–786. https://doi.org/10.1177/1461348418822170

Huang, Y., Shi, S., Yuan, Y., Sun, Y., & Xu, J. (2019). Direct suspension force control of hybrid stator bear-ingless switched reluctance motor based on quasi-continuous three-order sliding mode. *Progress In Electromagnetics Research M*, *80*, 157–167. https://doi.org/10.2528/PIERM19012802

Iglesias-Rios, M., Pérez-Ventura, U., Fridman, L., & Mujica-Ortega, H. (2026). PID-like sliding mode controller for helicopter attitude regulation. *Mechatronics, 118*, Article 103553. https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2026.103553

International Energy Agency. (2026). *World energy investment 2026*. https://www.iea.org/reports/world-energy-investment-2026

International Organization for Standardization. (1997). *Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements* (ISO Standard No. 2631-1:1997). https://www.iso.org/standard/7612.html

International Organization for Standardization. (2011). *Road vehicles — Lateral transient response test methods — Open-loop test methods* (ISO Standard No. 7401:2011). https://www.iso.org/standard/54144.html

International Organization for Standardization. (2016a). *Mechanical vibration — Road surface profiles — Reporting of measured data* (ISO Standard No. 8608:2016). https://www.iso.org/standard/71202.html

International Organization for Standardization. (2016b). *Passenger cars — Validation of vehicle dynamic simulation — Sine with dwell stability control testing* (ISO Standard No. 19365:2016). https://www.iso.org/standard/64702.html

International Organization for Standardization. (2016c). *Road vehicles — Test method for the quantification of on-centre handling — Part 2: Transition test* (ISO Standard No. 13674-2:2016). https://www.iso.org/standard/60523.html

International Organization for Standardization. (2018a). *Intelligent transport systems — Adaptive cruise control systems — Performance requirements and test procedures* (ISO Standard No. 15622:2018). https://www.iso.org/standard/71515.html

International Organization for Standardization. (2018b). *Passenger cars — Test track for a severe lane-change manoeuvre — Part 1: Double lane-change* (ISO Standard No. 3888-1:2018). https://www.iso.org/standard/67973.html

International Organization for Standardization. (2018c). *Passenger car, truck and bus tyre rolling resistance measurement method — Single point test and correlation of measurement results* (ISO Standard No. 28580:2018). https://www.iso.org/standard/67531.html

International Organization for Standardization. (2019). *Passenger cars — Braking in a turn — Open-loop test method* (ISO Standard No. 7975:2019). https://www.iso.org/standard/67974.html

International Organization for Standardization. (2021). *Passenger cars — Steady-state circular driving behaviour — Open-loop test methods* (ISO Standard No. 4138:2021). https://www.iso.org/standard/81710.html

International Organization for Standardization. (2023). *Road vehicles — Test method for the quantification of on-centre handling — Part 1: Weave test* (ISO Standard No. 13674-1:2023). https://www.iso.org/standard/83233.html

International Organization for Standardization. (2025). *Passenger cars — Test track for a severe lane-change manoeuvre — Part 2: Obstacle avoidance* (ISO Standard No. 3888-2:2025). https://www.iso.org/standard/86381.html

Interreg Central Europe. (2026). *GINEVRA – Governance of transformative innovation in Central European cities: The AV case*. https://www.interreg-central.eu/projects/ginevra/

Isermann, R. (2021). *Automotive control: Modeling and control of vehicles*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39440-9

Iskander, J., Attia, M., Saleh, K., Nahavandi, D., Abobakr, A., Mohamed, S., Asadi, H., Khosravi, A., Lim, C. P., & Hossny, M. (2019). From car sickness to autonomous car sickness: A review. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, *62*, 716–726. https://doi.org/10.1016/j.trf.2019.02.020

Ivanov, V., Augsburg, K., Bernad, C., Dhaens, M., Dutré, M., Gramstat, S., Magnin, P., Schreiber, V., Skrt, U., & Van Kelecom, N. (2019). Connected and shared X-in-the-loop technologies for electric vehicle design. *World Electric Vehicle Journal*, *10*(4), Article 83. https://doi.org/10.3390/wevj10040083

Janeway, R. N. (1975). Analysis of proposed criteria for human response to vibration. In *Langley Research Center The 1975 Ride Quality Symposium* (pp. 531–563). NASA. https://ntrs.nasa.gov/citations/19760009688

Jazar, R. N. (2017). *Vehicle dynamics: Theory and application* (3rd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-53441-1

Jurisch, M. (2022). Vertical trajectory planning: An optimal control approach for active suspension systems in autonomous vehicles. *Vehicle System Dynamics*, *60*(11), 3788–3809. https://doi.org/10.1080/00423114.2021.1979238

Kamal, S., Moreno, J. A., Chalanga, A., Bandyopadhyay, B., & Fridman, L. M. (2016). Continuous terminal sliding-mode controller. *Automatica*, *69*, 308–314. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.02.001

Kat, C.-J., Gräbe, R. P., van Staden, P. J., Botha, T., & Els, P. S. (2024). Difference thresholds for primary and secondary ride of a vehicle on a 4-poster test rig. *Ergonomics*, *67*(11), 1702–1714. https://doi.org/10.1080/00140139.2024.2349748

Khandekar, A. A., & Patre, B. M. (2014). Discrete sliding mode control for robust tracking of time-delay systems. *Systems Science & Control Engineering*, *2*(1), 457–464. https://doi.org/10.1080/21642583.2014.913214

Khusro, Y. R., Zheng, Y., Grottoli, M., & Shyrokau, B. (2020). MPC-based motion-cueing algorithm for a 6-DOF driving simulator with actuator constraints. *Vehicles*, *2*(4), 625–647. https://doi.org/10.3390/vehicles2040036

Kim, J., Lee, T., Kim, C.-J., & Yi, K. (2023). Model predictive control of a semi-active suspension with a shift delay compensation using preview road information. *Control Engineering Practice*, *137*, Article 105584. https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2023.105584

Kimball, J. B., DeBoer, B., & Bubbar, K. (2024). Adaptive control and reinforcement learning for vehicle suspension control: A review. *Annual Reviews in Control*, *58*, Article 100974. https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2024.100974

Koch, G. P. A. (2011). *Adaptive control of mechatronic vehicle suspension systems*. [Doctoral dissertation, Technical University of Munich]. http://media-tum.ub.tum.de/doc/1002476/document.pdf

Konieczny, L., Burdzik, R., Warczek, J., Czech, P., Wojnar, G., & Młyńczak, J. (2015). Determination of the effect of tire stiffness on wheel accelerations by the forced vibration test method. *Journal of Vibroengineering*, *17*(8), 4469–4477. https://doi.org/10.21595/jve.2015.16692

KPMG International. (2020). *Autonomous vehicles readiness index 2020: Assessing the preparedness of 30 countries in the race for autonomous vehicles*. https://assets.kpmg.com/content/dam/kpmg/xx/pdf/2020/07/2020-autonomous-vehicles-readiness-index.pdf

Kurz, C., Stangenberg, L., & Gauterin, F. (2023). A generic approach to modeling vehicle pitch dynamics on a vehicle test bench. *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*, *4*, 739–748. https://doi.org/10.1109/ojvt.2023.3315317

Kwon, B., Kang, D., & Yi, K. (2020). Wheelbase preview control of an active suspension with a disturbance-decoupled observer to improve vehicle ride comfort. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *234*(6), 1725–1745. https://doi.org/10.1177/0954407019886499

Kyriakidis, M., Happee, R., & de Winter, J. C. F. (2015). Public opinion on automated driving: Results of an international questionnaire among 5000 respondents. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, *32*, 127–140. https://doi.org/10.1016/j.trf.2015.04.014

Laghrouche, S., Harmouche, M., Chitour, Y., Obeid, H., & Fridman, L. M. (2021). Barrier function-based adaptive higher order sliding mode controllers. *Automatica*, *123*, Article 109355. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109355

Lauwerys, C., Swevers, J., & Sas, P. (2005). Robust linear control of an active suspension on a quarter car test-rig. *Control Engineering Practice*, *13*(5), 577–586. https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2004.04.018

Lee, H., & Utkin, V. I. (2007). Chattering suppression methods in sliding mode control systems. *Annual Reviews in Control*, *31*(2), 179–188. https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2007.08.001

Lenkutis, T. (2023). *Pusiau aktyvaus valdomo virpesių slopintuvo-energijos rinktuvo sistemos kūrimas ir tyrimas* [Daktaro disertacija, Vilniaus Gedimino technikos universitetas]. VILNIUS TECH mokslo valdymo sistema (CRIS). https://doi.org/10.20334/2023-032-M

Lenkutis, T., Čerškus, A., Šešok, N., Dzedzickis, A., & Bučinskas, V. (2020). Road surface profile synthesis: Assessment of suitability for simulation. *Symmetry*, *13*(1), Article 68. https://doi.org/10.3390/sym13010068

Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, *58*(6), 1247–1263. https://doi.org/10.1080/00207179308923053

Levasseur, C. (2024). *Active suspension comes of age bolstered by high density power modules*. Power Systems Design. https://www.powersystemsdesign.com/articles/active-suspension-comes-of-age-bolstered-by-high-density-power-modules/22/22390

Li, B. (2018). *In-plane and out-of-plane flexible ring tire model development and validation*. [Doctoral dissertation, Texas Tech University]. TTU DSpace Repository. http://hdl.handle.net/2346/74416

Li, G., Xu, H., Ruan, Z., Liu, Q., Gan, Y., Yu, L., Zhu, W., & Hu, G. (2024). Design and performance evaluation of a novel fractional order PID control strategy for vehicle semi-active suspension. *Advances in Mechanical Engineering*, *16*(4), 1–11. https://doi.org/10.1177/16878132241241435

Li, I.-H., & Lee, L.-W. (2019). Design and development of an active suspension system using pneumatic-muscle actuator and intelligent control. *Applied Sciences*, *9*(20), Article 4453. https://doi.org/10.3390/app9204453

Li, S. (2013). *Camber effect study on combined tire forces* [Doctoral dissertation, KTH Royal Institute of Technology]. http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-172207

Little, E., Handrickx, P., Grote, P., Mergay, M., & Deel, J. (1999). *Ride comfort analysis: Practice and procedures* (SAE Technical Paper No. 990053). SAE International. https://doi.org/10.4271/990053

Liu, G., Mao, K., & Chen, B. (2018). Position sensorless control of high-speed brushless pm motor based on an improved sliding mode observer. *Vacuum, 153*, 232–237. https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2018.04.027

Lukoševičius, V., Makaras, R., Rutka, A., Keršys, R., Dargužis, A., & Skvireckas, R. (2021). Investigation of vehicle stability with consideration of suspension performance. *Applied Sciences, 11*(20), Article 9778. https://doi.org/10.3390/app11209778

Ma, S., Li, Y., & Tong, S. (2023). Research on control strategy of seven-DOF vehicle active suspension system based on co-simulation. *Measurement and Control, 56*(7–8), 1251–1260. https://doi.org/10.1177/00202940231154954

Maher, D., & Young, P. (2011). An insight into linear quarter car model accuracy. *Vehicle System Dynamics, 49*(3), 463–480. https://doi.org/10.1080/00423111003631946

Makridis, M., Mattas, K., Ciuffo, B., Re, F., Kriston, A., Minarini, F., & Rognelund, G. (2020). Empirical study on the properties of adaptive cruise control systems and their impact on traffic flow and string stability. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2674*(4), 471–484. https://doi.org/10.1177/0361198120911047

Mansfield, N. J., & Griffin, M. J. (2000). Difference thresholds for automobile seat vibration. *Applied Ergonomics, 31*(3), 255–261. https://doi.org/10.1016/s0003-6870(99)00054-x

Mastinu, G., & Ploechl, M. (2018). *Road and off-road vehicle system dynamics handbook*. CRC Press.

Mazzilli, V., De Pinto, S., Pascali, L., Contrino, M., Bottiglione, F., Mantriota, G., Gruber, P., & Sorniotti, A. (2021). Integrated chassis control: Classification, analysis and future trends. *Annual Reviews in Control, 51*, 172–205. https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2021.01.005

Mihalič, F., Truntič, M., & Hren, A. (2022). Hardware-in-the-loop simulations: A historical overview of engineering challenges. *Electronics, 11*(15), Article 2462. https://doi.org/10.3390/electronics11152462

Milliken, W. F., & Milliken, D. L. (1994). *Race car vehicle dynamics*. SAE International.

Münster, M., Mair, U., Gilsdorf, H.-J., & Thomä, A. (2009). Electromechanical active body control. *ATZ Worldwide, 111*(9), 44–48. https://doi.org/10.1007/bf03225316

Nguyen, D. G., Ji, K., Nguyen, T. W., & Han, K. (2022). State-feedback-critical super twisting sliding mode control for a half-car suspension system. *IEEE Access, 10*, 103200–103211. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3210123

Nguyen, T. A. (2023). Research on the sliding mode – PID control algorithm tuned by fuzzy method for vehicle active suspension. *Forces in Mechanics, 11*, Article 100206. https://doi.org/10.1016/j.finmec.2023.100206

Obeid, H., Fridman, L. M., Laghrouche, S., & Harmouche, M. (2018). Barrier function-based adaptive sliding mode control. *Automatica*, *93*, 540–544. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.03.078

OECD/ITF. (2023). *Preparing infrastructure for automated vehicles*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b96ca198-en

Omar, M., El-Kassaby, M. M., & Abdelghaffar, W. (2017). A universal suspension test rig for electrohydraulic active and passive automotive suspension system. *Alexandria Engineering Journal*, *56*(4), 359–370. https://doi.org/10.1016/j.aej.2017.01.024

Ovalle, L., Gonzalez, A., Fridman, L., & Haimovich, H. (2026). Discrete implementations of sliding-mode controllers with barrier-function adaptations require a revised framework. *Automatica*, *185*, Article 112797. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2025.112797

Ozer, H. O., Hacioglu, Y., & Yagiz, N. (2018). High order sliding mode control with estimation for vehicle active suspensions. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *40*(5), 1457–1470. https://doi.org/10.1177/0142331216685394

Pacejka, H. B. (2012). *Tire and vehicle dynamics* (3rd ed). Butterworth-Heinemann.

Pan, Y., Yang, C., Pan, L., & Yu, H. (2018). Integral sliding mode control: Performance, modification, and improvement. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, *14*(7), 3087–3096. https://doi.org/10.1109/TII.2017.2761389

Papaioannou, G., Shen, C., Rothhämel, M., & Happee, R. (2025). Occupants' comfort: What about human body dynamics in road and rail vehicles? *Vehicle System Dynamics*, *63*(7), 1241–1299. https://doi.org/10.1080/00423114.2025.2504113

Park, H., Kang, Y. J., Kim, M., & Baek, K. (2023). Experimental evaluation models of vehicle ride quality for two vibration types: Primary ride and secondary ride. *Journal of Mechanical Science and Technology*, *37*(5), 2301–2309. https://doi.org/10.1007/s12206-023-0406-9

Park, J. Y., Na, S., Cha, H., & Yi, K. (2022). Direct yaw moment control with 4WD torque-vectoring for vehicle handling stability and agility. *International Journal of Automotive Technology*, *23*(2), 555–565. https://doi.org/10.1007/s12239-022-0051-9

Park, K., Joa, E., Yi, K., & Yoon, Y. (2020). Rear-wheel steering control for enhanced steady-state and transient vehicle handling characteristics. *IEEE Access*, *8*, 149282–149300. https://doi.org/10.1109/access.2020.3014719

Peng, C., Carlowitz, S., Madigan, R., Marberger, C., Lee, J. D., Krems, J., Beggiato, M., Romano, R., Wei, C., Wooldridge, E., Happee, R., Hagenzieker, M., & Merat, N. (2024). Conceptualising user comfort in automated driving: Findings from an expert group workshop. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, *24*, Article 101070. https://doi.org/10.1016/j.trip.2024.101070

Pérez-Ventura, U., & Fridman, L. (2019). Design of super-twisting control gains: A describing function based methodology. *Automatica*, *99*, 175–180. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.10.023

Pérez-Ventura, U., Mendoza-Avila, J., & Fridman, L. (2021). Design of a proportional integral derivative-like continuous sliding mode controller. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, *31*(9), 3439–3454. https://doi.org/10.1002/rnc.5412

Poussot-Vassal, C., Spelta, C., Sename, O., Savaresi, S. M., & Dugard, L. (2012). Survey and performance evaluation on some automotive semi-active suspension control methods: A comparative study on a single-corner model. *Annual Reviews in Control*, *36*(1), 148–160. https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2012.03.011

Priyandoko, G., Mailah, M., & Jamaluddin, H. (2009). Vehicle active suspension system using skyhook adaptive neuro active force control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *23*(3), 855–868. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.07.014

Puscul, D., Lex, C., Vignati, M., & Shao, L. (2024). A literature survey on sideslip angle estimation using vehicle dynamics based methods. *IEEE Access*, *12*, 70263–70277. https://doi.org/10.1109/access.2024.3402429

Quaini, D., Sazgetdinov, K., Ivanov, V., & Ferrara, A. (2020). Optimization based sliding mode control in active suspensions: Design and hardware-in-the-loop assessment. In *2020 European Control Conference (ECC)* (pp. 1607–1612). https://doi.org/10.23919/ECC51009.2020.9143835

Rath, J. J., Defoort, M., Karimi, H. R., & Veluvolu, K. C. (2017). Output feedback active suspension control with higher order terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *64*(2), 1392–1403. https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2611587

Reimpell, J., Stoll, H., & Betzler, J. W. (2001). *The automotive chassis: Engineering principles* (2nd ed.). Butterworth Heinemann.

Ren, W., Peng, B., Shen, J., Li, Y., & Yu, Y. (2018). Study on vibration characteristics and human riding comfort of a special equipment cab. *Journal of Sensors, 2018*(1), Article 7140610. https://doi.org/10.1155/2018/7140610

Roethof, D., Sezer, T., Arat, M. A., & Shyrokau, B. (2016). Influence of active camber control on steering feel. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, *9*(1), 124–134. https://doi.org/10.4271/2016-01-0466

Šabanovič, E., Žuraulis, V., Prentkovskis, O., & Skrickij, V. (2020). Identification of road-surface type using deep neural networks for friction coefficient estimation. *Sensors*, *20*(3), Article 612. https://doi.org/10.3390/s20030612

Savitski, D., Hoepping, K., Ivanov, V., & Augsburg, K. (2015). Influence of the tire inflation pressure variation on braking efficiency and driving comfort of full electric vehicle with continuous anti-lock braking system. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, *8*(2), 460–467. https://doi.org/10.4271/2015-01-0643

Savitski, D., Ivanov, V., Shyrokau, B., Pütz, T., De Smet, J., & Theunissen, J. (2016). Experimental investigations on continuous regenerative anti-lock braking system of full electric vehicle. *International Journal of Automotive Technology*, *17*(2), 327–338. https://doi.org/10.1007/s12239-016-0033-x

Savitski, D., Schleinin, D., Ivanov, V., & Augsburg, K. (2017). Sliding mode approach in semi-active suspension control. In A. Ferrara (Ed.), *Sliding mode control of vehicle dynamics* (pp. 191–228). Institution of Engineering and Technology. https://doi.org/10.1049/PBTR005E_ch6

Schmitz, T. (2024). Chassis concept of the individually steerable five-link suspension: A novel approach to maximize the road wheel angle to improve vehicle agility. *Automotive and Engine Technology*, *9*(1), Article 5. https://doi.org/10.1007/s41104-024-00142-6

Schwenzer, M., Ay, M., Bergs, T., & Abel, D. (2021). Review on model predictive control: An engineering perspective. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *117*(5–6), 1327–1349. https://doi.org/10.1007/s00170-021-07682-3

Shimoya, N., & Katsuyama, E. (2019). *A study of triple skyhook control for semi-active suspension system* (SAE Technical Paper No. 2019-01-0168). SAE International. https://doi.org/10.4271/2019-01-0168

Shtessel, Y., Plestan, F., & Edwards, C. (2023). Adaptive sliding mode and second order sliding mode control with applications: A survey. *IFAC-PapersOnLine*, *56*(2), 761–772. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.1658

Shyrokau, B. (2014). *Coordinated control of multi-actuated electric vehicle* [Doctoral dissertation, Nanyang Technological University]. https://doi.org/10.32657/10356/61979

Siddiqi, M. R., Milani, S., Jazar, R. N., & Marzbani, H. (2023). Motion sickness mitigating algorithms and control strategy for autonomous vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, *24*(1), 304–315. https://doi.org/10.1109/TITS.2022.3215175

Skrickij, V., & Bogdevičius, M. (2010). Vehicle gearbox dynamics: Centre distance influence on mesh stiffness and spur gear dynamics. *Transport*, *25*(3), 278–286. https://doi.org/10.3846/transport.2010.34

Ślaski, G., Gudra, A., & Borowicz, A. (2014). Analysis of the influence of additional unsprung mass of in-wheel motors on the comfort and safety of a passenger car. *The Archives of Automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji*, *65*(3), 51–64. http://www.aaejournal.com/Analysis-of-the-influence-of-additional-unsprung-mass-of-in-wheel-motors-on-the-comfort,99354,0,2.html

Society of Automotive Engineers International. (2012). *Laboratory testing machines for measuring the steady state force and moment properties of passenger car tires* (SAE Standard No. J1106_201208). https://doi.org/10.4271/J1106_201208

Society of Automotive Engineers International. (2021). *Taxonomy and definitions for terms related to driving automation systems for on-road motor vehicles* (SAE Standard No. J3016_202104). https://doi.org/10.4271/J3016_202104

Soliman, A., & Kaldas, M. (2021). Semi-active suspension systems from research to mass-market – A review. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, *40*(2), 1005–1023. https://doi.org/10.1177/1461348419876392

Stümpfle, J., Sigel, J., Weiß, M., Gül, B. C., Dettinger, F., Jazdi, N., Hoßfeld, M., & Weyrich, M. (2025). The software-defined vehicle: A comprehensive study on current trends and challenges. *IEEE Engineering Management Review*, *54*(4), 89–107. https://doi.org/10.1109/EMR.2025.3636574

Subramanian, P. M., Balamurugan, L., & Prabhu, G. A. (2024). Novel approaches in developing sustainable and cost-effective semi-active suspension systems for smart vehicles—A review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal*

of Process Mechanical Engineering, *240*(4), 4744–4758. https://doi.org/10.1177/09544089241293583

Sun, P., Stensson Trigell, A., Drugge, L., Jerrelind, J., & Jonasson, M. (2018). Exploring the potential of camber control to improve vehicles' energy efficiency during cornering. *Energies*, *11*(4), Article 724. https://doi.org/10.3390/en11040724

Surblys, V. (2020). *Nelygia kelio danga važiuojančio lengvojo automobilio pusiau aktyvios pakabos valdymo algoritmai* [Daktaro disertacija, Vilniaus Gedimino technikos universitetas]. VILNIUS TECH mokslo valdymo sistema (CRIS). https://hdl.handle.net/20.500.14911/110776

Suzuki, T., Mae, M., Takeuchi, T., Fujimoto, H., & Katsuyama, E. (2021). Model-based filter design for triple skyhook control of in-wheel motor vehicles for ride comfort. *IEEJ Journal of Industry Applications*, *10*(3), 310–316. https://doi.org/10.1541/ieejjia.20004677

Tan, V. V., Tu, D. T., Vinh, N. V., Thang, P. T., Mihaly, A., & Gaspar, P. (2024). Optimizing a hybrid controller for automotive active suspension system by using genetic algorithms with two high level parameters. *IEEE Access*, *12*, 172451–172464. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3499352

Tang, H., Bei, S., Li, B., Sun, X., Huang, C., Tian, J., & Hu, H. (2023). Mechanism analysis and control of lateral instability of 4WID vehicle based on phase plane analysis considering front wheel angle. *Actuators*, *12*(3), Article 121. https://doi.org/10.3390/act12030121

Theunissen, J., Sorniotti, A., Gruber, P., Fallah, S., Dhaens, M., Reybrouck, K., Lauwerys, C., Vandersmissen, B., Al Sakka, M., & Motte, K. (2019). Explicit model predictive control of an active suspension system. In P. Pfeffer (Ed.), *9th international Munich chassis symposium 2018* (pp. 201–214). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-22050-1_17

Theunissen, J., Sorniotti, A., Gruber, P., Fallah, S., Ricco, M., Kvasnica, M., & Dhaens, M. (2020). Regionless explicit model predictive control of active suspension systems with preview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *67*(6), 4877–4888. https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2926056

Theunissen, J., Tota, A., Gruber, P., Dhaens, M., & Sorniotti, A. (2021). Preview-based techniques for vehicle suspension control: A state-of-the-art review. *Annual Reviews in Control*, *51*, 206–235. https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2021.03.010

Torres-González, V., Sanchez, T., Fridman, L. M., & Moreno, J. A. (2017). Design of continuous twisting algorithm. *Automatica*, *80*, 119–126. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.02.035

Tran, T. T. H., Nguyen, T. A., Hoang, T. B., Nguyen, D. N., & Dang, N. D. (2022). Optimizing the parameter of the LQR controller for active suspension system. In A.-T. Le, V.-S. Pham, M.-Q. Le, & H.-L. Pham (Eds.), *The AUN/SEED-net joint regional conference in transportation, energy, and mechanical manufacturing engineering* (pp. 260–270). https://doi.org/10.1007/978-981-19-1968-8_21

Tseng, H. E., & Hrovat, D. (2015). State of the art survey: Active and semi-active suspension control. *Vehicle System Dynamics*, *53*(7), 1034–1062. https://doi.org/10.1080/00423114.2015.1037313

Utkin, V. I. (1992). *Sliding modes in control and optimization*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-84379-2

Vandersmissen, B., Six, K., & Reybrouck, K. (2012). ACOCAR: Ultimate comfort and safety through the energy-efficient active damping system of Tenneco. In *21st Aachen Colloquium Automobile and Engine Technology 2012*. https://www.aachen-colloquium.com/images/tagungsunterlagen/2012_21._ACK/C3.3_Reybrouck_Tenneco.pdf

Vaseur, C., & Aalst, S. V. (2019). *Test results at Ford Lommel Proving Ground ESR 11* [Dataset]. Zenodo. https://doi.org/10.5281/ZENODO.3263811

Venkataraman, S. T., & Gulati, S. (1992). Control of nonlinear systems using terminal sliding modes. In *1992 American Control Conference* (pp. 891–893). https://doi.org/10.23919/ACC.1992.4792209

Viehweger, M., Vaseur, C., van Aalst, S., Acosta, M., Regolin, E., Alatorre, A., Desmet, W., Naets, F., Ivanov, V., Ferrara, A., & Victorino, A. (2021). Vehicle state and tyre force estimation: Demonstrations and guidelines. *Vehicle System Dynamics*, *59*(5), 675–702. https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1714672

Viešoji įstaiga Transporto kompetencijų agentūra. (2024). *Įsakymas „Dėl Inžinerinių eismo saugumo priemonių įgyvendinimo rekomendacijų patvirtinimo"* https://www.e-tar.lt/portal/lt/legalAct/ab02d7b0a8b211ef90b5ee8931e5ce5e

Wang, F., Wen, H., & Xie, S. (2025). Performance analysis and hybrid control strategy research of vehicle semi-active suspension for ride comfort and handling stability. *Machines*, *13*(5), Article 393. https://doi.org/10.3390/machines13050393

Wang, Z., Liu, C., Zheng, X., Zhao, L., & Qiu, Y. (2024). Advancements in semi-active automotive suspension systems with magnetorheological dampers: A review. *Applied Sciences*, *14*(17), Article 7866. https://doi.org/10.3390/app14177866

Wang, Z., Ran, L., Kong, B., Jia, X., Liu, L., & Tavoosi, J. (2022). Suspension system control based on type-2 fuzzy sliding mode technique. *Complexity*, *2022*(1), Article 2685573. https://doi.org/10.1155/2022/2685573

Williams, D. (2022). *Generalized vehicle dynamics*. SAE International. https://doi.org/10.4271/9781468601411

Wright, K. R. S., Botha, T. R., & Els, P. S. (2019). Effects of age and wear on the stiffness and friction properties of an SUV tyre. *Journal of Terramechanics*, *84*, 21–30. https://doi.org/10.1016/j.jterra.2019.04.001

Wu, L., Zhou, R., Bao, J., Yang, G., Sun, F., Xu, F., Jin, J., Zhang, Q., Jiang, W., & Zhang, X. (2022). Vehicle stability analysis under extreme operating conditions based on LQR control. *Sensors*, *22*(24), Article 9791. https://doi.org/10.3390/s22249791

Wu, P., Luo, R., Yu, Z., & Hou, Z. (2025). Evaluation of the unsprung mass effect on ride comfort of in-wheel motor driving vehicles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *239*(12), 5336–5352. https://doi.org/10.1177/09544070241288615

Xie, Z., Lv, S., Wong, P. K., Li, W., & Zhao, J. (2025). Integral sliding-mode based interval type-2 fuzzy control for efficient networked nonlinear active suspension systems with input uncertainty. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *239*(13), 6493–6510. https://doi.org/10.1177/09544070241296167

Xing, L., Kou, F., Zhang, X., Liu, P., & Wang, G. (2025). Variable weight MPC active suspension control based on visual road surface recognition. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, *239*(13), 6317–6332. https://doi.org/10.1177/09544070241299008

Yu, M., Arana, C., Evangelou, S. A., & Dini, D. (2019). Quarter-car experimental study for series active variable geometry suspension. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *27*(2), 743–759. https://doi.org/10.1109/TCST.2017.2772912

Yu, M., Evangelou, S. A., & Dini, D. (2024). Advances in active suspension systems for road vehicles. *Engineering*, *33*, 160–177. https://doi.org/10.1016/j.eng.2023.06.014

Zhang, N., Fard, M., Xu, J., Davy, J. L., & Robinson, S. R. (2024). Road safety: The influence of vibration frequency on driver drowsiness, reaction time, and driving performance. *Applied Ergonomics*, *114*, Article 104148. https://doi.org/10.1016/j.apergo.2023.104148

Zhang, T., Tan, H., Li, S., Zhu, H., & Tao, D. (2019). Public's acceptance of automated vehicles: The role of initial trust and subjective norm. *Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting*, *63*(1), 919–923. https://doi.org/10.1177/1071181319631183

Zhang, X., Kong, H., & Man, Z. (2025). Adaptive gain sliding mode control for uncertain nonlinear systems using barrier-like functions. *Nonlinear Dynamics*, *113*(17), 23205–23223. https://doi.org/10.1007/s11071-025-11344-4

Zhang, Y., & Alleyne, A. (2005). A practical and effective approach to active suspension control. *Vehicle System Dynamics*, *43*(5), 305–330. https://doi.org/10.1080/00423110412331282869

Zhou, Q. (2013). *Research and simulation on new active suspension control system* [Master's thesis, Lehigh University]. https://www.mobt3ath.com/uplode/book/book-79413.pdf?ver=accessable

Zuo, L., & Nayfeh, S. A. (2003). Low order continuous-time filters for approximation of the ISO 2631-1 human vibration sensitivity weightings. *Journal of Sound and Vibration*, *265*(2), 459–465. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01567-5

Žuraulis, V., & Kilikevičius, A. (2020). Quarter car test rig for extended dynamics research in laboratory conditions. In M. Klomp, F. Bruzelius, J. Nielsen, & A. Hillemyr (Eds.), *Lecture notes in mechanical engineering*. *Advances in dynamics of vehicles on roads and tracks* (pp. 1425–1434). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-38077-9_164

Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Kojis, P., Šabanovič, E., & Skrickij, V. (2022). Deep neural network based data-driven virtual sensor in vehicle semi-active suspension real-time control. *Transport*, *37*(1), 37–50. https://doi.org/10.3846/transport.2022.16919

Skrickij, V., & Kojis, P. (2026). Design framework for ground-vehicle suspension actuators using digital twin technology. *Machines*, *14*(4), Article 423. https://doi.org/10.3390/machines14040423

Skrickij, V., Kojis, P., Šabanovič, E., Shyrokau, B., & Ivanov, V. (2024). Review of integrated chassis control techniques for automated ground vehicles. *Sensors*, *24*(2), Article 600. https://doi.org/10.3390/s24020600

Šabanovič, E., Kojis, P., Ivanov, V., Dhaens, M., & Skrickij, V. (2024). Development and evaluation of artificial neural networks for real-world data-driven virtual sensors in vehicle suspension. *IEEE Access*, *12*, 13183–13195. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3356715

Šabanovič, E., Kojis, P., Šukevičius, Š., Shyrokau, B., Ivanov, V., Dhaens, M., & Skrickij, V. (2021). Feasibility of a neural network-based virtual sensor for vehicle unsprung mass relative velocity estimation. *Sensors*, *21*(21), Article 7139. https://doi.org/10.3390/s21217139

Straipsniai kituose leidiniuose

Kojis, P., Danilevičius, A., Šabanovič, E., & Skrickij, V. (2022). The second generation of electric vehicles: Integrated corner solutions. In O. Prentkovskis, I. Yatskiv, P. Skačkauskas, R. Junevičius, & P. Maruschak (Eds.), *Lecture notes in intelligent transportation and infrastructure. TRANSBALTICA XII: Transportation Science and Technology* (pp. 87–100). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94774-3_9

Kojis, P., Skrickij, V., Ivanov, V., Šabanovič, E., Bogdevičius, M., & Grikenis, T. (2025). Development and validation of a vehicle corner test rig designed for hardware-in-the-loop testing. In J. Ploeg, O. Gusikhin, & K. Berns (Eds.), *Proceedings of the 11th international conference on vehicle technology and intelligent transport systems, Vol. 1* (pp. 358–365). SciTePress. https://doi.org/10.5220/0013208900003941

Kojis, P., Skrickij, V., Šabanovič, E., Ivanov, V., & Bogdevičius, M. (2025). Active roll control induced tyre wear in electric vehicles. In O. Prenkovskis, I. Yatskiv, P. Skačkauskas, M. Karpenko, & M. Stosiak (Eds.), *Lecture notes in intelligent transportation and infrastructure. TRANSBALTICA XV: Transportation Science and Technology* (pp. 537–546). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-85390-6_50

Skrickij, V., Kojis, P., & Ivanov, V. (2025). Wheel corner design for multi-actuated electric vehicles. *EVTeC 2025: 7th International Electric Vehicle Technology Conference* (Article No. 20259045, pp. 1–5). Society of Automotive Engineers of Japan.

Skrickij, V., Šabanovič, E., Kojis, P., Žuraulis, V., Ivanov, V., & Shyrokau, B. (2024). *Improving vehicle stability and comfort through active corner positioning* (SAE Technical Paper No. 2024-01-2552). SAE International. https://doi.org/10.4271/2024-01-2552

Žuraulis, V., Kojis, P., Marotta, R., Šukevičius, Š., Šabanovič, E., Ivanov, V., & Skrickij, V. (2022). *Electric vehicle corner architecture: Driving comfort evaluation using objective metrics*. (SAE Technical Paper No. 2022-01-0921). SAE International. https://doi.org/10.4271/2022-01-0921

Summary in English

Introduction

Formulation of the Problem

Automated Driving (AD) and vehicle electrification are among the most important areas of transport engineering, receiving significant investment. According to the International Energy Agency (IEA, 2026), about USD 295 billion is invested annually worldwide in vehicle electrification, and more than USD 200 billion has been invested in smart mobility and AD technologies since 2010 (Holland-Letz et al., 2021). The aim is to allow occupants of such vehicles to spend travel time working, resting, or engaging in other activities, which requires guaranteed passenger comfort. Although thermal, acoustic, ergonomic, and psychological comfort are important, functional and ride comfort are crucial in the context of AD (Peng et al., 2024). Current ride comfort provided by existing AD vehicles remains insufficient, as occupants who engage in activities such as reading or browsing the internet often experience discomfort and fatigue during the trip.

The rapid development of AD technologies leads to the integration of greater computing capabilities into modern vehicles (Stümpfle et al., 2025), making it possible to install more active systems that improve ride comfort and handling. In addition, electric in-wheel motors (IWMs) are increasingly being adopted in next-generation drivetrains. This increases unsprung mass, but the negative effects can be counteracted with active wheel corner modules integrating a wheel positioning system, active suspension, and IWMs. The problem addressed in this work is the integration of the aforementioned components into

a unified system and the development of its control algorithms to improve vehicle ride comfort.

Relevance of the Dissertation

Based on various consumer surveys, a significant proportion of respondents are not yet ready to use AD vehicles and show limited openness towards these technologies (Kyriakidis et al., 2015; Zhang et al., 2019; Continental AG, 2024). Assessments of countries' readiness for AD (OECD/ITF, 2023; KPMG, 2020; Interreg Central Europe, 2026) show that, besides the legal framework and infrastructure, technological maturity, along with consumer expectations and trust, are key factors influencing adoption. To increase the attractiveness of AD, ensuring ride comfort is important.

There is extensive research in the scientific literature that evaluates passenger comfort and develops suspension control algorithms to improve ride comfort or handling. However, many solutions are developed only in a simulation environment, and the reported improvements in comfort often fall below human sensitivity thresholds. Control algorithms tested only in simulation tend to lose stability when measurement noise, signal delay and system nonlinearities are included. For these reasons, it is appropriate to investigate how actuator delays, measurement noise, and other uncertainties in the controlled system will affect the designed control algorithm.

Conducting research using real-time computer simulation with a physical system interface (hardware-in-the-loop – HIL) enables a comprehensive evaluation of the effectiveness of the developed control algorithms, including direct measurements of difficult-to-model components. The novel suspension control algorithms proposed in this work are expected to improve ride comfort and vehicle handling, while the developed HIL environment will ensure their reliable evaluation.

Object of the Research

The research object of the dissertation is vehicle suspension and wheel positioning systems.

Aim of the Dissertation

To develop and evaluate the effectiveness of new algorithms for controlling semi-active/active suspension and wheel positioning systems to improve ride comfort.

Tasks of the Dissertation

To achieve the aim of the dissertation, the following tasks are solved:

1. To analyse control methods for vehicle suspension and wheel positioning systems, key performance evaluation metrics, and research methods.
2. To investigate the influence of the wheel positioning system and controlled suspension on the vehicle dynamics using a validated high-fidelity vehicle mathematical model.

3. To develop control algorithms for the suspension and wheel-positioning system and evaluate their effectiveness using ride comfort and handling metrics.
4. To develop a HIL system and conduct experimental studies by integrating the vehicle's mathematical model with the hardware of the suspension test rig.
5. To analyse the results of the theoretical and experimental studies and evaluate the effectiveness of the developed control algorithms.

Research Methodology

The research analyses scientific publications to identify the advantages, disadvantages and potential directions for improving the most commonly used control algorithms. A theoretical study is conducted to determine the critical suspension parameters affecting vehicle handling and ride comfort. Control algorithms are then developed for the suspension and wheel positioning systems, evaluated using ride comfort and handling metrics defined in relevant standards, and tested using industry-standard software, a validated vehicle mathematical model, and a HIL interface.

Scientific Novelty of the Dissertation

While preparing this dissertation, the following new results for the transport engineering science were obtained:

1. An original suspension control algorithm was developed, based on modifications of continuous sliding mode control (SMC) and the application of barrier functions. This control strategy can be applied to improve both ride comfort and vehicle handling.
2. A wheel positioning system control algorithm was developed and tested, which can be used for dynamic stability control (DSC), ensuring vehicle handling at high yaw rates and lateral accelerations.
3. A software-and-hardware tool was developed to allow testing of control systems via a hardware-in-the-loop interface.

Practical Value of the Research Findings

The results can be applied to improve the control algorithms of the active suspension and wheel positioning system and to assess passenger comfort and vehicle handling.

1. The control algorithms for suspension and wheel positioning systems significantly improve ride comfort and vehicle handling. The algorithms operate in real time and achieve a technology readiness level 5 (TRL5).
2. A wheel positioning system design has been developed for a multi-link suspension system, with implementation requiring no complex changes to its design.
3. A quarter-car test rig with HIL architecture has been developed, enabling testing and evaluation of the effectiveness of various control algorithms across a wide range of boundary conditions. The test rig design is easily adaptable to the construction or type of another vehicle's suspension. A validation methodology for the HIL test rig has been developed and applied.

4. A comprehensive ride comfort assessment methodology, including selected key performance indicators (KPIs) and manoeuvres, has been developed.
5. A hydraulic and electromechanical (EM) suspension architecture has been developed that integrates damping and active forces.

Defended Statements

1. Active wheel positioning improves not only vehicle handling but also ride comfort.
2. The developed suspension control algorithm, based on modifications to continuous sliding mode control and the application of barrier functions, provides the best ride comfort performance among the control algorithms considered in this work.
3. Supplementing the continuous sliding mode control law with quadratic barrier functions eliminates chattering in the control signal, hence solving the main drawback of classical sliding mode control.
4. Under the conditions considered in this dissertation, the inherent limitations of a semi-active suspension system prevent the full exploitation of advanced control algorithms based on sprung mass state parameter tracking when applied to a semi-active suspension system alone.

Approval of the Research Findings

Five research papers on the subject of the dissertation have been published in scientific journals included in the *Web of Science* database (Skrickij & Kojis, 2026; Skrickij et al., 2024; Šabanovič et al., 2024; Kojis et al., 2022; Šabanovič et al., 2021).

The results of the research performed in the dissertation have been published in six scientific conferences in Lithuania and abroad:

– At the International conference “TRANSBALTICA XV: Transportation science and technology” in 2024, Vilnius, Lithuania;
– At the International conference “TRANSBALTICA XII: Transportation science and technology” in 2021, Vilnius, Lithuania;
– At the International conference “VEHITS 2025: Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems” in 2025, Porto, Portugal;
– At the International Conference “SAE World Congress Experience, WCX 2024” in 2024, Detroit, United States of America;
– At the International Conference “SAE World Congress Experience, WCX 2022” in 2022, Detroit, United States of America;
– At the International Conference “EVTeC 2025: International Electric Vehicle Technology Conference” in 2025, Yokohama, Japan.

Structure of the Dissertation

The dissertation consists of an introduction, four chapters, and a summary of the results. There are also four appendices.

The scope of the work is 183 pages, excluding appendices, 60 numbered formulas, 81 figures, and 16 tables. 182 literature sources were used.

Aknowledgements

I would like to thank Jaroslav Grigorovič and the team at "UAB Metec" for providing access to their technical facilities for manufacturing the quarter-car test rig, and the employees of *Tenneco Automotive Europe BVBA* for their guidance and assistance with semi-active damper testing. Finally, I am deeply grateful to my wife, parents and sister for their understanding and unconditional support.

1. Literature review of vehicle suspension parameters and control algorithms

The main purpose of a vehicle suspension is to isolate the sprung mass from external disturbances while maintaining contact between the tyre and the road surface. In suspension design, ride comfort and vehicle handling are criteria that require compromise (Poussot-Vassal et al., 2012). Vehicle handling is a vehicle's ability to respond accurately, stably, and predictably to input signals and maintain the desired trajectory under various driving conditions (Mastinu & Ploechl, 2018). Ride comfort is a complex concept (Papaioannou et al., 2025); in the dissertation, it is examined solely as the effect of various vibrations and movements transmitted to the human body through interaction with the vehicle.

Due to the low-pass filtering characteristics of the vehicle suspension, the dynamic response of the sprung mass is concentrated below 30 Hz, with the dominant effects occurring below 10 Hz (Deubel et al., 2023; Zhang et al., 2024; Papaioannou et al., 2025; Ren et al., 2018). According to ISO 2631-1:1997, passengers are most sensitive to vibrations at 4–8 Hz. Since the most critical range, corresponding to the resonant frequencies of human body parts as well as both the sprung and unsprung masses, lies below 15 Hz (Deubel et al., 2023), the 1–15 Hz frequency range, covering primary and secondary ride phenomena (Kat et al., 2024; Guastadisegni et al., 2024), is studied in this dissertation.

The methodology for evaluating ride comfort and vehicle handling, as well as the KPIs, is not unified. Vehicle handling evaluation is guided by standards, while ride comfort evaluation does not include such strict guidelines. The RMS value of sprung mass a_z, weighted according to ISO 2631-1:1997, is the most widely used objective metric, closely correlated with subjective comfort assessment metrics (Ali Böke et al., 2023; Guastadisegni et al., 2024). Various authors (De Winkel et al., 2023; Genser et al., 2022; Bae et al., 2019; Makridis et al., 2020) have proposed threshold values for a_x, a_y, and a_z accelerations. However, the scale, based on the combined point-ride value proposed in ISO 2631-1:1997, remains the most widely adopted. Mansfield and Griffin (2000), Forta et al. (2009), and Gräbe et al. (2020) further investigated and found that when vertical excitation is dominant, the weighted a_z RMS value closely matches the combined point-ride value. In addition, Gräbe et al. (2020) proposed human sensitivity thresholds to determine

whether passengers will notice a change in ride comfort. These thresholds are used in this dissertation.

Additionally, the final list of selected KPIs is presented in Table 2.5. A set of test cases, consisting of both deterministic and stochastic road irregularities (Table 2.4), was selected to excite both primary and secondary ride phenomena. For vehicle handling, the tests causing the greatest destabilising effects were selected from Table 1.4: ISO 19365:2016 and ISO 3888-1:2018.

Direct control of suspension damping, the introduction of active force via active suspension, and precise wheel positioning ensure the desired vehicle response. Semi-active suspension requires up to 20 W of energy per corner, but its output depends on relative velocity, while active suspension with electromechanical actuators offers high bandwidth but consumes up to 5 kW of energy per corner and lacks passive damping (Savitski et al., 2017; Isermann, 2021). Therefore, the rational design of actuators and their properties requires greater attention (Münster et al., 2009; Yu et al., 2024).

Various control methods are used for vehicle suspension and wheel positioning systems. Classical algorithms are widely used in both the academic and industrial communities (Çelik et al., 2026; Poussot-Vassal et al., 2012; Tseng & Hrovat, 2015). Intelligent or learning-based methods lack a clear control law, making it difficult to ensure their stability and functional safety (Kimball et al., 2024), while optimisation-based methods require substantial computational power and do not directly address system uncertainties (Theunissen et al., 2021; Mazzilli et al., 2021). SMC methods are distinguished by their robustness and low computational requirements; however, their main drawback is chattering in the control signal (Azizi & Mobki, 2021; Quaini et al., 2020; Fridman et al., 2015). Therefore, in this dissertation, a new SMC method is developed with the goal of eliminating chattering. In the wheel positioning system, classical control algorithms are combined with adaptive tuning coefficients that vary according to vehicle state parameters.

Vehicle ride comfort and handling can be investigated using mathematical models of varying complexity, laboratory test rigs, various simulators, four-poster rigs, and tests at proving grounds. The quarter-car mathematical model is suitable for initial assessment of ride comfort and for tuning control algorithms (Maher & Young, 2011; Yu et al., 2019; Jazar, 2017; Isermann, 2021); however, since it may overestimate the sprung mass acceleration, a high-fidelity vehicle mathematical model with 14 degrees of freedom is developed and validated. Full-vehicle tests on a proving ground are limited by low repeatability and high financial costs, while the vehicle suspension quarter test rig with a HIL interface provides a balanced alternative between accessibility and accuracy (Gießler et al., 2022; Heydrich et al., 2022; Ivanov et al., 2019). Therefore, this dissertation adopts a methodological approach based on mathematical modelling and HIL methods.

2. Mathematical modelling of a vehicle and development of control algorithms

This section defines the general methodological research plan, and briefly describes the used mathematical models, the developed control methods, and other tools. The testing

methodology includes ride comfort and vehicle handling KPIs, together with the corresponding test scenarios, selected from the reviewed body of literature and Tier 1 supplier recommendations.

Mathematical modelling is based on the target vehicle, i.e., the *Range Rover Evoque*. First, for the initial investigation of suspension control algorithms, a 2 DOF quarter-car mathematical model is developed using the linearised suspension parameters of the target vehicle. It incorporates a model of the semi-active damper, which in the proposed hybrid suspension architecture works in parallel with an EM actuator (axial-flux motor, reducer, and ball screw) whose nonlinearities, including backlash, are considered (Skrickij & Kojis, 2026).

Second, the dynamic bicycle model (2 DOF, both axes steered, linear tyre model) is used for reference yaw rate generation. All parameters are derived based on the target vehicle and its *Pirelli Scorpion 235/55 R19 105V* tyres.

As a final step in modelling, a high-fidelity mathematical model of the target vehicle has been implemented in the IPG *CarMaker* software, running in a co-simulation with MATLAB*/Simulink*. It is a modification of a widely used 14 DOF vehicle model that incorporates wheel positioning functionality, including active camber and toe, as well as a proposed hybrid suspension architecture. Tyre dynamics are represented by the Magic Formula 6.1 (*MF 6.1*) model. The entire vehicle model is validated (Appendix A) using proving ground test data and further modified to include IWMs by adding 34.8 kg (the mass of a single Elaphe L1500 motor) to each unsprung mass. The full-vehicle mathematical model is tested in a simulation environment featuring a driver model, road definitions based on ISO 8608:2016, measured road profile segments (ASAM *Open*CRG), and speed bumps defined by regulatory requirements (Transport Competence Agency, 2024).

In this framework, baseline and developed control algorithms are tested. Baseline suspension control methods include variations of Proportional-Integral-Derivative (PID) controllers that use feedback measurements of sprung mass vertical velocity PID(V) or vertical acceleration PID(A). Advanced control methods include triple Skyhook (tSH), first-order sliding mode control with barrier function adaptation (FOSM BFA), homogeneous SMC with BFA, terminal SMC with BFA and sliding surface number 1 (TSMC BFA SS1), terminal SMC with equivalent control, BFA and sliding surfaces 1–2 (TSMC+EQ BFA SS1 and TSMC+EQ BFA SS2), Super-Twisting algorithm with equivalent control and BFA (STA+EQ BFA). Finally, the developed control strategies include: a PID-like continuous SMC with quadratic BFA, as well as active wheel positioning control methods for wheel toe and camber angles.

During the development of the suspension control algorithm, various SMC methods were benchmarked, and the PID-CSMC method was the most promising. However, it requires modifications to ensure practical applicability and the removal of chattering. The base control law of the PID-CSMC:

$$F_{PID-CSMC} = (-k_1|x_1|^{\frac{1}{3}}\text{sign}(x_1) - k_2|\dot{x}_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\dot{x}_1) + v)\cdot m_s, \qquad \dot{v} = -k_3\text{sign}(x_1). \tag{S.2.1}$$

where $k_1, k_2, k_3 > 0$ are control gains: $k_1 = \lambda_1\Delta^{2/3}$, $k_2 = \lambda_2\Delta^{1/2}$ and $k_3 = \lambda_3\Delta$, Δ is an additional control gain which is defined iteratively, x_1 is the sprung mass vertical displacement, $\dot{x}_1$ is the sprung mass vertical velocity, and m_s – sprung mass of one quarter. With

the gains proposed in the literature (Pérez-Ventura et al., 2021), the resulting chattering still negatively impacts passenger ride comfort. Therefore, in this dissertation, a quadratic barrier function is used to address this issue. Unlike the classical barrier function (Obeid et al., 2018; Laghrouche et al., 2021), which requires gains towards infinity for the predefined accuracy ε, the proposed barrier function adaptation (BFA) is formulated with the saturation of the actuators in mind. It ensures that the control gain is equal to zero at the origin of the sliding surface, regardless of the selected ε value. Consequently, as the controlled system states approach the reference value within the interval $(-\varepsilon, \varepsilon)$, the control gains decrease smoothly to zero. Once the value of ε is determined analytically or adapted experimentally, oscillations of the actuator states are eliminated. It should be noted that when using the boundary function, the controlled system state is allowed to deviate from the sliding surface, but by no more than ε. Since the classical switching law is retained, any larger deviations are compensated for by the SMC.

For suspension control, it is necessary to adjust the control gains dynamically, k_1, k_2, and k_3, and separate the Δ parameters of each state. Since, in formula (S.2.1), the proportional component depends on x_1, the differential on $\dot{x}_1$, and the integral – x_1, two barrier functions are required, defined by x_1 and ε, and by $\dot{x}_1$ and ε. In this way, the dynamic values of Δ_1 and Δ_2 are obtained, which can take the values $[0, \Delta_m]$:

$$\Delta_1 = \begin{Bmatrix} \Delta_{1m}, \text{if } x_1 \in (-\infty, -\varepsilon] \\ \frac{\Delta_{1m}}{\varepsilon^2} x_1^2, \text{if } x_1 \in (-\varepsilon, \varepsilon) \\ \Delta_{1m}, \text{if } x_1 \in [\varepsilon, +\infty) \end{Bmatrix}, \Delta_2 = \begin{Bmatrix} \Delta_{2m}, \text{if } \dot{x}_1 \in (-\infty, -\varepsilon] \\ \frac{\Delta_{2m}}{\varepsilon^2} \dot{x}_1^2, \text{if } \dot{x}_1 \in (-\varepsilon, \varepsilon) \\ \Delta_{2m}, \text{if } \dot{x}_1 \in [\varepsilon, +\infty) \end{Bmatrix}, \tag{S.2.2}$$

where Δ_{1m} and Δ_{2m} are the maximum values of each gain.

Additionally, the value of λ_2 is found iteratively (Iglesias Rios et al., 2026): by fixing λ_1 and λ_3, the most rational λ_2^* is found, which reduces chattering amplitude and increases control efficiency. The final control law for the PID-CSMC BFA:

$$\begin{gathered} F_{P.K} = \left(-\lambda_1 \Delta_1^{\frac{2}{3}} |x_1|^{\frac{1}{3}} \text{sign}(x_1) - \lambda_2^* \Delta_2^{\frac{1}{2}} |\dot{x}_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\dot{x}_1) + v\right) \cdot m_s, \\ \dot{v} = -\lambda_3 \Delta_1 \text{sign}(x_1). \end{gathered} \tag{S.2.3}$$

The final set of gains for the front suspension: $\lambda_1 = 2.7$, $\lambda_2^* = 45$, $\lambda_2 = 1.1$, $\Delta_{1m} = \Delta_{2m} = 1$, $\varepsilon = 0.08$. For the rear suspension, the only difference is in the $\lambda_2^* = 40$.

Additional wheel toe angles are determined using the direct yaw moment control (DYC) method, which tracks the reference yaw rate generated by the dynamic bicycle model. Since the existing adhesion conditions limit the real vehicle yaw rate, they are estimated by the road surface type classification system based on artificial neural networks derived by Šabanovič et al. (2020). In this way, the approximate adhesion conditions – μ are known in advance, and the constraint is introduced:

$$\dot{\psi}_{sat} = \begin{cases} \dot{\psi}_{ref}, |\dot{\psi}_{ref}| \le \dot{\psi}_{max} \approx 0{,}85 \frac{\mu g}{V}, \\ \pm \dot{\psi}_{max}, |\dot{\psi}_{ref}| > \dot{\psi}_{max} \approx 0{,}85 \frac{\mu g}{V}. \end{cases} \tag{S.2.4}$$

A constrained steady-state yaw rate signal contains steps, which a real vehicle cannot follow without overshoots or undershoots. Therefore, a second-order transfer function is introduced, which more accurately replicates the vehicle response:

$$\dot{\psi}_{ref,d} = \frac{w_0^2(1+\tau s)}{s^2+2\xi w_0 s+w_0^2}\dot{\psi}_{sat}, \tag{S.2.5}$$

where $w_0 = 5.8$ is natural frequency; [rad/s] $\xi = 0.9$; [-] is damping coefficient; and $\tau = 0.18$; [s]. Coefficients are identified from the vehicle's response to steering input signals.

At each point in time, a comparison is made between the reference signal – $\dot{\psi}_{ref,d}$ and the actual yaw rate of the vehicle – $\dot{\psi}_{actual}$, which is recorded by the IMU unit:

$$\dot{\psi}_{error} = \dot{\psi}_{ref,d} - \dot{\psi}_{actual}. \tag{S.2.6}$$

Based on this error, the Proportional-Integral (PI) controller introduces additional wheel toe angles on the front axle:

$$\Delta\delta_f = K_p\dot{\psi}_{error} + K_i\int_0^t \dot{\psi}_{error}dt. \tag{S.2.7}$$

The additional toe angle on each wheel of the front axle is limited to $\pm 8°$. For the rear axle, the corrective toe angle is saturated to ± 3 and depends on the toe angle of the front axle and the vehicle's driving velocity:

$$\delta_r = k(V)\Delta\delta_f, \tag{S.2.8}$$

where $k(V)$ is the dynamic coefficient defining rear wheel steering mode (Park et al., 2020): below 60 km/h, the rear wheels are steered in the opposite phase to the front wheels (improves manoeuvrability), and above 60 km/h in the same phase (improves handling and stability). To improve the classical PI approach, the state-dependent proportional gain is derived:

$$K_p = f(V_x) = \frac{\left(\frac{l}{V_x}+\frac{K_{us}}{g}V_x\right)}{(1-k(V))}. \tag{S.2.9}$$

The integral gain coefficient for equation (S.2.7) is found iteratively. Various modeling tests are performed during which K_i is changed, and the vehicle response is observed. The final value of the coefficient is $K_i = 0.15$.

In the full-vehicle mathematical model, active wheel camber control is also implemented, where the additional camber angle (limited to $\pm 6°$) is introduced as a function of the steering wheel angle based on the methodology provided by Sun et al. (2018).

3. Hardware-in-the-loop test rig and experimental research methodology

The developed quarter-car suspension test rig is constructed from the target vehicle's suspension and chassis components. It is configured with two types of actuators: electric cylinders, which replace the transverse suspension links for active wheel toe angle control, and a semi-active suspension damper.

To assess the developed control algorithms at the full-vehicle level, the test rig utilises a HIL interface, incorporating real components within a closed-loop real-time mathematical simulation of the remaining subsystems (Fig. S.3.1). This bidirectional connection between the physical and virtual parts of the system allows verification and tuning of the developed control algorithms under various conditions.

In the HIL approach, implementing the control requires measuring state parameters. For semi-active suspension, the acceleration of the sprung and unsprung mass (a_{z_sm}, a_{z_um}), the suspension travel ($x_1 - x_2$), the displacement of the sprung mass (x_1) and the damper control current (I_{mat}) are measured, while velocities are obtained mathematically. For the wheel positioning system, the displacement of each electric cylinder (δ_{mat}), the tyre forces and torques, and the angular velocities of the wheel and drum are measured. The sampling frequency of all data is 1000 Hz. The main *dSPACE ds1006* outputs for the low-level controllers of the test rig include target toe angle and the rate of change δ_{rez}, v_δ, the reference damper control current I_{rez}, and vehicle travel speed synchronisation signal to the drum drive motor controller V.

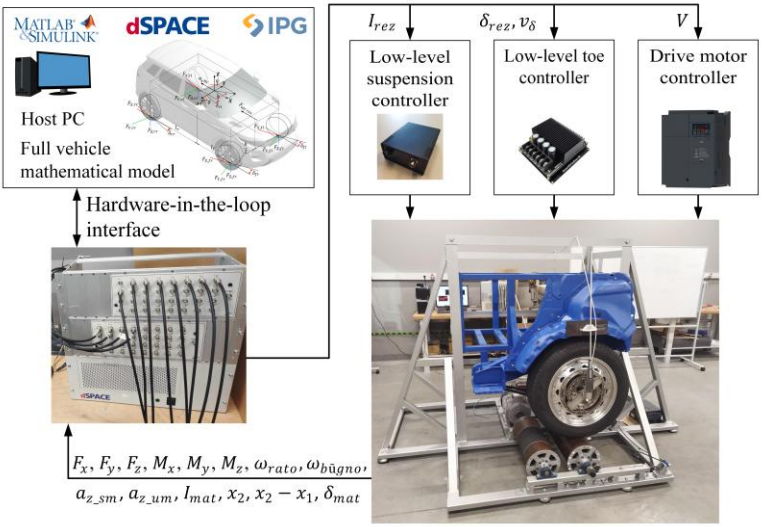


Fig. S.3.1. Interface between the mathematical model and the hardware

Since the small-diameter steel drum distorts the tyre-road contact and the sprung mass moves only vertically, the test rig measurements are recalculated and validated (Subsection 3.1); the average RMSEs compared with the *MF 6.1* reference values were: F_x – 74.97 N and F_y – 32.39 N (Kojis et al., 2025).

The wheel toe angle control is first verified in an open-loop model-in-the-loop (MIL) configuration, running in real time on the *dSPACE* computing machine without feedback from the test rig.

During closed-loop testing in the HIL environment, the actual positions of both electric cylinders, the measured and recalculated tyre forces F_x, F_y, and F_z, and the angular

velocities of the wheel and the steel drum replace the corresponding signals of the rear left (RL) wheel in the vehicle's mathematical model. In this way, the actuators' delay and dynamic characteristics are evaluated. The RL actuator outputs are duplicated for the rear right (RR) wheel according to Ackermann geometry, while the front axle actuators remain modelled.

Similarly, suspension experiments start with MIL verification. In addition to vehicle speed, the timing of the vertical excitation must also be synchronised: using the *MSC LW12.8-50* wheel force transducer, changes in vertical force caused by passing over a road bump are recorded and introduced in real time into the full-vehicle mathematical model as an external force acting on all four wheels (excitation signal).

During closed-loop experiments, the semi-active suspension force depends on the measured velocity difference and the control current, which is calculated in real time within the mathematical model and sent to the test rig. Since the EM actuator is not implemented in the test rig, the active force is modelled and applied at all four corners. The test rig outputs replace the semi-active suspension force and tyre forces of the RL corner and, for symmetrical road excitation, are duplicated for the RR side.

The experimental investigation of the active wheel toe control system includes the ISO 19365:2016 (80 and 100 km/h) and ISO 3888-1:2018 (80 km/h) test manoeuvres. The main evaluation criteria are the yaw rate RMSE between the MIL and HIL cases, the RMSE between the target and actual wheel toe angles and the actuator delay (s).

Suspension system experiments include single-impulse and periodic (5 Hz) excitation scenarios, using a trapezoidal road irregularity with a height of 16.5 mm attached to the steel drum at a vehicle speed of 40 km/h. In all cases, the passive suspension is compared with the suspension system controlled using the PID-CSMC BFA algorithm. The main evaluation criteria are the RMSE values for accelerations and control forces between the MIL and HIL results.

4. Results of mathematical modelling and experimental research of the proposed systems

Numerical simulation results

In the initial simulations with the quarter car mathematical model, only a semi-active damper is used, without the noise and delay of state measurements. The road surface excitation is introduced as a sinusoidal wave $0.01\sin(2\pi ft)$, where f varies from 1 to 15 Hz, and the frequency weighted (*Wk*) RMS values of the sprung mass a_z are calculated. The passive suspension is compared with *Skyhook*, tSH, FOSM BFA, PID(V), and PI(A) in controlling the semi-active suspension (Fig. S.4.1).

The results show that the effectiveness of ensuring ride comfort with only semi-active suspension and advanced control methods is close to that of the classical *Skyhook* algorithm, due to the limitations of the semi-active suspension and the dependency of the damping force on the suspension stroke velocity. For these reasons, a transition is made to a hybrid architecture – the integration of the EM actuator with the semi-active damper.

Numerical simulations with the hybrid suspension architecture also include experimentally derived state measurement delays: 15 ms for sprung mass vertical displacement,

10 ms for vertical velocity and suspension stroke velocity, and 5 ms for sprung mass vertical acceleration, ensuring realistic evaluation.

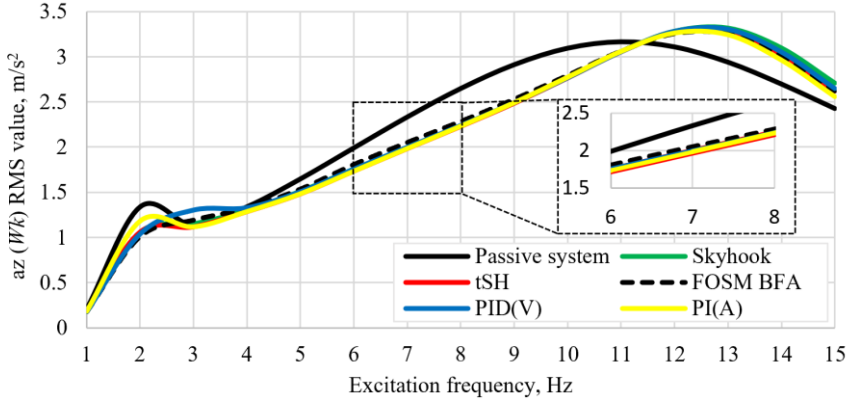


Fig. S.4.1. Limiting factor of semi-active suspension

Hybrid suspension architecture enhances the bandpass frequency and enables the full utilisation of advanced suspension control algorithms. However, without BFA, the application of SMC methods is ineffective. The largest chattering of the control force is obtained with FOSM, smaller with STA and other higher-order SMC algorithms; complete elimination of chattering is obtained only after applying the quadratic BFA (Fig. S.4.2).

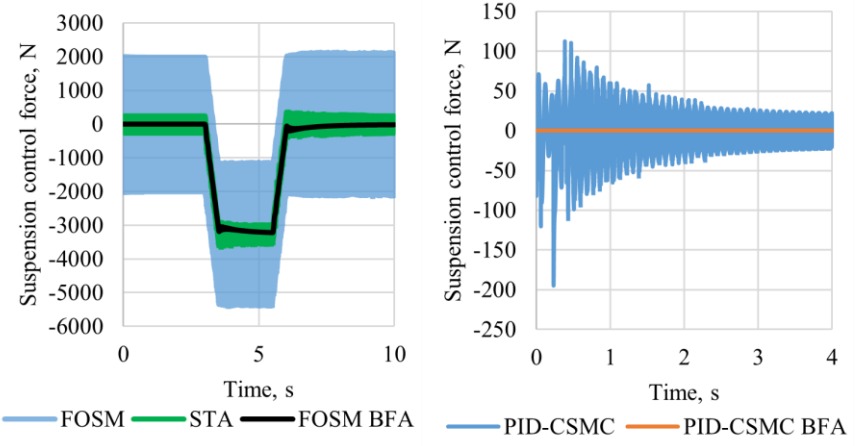


Fig. S.4.2. Chattering elimination using barrier function

A summary of results achieved with the hybrid suspension architecture and specified delays under stochastic and deterministic road excitations using the quarter car mathematical model is shown in Table 4.1. Based on these simulations, four algorithms were identified as providing the highest level of ride comfort: PID-CSMC BFA, FOSM BFA, homogeneous with BFA, and TSMC+EQ BFA SS2. However, algorithms that include an

equivalent control component are more sensitive to measurement noise and delays, and the homogeneous controller with BFA does not provide the desired ride comfort under low excitation levels. The main advantage of the PID-CSMC BFA method is its ability to suppress vibrations in the critical frequency range of 4–8 Hz and to handle uncertainties with only a negligible reduction in performance between the delayed and delay-free cases. Therefore, only the PID-CSMC BFA algorithm is further evaluated using the full-vehicle model, compared with the passive suspension system and the novel tSH algorithm.

Studies using a validated vehicle mathematical model confirmed the superiority of the PID-CSMC BFA over the passive system and novel tSH method, as indicated by reduced weighted RMS values of a_z accelerations. The developed method ensures ride comfort under sinusoidal excitation (up to 59.5% comfort improvement in 4–8 Hz range), when driving over Belgian pavement (up to 65.4% comfort improvement and 43.8% advantage over tSH) (Fig. S.4.3), over trapezoidal speed bumps (up to 52.5% and 24.4%, respectively), and over asymmetrically arranged partial trapezoidal speed bumps (up to 52.8% and 43.2%). By varying the sprung and unsprung masses, stability is maintained, and the deterioration in comfort does not reach the limits of human sensitivity.

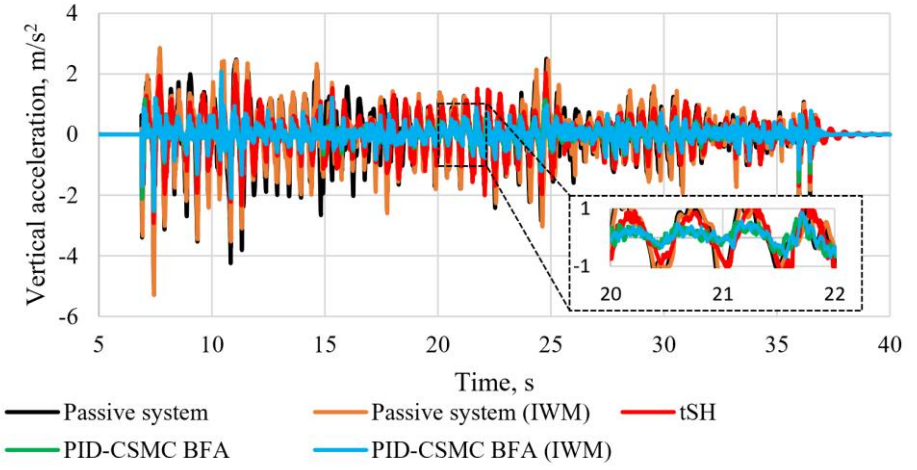


Fig. S.4.3. PID-CSMC BFA testing on Belgian pavement

To assess the energy consumption of the hybrid suspension architecture, in which the control force demand is initially met by the semi-active suspension and the remaining portion is provided by the EM actuator, the vehicle traverses a trapezoidal speed bump at 10, 30, and 60 km/h, producing suspension stroke velocities of 0.18 m/s, 0.52 m/s, and 1.1 m/s, respectively. As the stroke velocity increases, the semi-active force contribution rises; consequently, energy consumption is reduced by up to 17.8%, 43.2%, and 61.5%, respectively. Thus, the developed hybrid suspension architecture enables the application of advanced control algorithms, extends the effective frequency range of the controlled suspension, and reduces energy consumption compared to a purely EM system.

The EM actuator model accounts for backlash in the gear centre distance, gear mesh, and ball screw drive; to simulate actuator wear, the total backlash is increased tenfold. As

the backlash increases, the time interval during which no active force is generated becomes longer, but the semi-active force contribution increases accordingly. In this way, the hybrid architecture ensures adequate isolation of road irregularities even in the presence of EM actuator wear, and the change in the RMS value of sprung mass a_z is lower than the human sensitivity threshold.

Dedicated numerical simulations showed that the developed active wheel toe angle control system improves vehicle handling and ride comfort. In the open-loop ISO 19365:2016 test at a vehicle speed of 100 km/h (AD), vehicle handling improved by up to 74.3%, as indicated by the RMS of the yaw rate, and the RMS values of a_y and a_z accelerations are reduced by up to 49.3% and up to 56.9%, respectively. A vehicle with IWMs can maintain its trajectory and driving speed, while the passive vehicle with IWMs is unable to complete the manoeuvre successfully.

In the closed-loop ISO 3888-1:2018 test simulation at 80 km/h (partial AD due to corrective driver inputs), up to 36.9% improvement in vehicle handling is achieved, and the vehicle with IWMs performs a double lane change manoeuvre with up to 61.8% increased ride comfort, as indicated by reduced RMS values of a_y and a_z accelerations.

On a low-friction road surface ($\mu = 0.3$, 70 km/h), the yaw rate RMS was reduced from 0.124 rad/s to 0.064 rad/s in the ISO 19365:2016 test and from $0.105\ \mathrm{rad/s}$ to $0.067\ \mathrm{rad/s}$ in the ISO 3888-1:2018 test. Therefore, the developed system improves vehicle handling and manoeuvrability, provides robustness to uncertainties, improves ride comfort, and remains effective under a wide range of driving conditions without the need for additional vehicle sideslip angle measurements.

Wheel camber angle control was additionally investigated. However, due to the vehicle's suspension design and tyre limitations, camber angle control is ineffective in improving vehicle handling or ride comfort: it increases vehicle roll angle, induces additional sprung mass a_z, and tends to increase tyre wear. Therefore, the system was not further developed or implemented on the HIL test rig.

Experimental investigation results

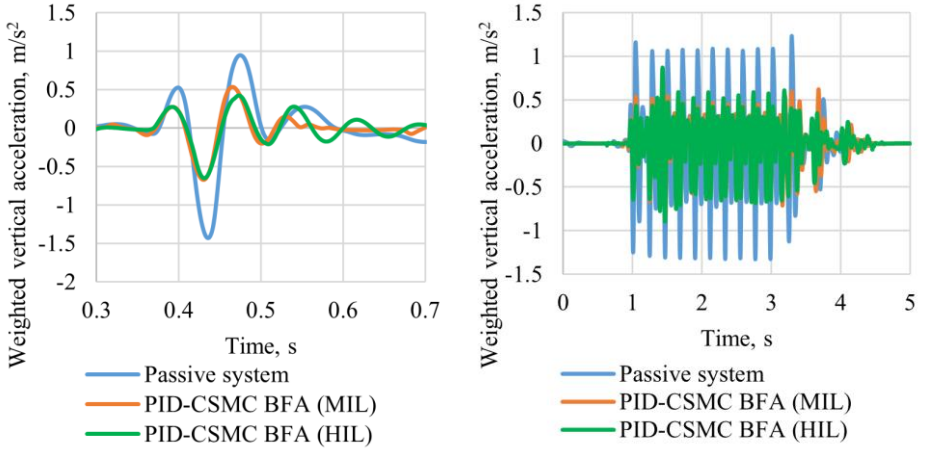
Control algorithms for the suspension and wheel positioning system are tested experimentally on a HIL test rig with a semi-active damper and EM actuators for active wheel toe angle control, while the active EM suspension remains modelled.

First, PID-CSMC BFA is verified using real state parameter measurements with noise and delays, and compared with a passive suspension system.

Both periodic and single-bump excitations are applied symmetrically with respect to the transverse and longitudinal axes of the vehicle. The response to a single road bump at 40 km/h is presented in Figure S.4.4a.

The corresponding weighted sprung mass a_z acceleration RMS values were: the passive system – 0.455 $\mathrm{m/s^2}$; PID-CSMC BFA in the case of MIL – 0.224 $\mathrm{m/s^2}$; and PID-CSMC BFA in HIL – 0.217 $\mathrm{m/s^2}$. Thus, the improvement in ride comfort is 50.8–52.3%. The difference between the MIL and HIL cases in terms of RMSE is 0.092 $\mathrm{m/s^2}$ for a_z, and 163.8 N, 33.8 N, and 187.7 N for the semi-active, active, and total force, respectively. These differences mostly arise from suspension stroke measurement in the HIL case and modelling in the MIL case.

For periodic excitation at 5 Hz, the response of the vehicle's mathematical model operating in the HIL interface is shown in Figure S.4.4b.



a) single-bump b) periodic excitation

Fig. S.4.4. Vehicle response to road excitations using the HIL architecture

The corresponding RMS *Wk* values were: the passive system – 0.417 $\mathrm{m/s^2}$; PID-CSMC BFA in the case of MIL – 0.236 $\mathrm{m/s^2}$; and PID-CSMC BFA in the case of HIL – 0.251 $\mathrm{m/s^2}$. Thus, the improvement in ride comfort is 39.7–43.4%, as indicated by a_z RMS reduction. The difference between the MIL and HIL cases in terms of a_z RMSE is 0.163 $\mathrm{m/s^2}$, and the control force RMSEs are 166.4 N (semi-active), 20.6 N (active), and 171.3 N (total).

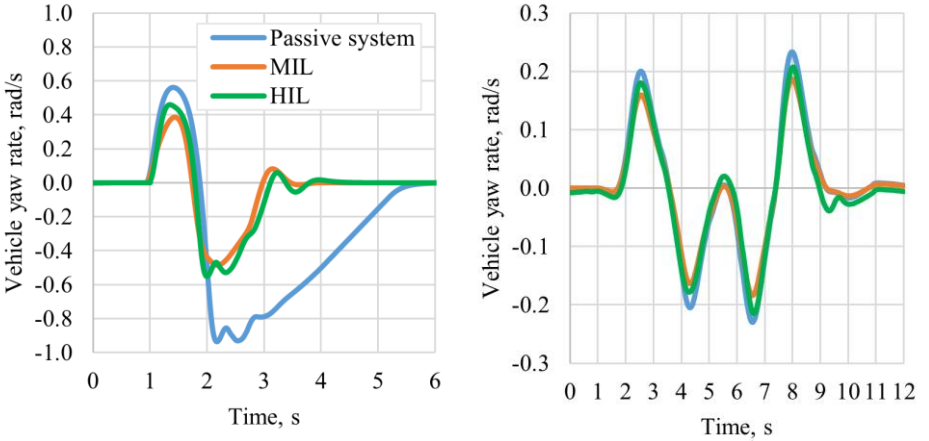
In both excitation cases, the developed PID-CSMC BFA algorithm substantially improves ride comfort. The results closely reproduce the relationships recorded by the validated vehicle mathematical model.

Additional experimental testing is conducted with an active wheel toe angle control system, including open-loop (ISO 19365:2016) and closed-loop (ISO 3888-2:2025) tests.

During the ISO 19365:2016 test, the vehicle moves at speeds of 80 and 100 km/h, and the steering wheel angle input amplitude is 2 rad. At 100 km/h, a more pronounced difference between the MIL and HIL scenarios is observed (Fig. S.4.5a), with a RMSE of 0.1255 rad/s, determined by the dynamics of the physical actuators and noise. The electric cylinders follow the reference toe angle signal with a 0.216 s delay, and the RMSE value between reference and actual angle is 0.55°. Despite this, the active system increases vehicle handling by up to 61% in experimental testing and stabilises the vehicle.

In the ISO 3888-2:2025 test at 80 km/h, steering wheel corrections are possible from a mathematical model of the driver (Fig. S.4.5b). In this test, the RMSE of the toe angle between the target and the actual is 0.22°. The active system reduced the vehicle yaw rate RMS value from 0.103 rad/s to 0.083 rad/s in the MIL case and to 0.091 rad/s in the HIL case, resulting in vehicle handling improvement of up to 19.4%.

Summarising the results of experimental studies, the data obtained in the HIL environment confirm the trends established during mathematical modelling, both for ride comfort and vehicle handling assessment. Although certain differences were observed between the MIL and HIL results due to real sensors, actuator dynamics, measurement noise, and signal delays, they do not alter the general conclusions about the effectiveness of the developed control algorithms.



a) ISO 19365:2016 test (100 km/h) b) ISO 3888-2:2025 test (80 km/h)

Fig. S.4.5. Active wheel toe angle control system evaluation using the HIL architecture

It should be noted that studies using HIL do not include experimental testing of a fully realised hybrid suspension architecture, as EM actuators are still modelled. Therefore, the obtained results primarily confirm the effectiveness of the developed control algorithms and the selected technical solutions under HIL conditions, as well as their compatibility with the real actuators. The close agreement between the MIL and HIL results confirms the performance of the developed control algorithms and their robustness to the uncertainties introduced by real hardware components. Consequently, the proposed system is suitable for further development and subsequent experimental validation of the complete hybrid suspension architecture.

General Conclusions

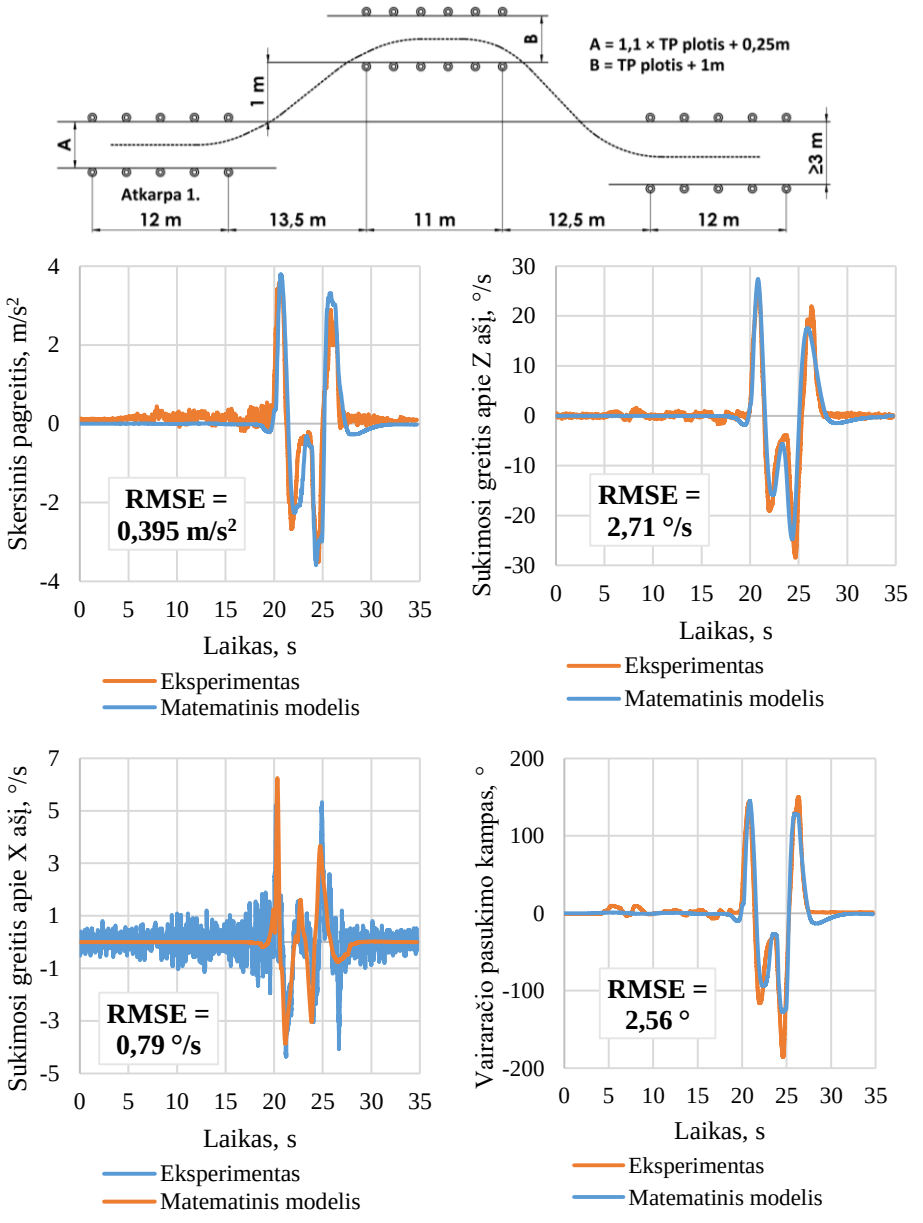
1. Following the development and validation of the vehicle mathematical model, it was determined that the model is suitable for real-time ride comfort and vehicle handling studies. The functionality of the controlled suspension and wheel positioning systems integrated into the model enables an assessment of the effectiveness of the control algorithms. In addition, a hybrid suspension architecture was proposed. It was found that combining an active EM actuator with a semi-active damper widens the bandpass and enables the implementation of advanced suspension control algorithms, while prioritising the semi-active suspension due to its lower energy consumption.

2. A set of vehicle ride comfort tests was formed, covering deterministic and stochastic road irregularities. The established boundary conditions for the tests allow evaluation of both primary and secondary ride comfort phenomena up to 15 Hz. It was also found that the effectiveness of the vehicle suspension control is most appropriately assessed using the frequency-weighted vertical acceleration of the sprung mass and the RMS indicator, since these quantities directly reflect the thresholds of human sensitivity to vibrations and their impact on health.
3. A comfort-ensuring suspension control algorithm has been developed by modifying continuous SMC and applying BFA (PID-CSMC BFA). It has been shown that the quadratic barrier function used in the control law can be applied to other SMC algorithms, thereby addressing the main problem of these methods – chattering in the control signal. An active wheel toe angle control algorithm has also been developed, based on tracking the saturated reference yaw rate. Unlike conventional dynamic stability control systems, the proposed method does not rely on measurements or estimates of the vehicle's sideslip angle, thereby reducing computational complexity.
4. A software-and-hardware tool has been developed that allows testing control algorithms for suspension and wheel positioning systems using a HIL interface implemented on a test rig. After validating and recalculating the measurements, it was determined that the test rig outputs can be sent to the vehicle's mathematical model operating in the loop. This bidirectional data flow enables real-time assessment of the impact of the developed control algorithms and actuators on ride comfort and handling across the entire vehicle.
5. Mathematical simulations have confirmed that the PID-CSMC BFA method outperforms both the passive suspension system and the novel tSH method. The developed method ensures ride comfort under both deterministic and stochastic road irregularities. The comfort improvement reaches 65.4%, with an advantage of up to 43.8% over tSH, as indicated by reduced weighted RMS values of a_z accelerations. The PID-CSMC BFA method maintains stable operation under uncertainties and changing driving conditions. The hybrid suspension architecture also allows for up to 61.5% energy savings compared to a purely electromechanical suspension. In experiments conducted using the HIL interface, the PID-CSMC BFA algorithm improved ride comfort by up to 52.3% compared to a passive suspension system.
6. During mathematical modelling, the active toe angle control system improved vehicle handling by up to 74.3% and ride comfort by up to 61.8%, as indicated by reductions in yaw rate and RMS values of the a_z and a_y accelerations. The algorithm works in both AD and conventional vehicles. The system maintains the vehicle's driving trajectory and speed and ensures efficiency on low-friction road surfaces. In experimental studies conducted using the HIL interface, the active wheel positioning system improved vehicle handling by up to 54.2%.

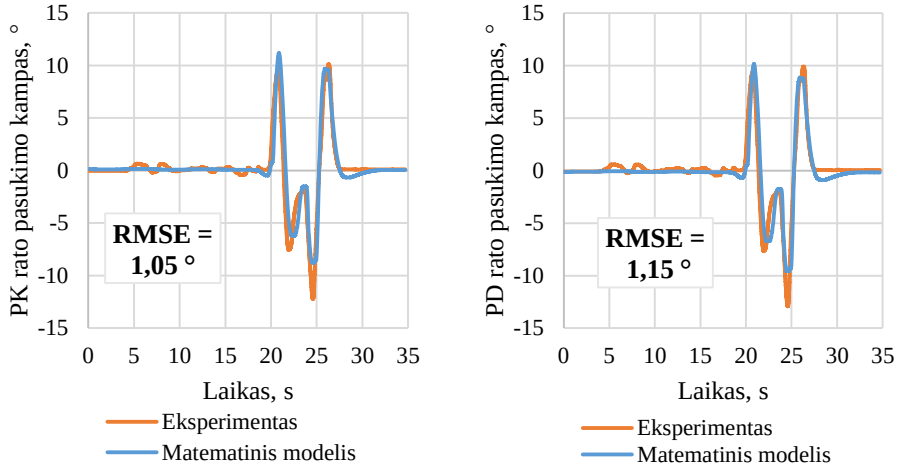
Priedai

A priedas. Viso TP matematinio modelio validavimo rezultatai
B priedas. TP pakabos konstrukcijų palyginamoji analizė
C priedas. Objektyvios TP valdomumo įvertinimo metrikos
D priedas. TP pakabos bandymo stendų taikymas literatūroje

A priedas. Viso TP matematinio modelio validavimo rezultatai



A1 pav. Matematinio modelio validavimo rezultatai (manevras ISO 3888-2:2011)



A2 pav. Validavimo rezultatų tęsinys (manevras ISO 3888-2:2011)

B priedas. TP pakabos konstrukcijų palyginamoji analizė

B lentelė. Pakabos konstrukcijų palyginimas
Table B. Comparison of suspension constructions

Pakabos tipas	Komfortas	Valdomumas	Geometrija	Galimybės
MacPherson	Vidutinis kelio nelygumų izoliavimas.	Pakankamas įprastomis sąlygomis, prastas ties sukibimo riba.	Ribotas kinematinių parametrų reguliavimas.	Pusiau aktyvi ir aktyvi pakaba, *Doftek* ir *HiPer Strut*.
Dvigubų skersinių svirčių pakaba	Efektyvus kelio nelygumų izoliavimas.	Tikslus ir nuspėjamas TP valdomumas.	Mažiau ribotas kinematinių parametrų reguliavimas.	Pusiau aktyvi ir aktyvi pakaba, *Doftek*.
Daugiasvirtė pakaba	Labai efek-tyvus kelio nelygumų izoliavimas.	Tikslus valdomumas ir TP atsako nuspėjamumas.	Platus kinematinių parametrų reguliavimas.	Pusiau aktyvi ir aktyvi pa-kaba ir aktyvus geometrijos keitimas.

C priedas. Objektyvios TP valdomumo įvertinimo metrikos

C lentelė. TP valdomumo įvertinimo metrikos
Table C. Vehicle handling evaluation metrics

Rodiklis		Skaičiavimo formulė, slenkstinės vertės ir paaiškinimas
1	Normalizuotas vertikalios padangos jėgos kitimas	$\sigma_{F_{z,t}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{\left[F_{z,t}(t)-F_{z,t0}\right]^2}{F_{z,t0}{}^2}dt}$, [−], čia $F_{z,t}(t)-$ vertikalios padangos jėgos reikšmė laiko momentu t; $F_{z,t0}-$ statinė vertikalios padangos jėgos reikšmė. Rodiklis nurodo, kaip TP pakabos sistema slopina kelio nelygumus ir užtikrina rato prispaudimą prie kelio paviršiaus (Theunissen et al., 2021).
2	Padangos darbo krūvis arba padangos prisotinimo lygis	$W_T = \frac{\sqrt{F_X^2+F_Y^2}}{\mu F_Z}$, [−], čia F_x- išilginė jėga padangoje; F_y- skersinė jėga padangoje; F_z- padangos vertikalioji apkrova; $\mu-$ trinties koeficientas tarp padangos ir kelio. Padangos darbo krūvis atspindi kiekvieno rato sukibimo potencialo panaudojimą. Kai rodiklis yra lygus 1, vadinasi esamas trinties potencialas ir rezervas yra visiškai išnaudotas.
3	Pakabos poslinkio RMS vertė	$RMS_{pp} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (z_{S_{ij}} - z_{U_{ij}})^2 dt}$, [m], Maža RMS – geresnis TP valdomumas (Guastadisegni et al., 2024).
4	Pakabos darbinė erdvė	$\mathrm{WS} = \max\left(z_{S_{ij}} - z_{U_{ij}}\right) - \min\left(z_{S_{ij}} - z_{U_{ij}}\right)$, [m]. Mažos vertės siejamos su geru kelio nelygumų izoliavimu, sukibimo užtikrinimu ir geresniu TP valdomumu (Guastadisegni et al., 2024).
5	TP manevringumo įvertinimo rodiklių rinkinys	Rodikliams 5–8 skaitinių verčių poveikis TP valdomumui aiškinamas pagal ISO 4138:2021 ir ISO 7401:2011 standartus. Sukimosi apie vertikalią TP ašį greičio savųjų svyravimų dažnis – fn_ψ, [Hz]; laiko delsos tarp vairaračio pasukimo kampo ir sukimosi apie vertikalią TP ašį greičio – $t_{\phi/\delta}$ ar skersinio pagreičio – $t_{ay/\delta}$ ir tarp skersinio pagreičio bei sukimosi apie vertikalią TP ašį greičio – $t_{ay/\phi}$, [s]. Savųjų svyravimų dažnis, kuris suteikia aukštą manevringumą, yra apie 1–2 Hz. Laiko delsa $t_{\phi/\delta}$ nurodo priekinės ašies, o $t_{ay/\delta}$ galinės ašies reakciją į įvesties signalus. Laiko delsa $t_{ay/\phi}$ – abiejų ašių delsos suderinamumo rodiklis. Skirtumas turi būti minimalus.

C lentelės tęsinys

Rodiklis		Skaičiavimo formulė, slenkstinės vertės ir paaiškinimas
6	TP sportiškumo įvertinimo rodiklių rinkinys	Nepakankamo pasukamumo gradientas esant 0,4 g bei 85 % maksimalaus skersinio pagreičio – $g\delta_{0.4g}$ ir $g\delta_{85\%}$, [°/m/s^2]. Pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį gradientas esant 0,4 g ir 85 % maksimalaus skersinio pagreičio – $g\phi_{0.4g}$ ir $g\phi_{85\%}$, [°/m/s^2]. Maksimali pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį vertė – ϕ_{max}, [°]. Maksimali skersinio pagreičio vertė – $a_{y,max}$, [m/s^2]. Vairaračio pasukimo kampas ties maksimaliu skersiniu pagreičiu – $\delta_{SW,aymax}$, [°]. Laiko delsa tarp pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį ir skersinio pagreičio esant 0,5 ir 1 Hz žadinimui – $t_{\phi/ay}$, [s]. Kriterijai $g\delta_{0.4g}$, $g\delta_{85\%}$, $g\phi_{0.4g}$ ir $g\phi_{85\%}$ nurodo TP sportiškumo lygį pagal jos atsaką į vairaračio įvestį esant vidutiniams ir dideliems skersiniams pagreičiams. Maksimali pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį vertė turi būti kuo mažesnė. Skersinio pagreičio vertė nurodo TP sukibimo lygį ir parodo, kuri ašis pirmoji pasieks maksimalią apkrovą. Kuo didesnis $a_{y,max}$ – tuo geriau. Siekiamas vairaračio pasukimo kampas ties $a_{y,max}$ turi būti kuo mažesnis. Pageidaujama laiko delsa yra minimali, tuomet užtikrinamas TP nuspėjamumas ir geras valdomumas.
7	TP tiesiškumo įvertinimo rodiklių rinkinys	Skersinis pagreitis linijinio diapazono pabaigoje – a_{ylin}, [m/s^2]. Pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį gradientas esant 0,4 g bei 85 % maksimalaus skersinio pagreičio – $g\phi_{nonlin}$, [-]. Dažnis, kuriame skersinio pagreičio dažninės charakteristikos dydis pasiekia 90 % savo maksimalaus (arba nusistovėjusio) dydžio – $f_{ay90\%}$, [Hz]. Santykinai didelė a_{ylin} reikšmė užtikrina geresnį TP valdomumą ir linijinį atsaką į valdymo signalus. Kita vertus, atsiradęs netiesiškumas gali veikti kaip indikatorius, įspėjantis apie artėjimą prie sukibimo ribos. Rodiklis $g\phi_{nonlin}$ pabrėžia galimą pasvirimo kampo apie išilginę TP ašį gradiento netiesiškumo dydį. Siektinas šio parametro įvertis turėtų būti artimas 1. Paprastai dažnio $f_{ay90\%}$ vertės, esančios rėžyje 10–15 Hz, siejamos su geru valdomumu lengvųjų TP atveju, o iki 20 Hz – sportiniu TP atveju.

C lentelės pabaiga

Rodiklis		Skaičiavimo formulė, slenkstinės vertės ir paaiškinimas
8	TP stabilumo įvertinimo rodiklių rinkinys	Maksimalus TP skersridės kampas – β_{max}, [°]. TP skersridės kampo gradientas esant 0,4 g skersiniam pagreičiui $g\beta_{0,4g}$ bei gradientas esant 85 % maksimalaus pagreičio $g\beta_{85\%}$, [°/m/s^2]. $g\beta_{85\%}$ ir $g\beta_{0,4g}$ santykis, [-]. Sukimosi apie vertikalią ašį intensyvumo maksimalios ir nusistovėjusios vertės santykis – $A_{\psi_{max/SS}}$, [-]. Sukimosi apie išilginę ašį intensyvumo maksimalios ir nusistovėjusios vertės santykis – $A_{\phi_{max/SS}}$, [-]. Mažesnis TP skersridės kampas siejamas su geresniu stabilumu. $g\beta_{85\%}$ ir $g\beta_{0,4g}$ santykis privalo būti artimas 1, kad būtų užtikrintas pakankamas TP valdomumas ties sukibimo riba. Geras TP stabilumas pasiekiamas, kai rodiklių $A_{\psi_{max/SS}}$ ir $A_{\phi_{max/SS}}$ vertės yra artimos 1. Tai užtikrina greitą minėtų sukimosi intensyvumo verčių svyravimų slopinimą.

D priedas. TP pakabos bandymo stendų taikymas literatūroje

D lentelė. TP pakabos bandymo stendų taikymas literatūroje
Table D. Suspension test rig application in the literature

Stendo tipas	Taikymo ypatybės
I grupė	Moksliniame darbe (Omar et al., 2017) naudojamas vertikalus 2LL stendas. Konstrukcija leidžia lygiagrečiai tirti pasyvią ir aktyvią pakabos sistemą. Padangai imituoti naudojamos dvi spyruoklės, o slopinimas nėra įvertinamas. Straipsnyje (Zhang & Alleyne, 2005) taikomas horizontalus 1 LL stendas, kuris leidžia testuoti aktyvųjį elementą. Autoriai (Gysen et al., 2009) naudoja I grupės stendą EMAG pakabos elementui testuoti ir kelio paviršiaus žadinimui atkurti.
II grupė	Literatūroje (Yu et al., 2019) atliekamas kintamos geometrijos pakabos tyrimas. Papildomai įvertinamas guolių ir kreipiančiųjų trinties poveikis amortizuojamos masės judėjimui. Straipsnyje (Lauwerys et al., 2005) tokio tipo stendas taikomas aktyvios pakabos valdymo algoritmui testuoti – naudojama EH pavara. Publikacijoje (Priyandoko et al., 2009) šio tipo HIL stendas taikomas aktyviajam pneumatiniam pakabos elementui vystyti ir valdymo algoritmui, pagrįstam *Skyhook* bei dirbtinių neuroninių tinklų integracija, derinti.
III grupė	Autoriai (Maher & Young, 2011) taiko stendą, kuriame kelio paviršius imituojamas metaliniu būgnu. Galimas tik sinusoidinis žadinimas, HIL architektūra nėra įdiegta. Straipsnyje (Li & Lee, 2019) taikomas supaprastintas III grupės stendas, kuriame ratas pozicionuojamas tarp dviejų besisukančių ritinėlių. Konstrukcijos supaprastinimai neatitinka realios TP pakabos geometrijos, o naudojama pneumatinė pavara įveda daug neapibrėžtumų. Autoriai nesiūlo stendo validavimo metodikos. Publikacijoje (Žuraulis & Kilikevičius, 2020) pristatomas TP pakabos ketvirčio stendas, kuriame realizuoti 3 LL. Kelio paviršius imituojamas pritaikius guminę juostą. Atliekamas validavimas, stendo rodmenis lyginant su visos TP dinaminėmis charakteristikomis. Pabrėžiamos galimybės testuoti pakabos ir stabdžių sistemos valdymo algoritmus. HIL sąsaja įgyvendinama straipsnyje (Chantranuwathana et al., 2018). Autoriai į matematinį modelį realiuoju laiku siunčia išmatuotas padangos jėgas ir vairuojamųjų ratų pasukimo kampą. Naudojamas metalinis būgnas. Gauti rezultatai yra tikslesni palyginti su vien tik matematiniu modeliavimu.

Paulius KOJIS

AUTOMATIZUOTAI VALDOMO
AUTOMOBILIO VAŽIAVIMO KOMFORTĄ
UŽTIKRINANČIOS PAKABOS KŪRIMAS
IR VEIKSMINGUMO TYRIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
Transporto inžinerija (T 003)

SUSPENSION DEVELOPMENT
AND PERFORMANCE EVALUATION TARGETING
RIDE COMFORT IN AUTOMATED VEHICLE

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Transport Engineering (T 003)

Lietuvių kalbos redaktorė Dalia Markevičiūtė

Anglų kalbos redaktorė Jūratė Griškėnaitė

2026 11 13. 17,2 sp. l. Tiražas 20 egz.
Leidinio el. versija *https://doi.org/10.20334/2026-061-M*
Vilniaus Gedimino technikos universitetas
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius
Spausdino UAB „Ciklonas“,
Žirmūnų g.68, 09124 Vilnius