LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJOS
MATEMATIKOS MOKYMO TYRIMŲ GRUPĖS
2-OSIOS KONFERENCIJOS
PRANEŠIMŲ SANTRAUKOS

2026 m. rugpjūčio 24–26 d.

Vilnius, Lietuva

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

KONFERENCIJOS PROGRAMINIS KOMITETAS
Komiteto pirmininkas – habil. dr. Rimas Norvaiša (VU),
Komiteto pirmininko pavaduotoja – dr. Sigita Urbonienė (VU),

Nariai:

- dr. Aurelija Kasparavičiūtė (VILNIUS TECH),
- dr. Bronė Narkevičienė (KTU),
- habil. dr. Alfredas Račkauskas (VU),
- mokyt. eksp. Regina Rudalevičienė (Pal. T. Matulionio gimnazija),
- dr. Rūta Simanavičienė (VILNIUS TECH).

KONFERENCIJOS ORGANIZACINIS KOMITETAS
Komiteto pirmininkė – dr. Rūta Simanavičienė (VILNIUS TECH),

Nariai:

- dr. Svetlana Danilenko (VILNIUS TECH),
- dr. Aurelija Kasparavičiūtė (VILNIUS TECH),
- Evita Vencevičė (Petkevičiūtė) (VILNIUS TECH).

Leidinio sudarytoja Evita Vencevičė

Autorių kalba netaisyta.

Bibliografinė informacija pateikiama Lietuvos integralios bibliotekų informacinės sistemos (LIBIS) portale *ibiblioteka.lt*

ISBN 978-609-476-466-0 (PDF)

https://doi.org/10.20334/2026-056-K

© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2026

Turinys

Plenariniai pranešimai……1
Stiprios matematinio ugdymo ekosistemos prielaidos Lietuvoje 2
Bronė Narkevičienė
Kokios mums reikia mokyklinės matematikos? 3
Rimas Norvaiša
Statistika ir tikimybės: kartu ar atskirai? 4
Alfredas Račkauskas
Kviestiniai pranešimai……5
Neperduokime mąstymo kitiems: matematika dirbtinio intelekto amžiuje 6
Austėja Landsbergienė
Matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių kaita 2004–2024 m.: ką ji atskleidžia apie mokinių matematinius gebėjimus? 7
Gintautas Jakštas, Rimas Norvaiša
Ar galima ugdyti matematinį samprotavimą nemokant logikos? 8
Eglė Jakaitytė
Statistinių duomenų vizualizavimas matematikos bendrojoje programoje 10
Rūta Levulienė
Kritinis mąstymas ir statistinis raštingumas dirbtinio intelekto valdomame pasaulyje: ar toli nuo Sokrato? 11
Audronė Jakaitienė
Matematinis lankstumas: kas, kaip ir kam? 12
Monika Grigaliūnienė, Erno Lehtinen, Jon R. Star
Teminiai pranešimai……..13
Aštuonios strategijos matematiniam komunikavimui 14
Ieva Kilienė
Aštuonių mąstymo ir samprotavimo strategijų taikymo galimybės ir reikšmė mokant tiesinių funkcijų 9 klasėje 15
Edita Naidaitė
(Ne)apgalvoti mokyklinės matematikos uždaviniai 16
Erikas Karikovas
„Kodėl mokyklinė istorija meluoja?“ arba mokyklinės istorijos Lietuvoje ypatumų paieškos 17
Rūta Šermukšnytė
Matematikos mokymo įrankių analizė ir rekomendacijos 18
Eimutis Karčiauskas
Nuo generavimo prie įrodymo: patikimi DI kuriami matematikos mokymosi objektai Lietuvai ir Europai 19
Tomas Šiurna

Mokinių emocijos ir nuostatos įrodinėjimo atžvilgiu 20
Erikas Karikovas
Matematikos mokymo metodų apžvalga ir taikymas mokant tikimybių teorijos 21
Rūta Simanavičienė
Dioklo cisoidė ir kubo dvigubinimo problema 22
Edmundas Mazėtis, Grigorii Melnichenko
Matematinio mąstymo lavinimas pradinėse mokyklose 23
Evita Vencevičė (Petkevičiūtė)
Algebros aksiomos mokykloje 24
Robertas Vilkas
Z kartos studentų asmenybės dimensijos kaip matematikos mokymo(si) proceso organizavimo veiksnys 25
Aurelija Kasparavičiūtė, Svetlana Danilenko, Rūta Simanavičienė
Kokios matematikos užduotys nesulaukia prasmingų bandymų? Užduočių sunkumo peržiūra pagal mokinių elgseną Elicėjaus platformoje 26
Paulius Šatkus

Plenariniai pranešimai

Stiprios matematinio ugdymo ekosistemos prielaidos Lietuvoje

Bronė Narkevičienė

Kauno technologijos universitetas

Aukšti matematikos pasiekimai šiandien laikomi vienais svarbiausių veiksnių, lemiančių visuomenės inovacinį potencialą, technologinę pažangą ir ekonominį konkurencingumą. Todėl matematinio ugdymo kokybė tampa strategine valstybės raidos reikme. Pastaraisiais metais švietimo tyrimuose plačiai taikoma ugdymo ekosistemos samprata, pabrėžianti, kad tvarūs ugdymo rezultatai priklauso ne nuo pavienių elementų, o nuo sistemos elementų tarpusavio sąveikos (Niemi, 2021; Hannon & Peterson, 2021). Tačiau matematikos didaktikos tyrimuose galima pasigesti teorinio nacionalinės matematinio ugdymo ekosistemos modelio, kuris leistų sistemiškai analizuoti ilgalaikes matematikos pasiekimų prielaidas.

Pranešimo tikslas – konceptualizuoti matematinio ugdymo ekosistemos sampratą ir, remiantis tyrimo įžvalgomis, išskirti pagrindines prielaidas, būtinas stipriai matematinio ugdymo ekosistemai ir jos raiškai Lietuvoje.

Tyrimas grindžiamas trimis viena kitą papildančiomis teorinėmis perspektyvomis. Sistemų teorija sudaro prielaidas matematinį ugdymą analizuoti kaip tarpusavyje susijusių elementų sistemą (Meadows, 2008). Ugdymo ekosistemos koncepcija pabrėžia skirtingų ugdymo dalyvių, institucijų ir politikos sąveiką bei jų reikšmę kokybiškam mokymuisi (Niemi, 2021; Hannon & Peterson, 2021). Ekspertiškumo teorija aiškina, kad aukšto lygio kompetencija formuojasi ilgalaikėje kryptingos veiklos ir palankios ugdymo aplinkos sąveikoje (Ericsson et al., 2006).

Remiantis šiomis teorijomis, pasiūlomas nacionalinės matematinio ugdymo ekosistemos modelis. Argumentuojama, kad matematinio ugdymo kokybę lemia ne pavienių elementų buvimas, bet jų tarpusavio sąveika, dermė, bendri tikslai, informacijos srautai ir gebėjimas prisitaikyti prie kintančių visuomenės poreikių.

Siūlomas modelis pagrindžia poreikį matematinį ugdymą tyrinėti, vadovautis sisteminiu požiūriu ir gali tapti teoriniu pagrindu empiriniams Lietuvos matematinio ugdymo ekosistemos tyrimams, padėti identifikuoti jos stiprybes ir silpnąsias vietas bei prisidėti prie įrodymais grįstos matematinio ugdymo politikos formavimo.

Literatūra

Ericsson, K. A., Charness, N., Feltovich, P. J., & Hoffman, R. R. (Eds.). (2006). *The Cambridge handbook of expertise and expert performance*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511816796

Hannon, V., & Peterson, A. (2021). *From schools to learning ecosystems*. In *Thrive: The purpose of schools in a changing world*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108877152

Meadows, D. H. (2008). *Thinking in systems: A primer*. Chelsea Green Publishing.

Niemi, H. (2021). Education reforms for equity and quality: An analysis from an educational ecosystem perspective with reference to Finnish educational transformations. *Center for Educational Policy Studies Journal*, *11*(2), 13–35. https://doi.org/10.26529/cepsj.1100

Kokios mums reikia mokyklinės matematikos?[1]

Rimas Norvaiša

Vilniaus universitetas

Šio klausimo svarstymą grindžiame evoliucinės mokymo psichologijos teorija (Geary, 2007). Ji nagrinėja, kaip evoliucijos eigoje susiformavo žmogaus smegenys ir pažintiniai gebėjimai. Jos esmė – skirtumas tarp biologinių ir kultūrinių gebėjimų. Gebėjimai, kuriuos lavinti mus parengė evoliucija (gimtosios kalbos išmokimas, elementarus socialinis bendravimas) vystosi natūraliai, be ypatingų pastangų ar formalaus mokymo. Tačiau kultūriniai gebėjimai, reikalingi moderniai visuomenei (skaitymas, rašymas, matematika) neturi savarankiškam mokymuisi reikalingų „pastolių“. Šios ir kitos teorinės prieigos, ideologinės nuostatos bei mokslinių tyrimų rezultatai pagrindžia toliau pateiktus matematikos mokymo ir mokymosi sistemos bendrus bruožus.

- Mokyklinei matematikai būdingi aukšti lūkesčiai visiems mokiniams – tokia matematikos mokymosi sistema, kuri motyvuotų mokinius mokytis ir įgalintų juos siekti mokymosi meistriškumo.
- Matematikos mokymas ir mokymasis grindžiamas standartais.
- Mokyklinės matematikos sistemai būdinga sisteminė darna (koherencija) – toks švietimo politikos, bendrosios programos, vertinimo ir mokymo resursų atitikimas, kuris padeda siekti matematikos mokymo tikslų.

Konkrečios matematikos mokymo ir mokymosi sistemos ypatybės.

- Mokyklinės matematikos turinį vienija svarbiausių gebėjimų ir sąvokų išskyrimas (įrodinėjimas, loginis samprotavimas, sąryšiai tarp temų ir reprezentacijų, pozicinė skaitmens reikšmė, geometrinės transformacijos, funkcija ir kitos) ir jų turinio suderinimas su mokinių amžių atitinkančiomis galimybėmis. Toks susitarimas atitiktų lietuvių kalbos ir literatūros kanono vaidmenį matematikoje.
- Vertinimo ir turinio standartų suderinamumas (alignment) grindžiamas kognityvinio sudėtingumo vertinimu žinių gylio lygmenimis.
- Mokytojų rengimo ir profesinio tobulėjimo darna su turinio standartais. Vieningos reikalavimų mokytojų kompetencijai sistemos kūrimas.
- Matematikos mokymo tyrimų vykdymas dalyvaujant tarptautiniuose tinkluose.
- Švietimo vadyba grindžiama ekspertiniais gebėjimais bei tyrimais, o ne mažiausios kainos principu.

Literatūra

Geary, D. C. (2007). Educating the evolved mind: Conceptual foundations for an evolutionary educational psychology. In J. S. Carlson & J. R. Levin (Eds.), *Educating the evolved mind: Conceptual foundations for an evolutionary educational psychology* (pp. 1–99). Information Age Publishing. https://doi.org/10.1108/978-1-60752-588-220251002

[1] Tyrimas Nr. P-EDU-23-8 yra bendrai finansuojamas Europos Sąjungos (projektas „Edukacinių tyrimų proveržis“ Nr. 10-044-P-0001).

Statistika ir tikimybės: kartu ar atskirai?[2]

Alfredas Račkauskas

Vilniaus universitetas

Tikimybė neabejotinai yra statistinio raštingumo pagrindas. Ji leidžia pereiti nuo paprasto duomenų aprašymo prie interpretavimo, vertinimo ir pagrįstų sprendimų priėmimo esant neapibrėžtumui bei sudaro statistinių išvadų pagrindą. Ypač svarbus tikimybės vaidmuo tenka kiekybiškai vertinant neapibrėžtumą ir suteikiant tam tinkamą kalbą bei modeliuojant atsitiktinumus. Tai padeda geriau suprasti duomenų rinkinių kintamumą, imčių svarbą ir eksperimentinius rezultatus.

Yra skirtingų požiūrių į tai, ar tikimybių teoriją reikėtų laikyti savarankiška mokyklinės matematikos turinio tema, ar ji turėtų būti reikšminga statistikos turinio dalimi, priskiriant jai labiau pagalbinį vaidmenį vertinant statistinių išvadų patikimumą, tačiau pabrėžiant jos unikalias galimybes modeliuoti realaus pasaulio neapibrėžtumus.

Pranešime apžvelgsime tikimybių ir statistikos įtraukimą į mokyklinės matematikos turinį tiek iš istorinės perspektyvos (pagal English, 2023), tiek pasitelkdami įvairių šalių gerąsias praktikas. Remdamiesi Pfannkucho (2005) straipsniu, aptarsime įvairius požiūrius apie tikimybės vietą mokyklinės matematikos turinyje ir įvertinsime Lietuvos atvejį.

Literatūra

English, L. D. (2023). Linking probability and statistics in young students' reasoning with chance. *Statistics Education Research Journal*, *22*(2), Article 7. https://doi.org/10.52041/serj.v22i2.418

Pfannkuch, M. (2005). Probability and statistical inference: How can teachers enable learners to make the connection? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 267–294). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_12

[2] Grantas Nr. P-EDU-23-8, Europos Sąjungos finansuojamo projekto „Edukacinių tyrimų proveržis“ Nr. 10-044-P-0001 dalis.

Kviestiniai pranešimai

Neperduokime mąstymo kitiems: matematika dirbtinio intelekto amžiuje

Austėja Landsbergienė

ACORN Mathematics

Pranešime nagrinėjama matematinio mąstymo ugdymo problema plataus dirbtinio intelekto (DI) prieinamumo kontekste. Keliamas klausimas, kaip matematikos didaktika turėtų reaguoti į situaciją, kai bet kokio uždavinio sprendimas gali būti akimirksniu gautas iš išorinio šaltinio, o mokinio pastangos suprasti sprendimo procesą tampa nebeprivalomos.

Teorinis pagrindas remiasi dviem ilgalaikėmis matematikos švietimo tyrimų kryptimis. Pirma, Boaler (2015) darbais grindžiamas teiginys, kad matematinės kompetencijos pagrindas yra ne skaičiavimo greitis ar faktų įsiminimas, o skaičių jausmas – gebėjimas lanksčiai operuoti skaičiais ir suprasti sprendimo metodų pagrįstumą. Antra, Staro (2026) tyrimais pagrindžiama nuostata, kad gabių mokinių ugdymui tinkamesnė strategija yra ne pagreitinimas (ankstesnis perkėlimas prie sudėtingesnės medžiagos), o gilinimasis į tą pačią temą per atviro tipo klausimus ir išplėtimo užduotis.

Šie du principai pritaikomi DI keliamam iššūkiui analizuoti. Remiantis Kirschnerio (2026) pasiūlyta skirtimi tarp pažintinio perkėlimo (angl. *cognitive offloading*) ir pažinimo iškėlimo (angl. c*ognitive outsourcing*), taip pat naujausiais empiriniais tyrimais (Gerlich, 2025; Rismanchian et al., 2026), argumentuojama, kad DI naudojimas kelia kokybiškai naują riziką – perduodama ne konkreti operacija, o visas sprendimo procesas. Taip pat aptariama Wolframo (2020) pozicija, jog didžioji dalis tradicinės programos turinio sudaro rankinis skaičiavimas, todėl švietimo dėmesys turėtų persiorientuoti į problemos formulavimą ir sprendimo vertinimą, kurių mašina atlikti už mokinį negali.

Pranešime pateikiami keturi praktiniai principai, kaip mokytojai ir tėvai gali panaudoti DI kaip mąstymą skatinantį, o ne jį pakeičiantį įrankį: atvirų klausimų kėlimas, DI panaudojimas užduočių variantams (o ne atsakymams) generuoti, aktyvus klausymasis bei kelių sprendimo būdų palyginimas.

Daroma išvada, kad kontekstinis matematikos mokymas, grindžiamas prasme, o ne greičiausiu keliu einant prie atsakymo, ugdo mokinių gebėjimą DI naudoti kaip mąstymą praplečiantį, o ne jį pakeičiantį įrankį.

Literatūra

Boaler, J. (2015). Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts. Youcubed, Stanford University. https://www.youcubed.org/evidence/fluency-without-fear/

Gerlich, M. (2025). AI tools in society: Impacts on cognitive offloading and the future of critical thinking. *Societies*, *15*(1), Article 6. https://doi.org/10.3390/soc15010006

Kirschner, P. A. (2026, sausio 13). *Understanding AI: Offloading or outsourcing thinking?* Kirschner-ED. https://www.kirschnered.nl/2026/01/13/understanding-ai-offloading-or-outsourcing-thinking/

Rismanchian, S., Uzun, H., Matayoshi, J., Cosyn, E., & Kurd-Misto, E. (2026). *Faster completion, less learning: Generative AI reduced study time on math problems and the knowledge they build* (arXiv Preprint arXiv:2605.21629). arXiv. https://arxiv.org/pdf/2605.21629

Star, J. (2026, balandžio 15). *Why moving ahead in math isn't always the right move* [Audio podkastas]. Harvard Graduate School of Education. https://www.gse.harvard.edu/ideas/edcast/26/04/why-moving-ahead-math-isnt-always-right-move

Wolfram, C. (2020). *The math(s) fix: An education blueprint for the AI age.* Wolfram Media.

Matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių kaita 2004–2024 m.: ką ji atskleidžia apie mokinių matematinius gebėjimus?

Gintautas Jakštas, Rimas Norvaiša

Vilniaus universitetas

Šis pranešimas grindžiamas dviejų susijusių tyrimų, analizuojančių 2004–2024 m. Lietuvos matematikos valstybinio brandos egzamino (VBE) užduotis, rezultatais. Pirmajame tyrime, taikant daugiamatę klasifikaciją (tema, kontekstas, sprendimo žingsnių skaičius, Webbo (2002) žinių gylio (DOK) lygmenys), išanalizuotos visos 725 egzamino užduotys. Antrajame tyrime beta regresijos modeliu vertinta VBE užduočių išsprendimo tikimybė skirtingais metais, siekiant įvertinti, kaip realiai kito mokinių gebėjimai. Kartu šie tyrimai leidžia atskirti egzamino turinio kaitą nuo tikrųjų mokinių matematinių gebėjimų pokyčių.

- Egzamino užduočių kognityvinis sudėtingumas nuosekliai mažėjo: DOK 1 dalis nuo iki 20 proc. (iki 2015 m.) išaugo iki 38 proc. (2023–2024 m.), o DOK 3–4 dalis nuo vidutiniškai 26 proc. (2004–2009 m., 2007 m. – net 39 proc.) sumažėjo iki 8–20 proc. (2018–2024 m.). Pagal Darling-Hammond ir kt. (2013) kriterijus DOK 1 turėtų sudaryti iki 33 proc., o DOK 3–4 – ne mažiau kaip 33 proc. taškų; pirmasis kriterijus nepasiekiamas nuo 2023 m., o antrasis buvo pasiektas tik 2007 m.
- Realaus konteksto užduočių dalis sumažėjo nuo vidutiniškai 43 proc. taškų (2008–2010 m.) iki 20,7 proc. (2022–2024 m.), o 5 ir daugiau žingsnių reikalaujančių užduočių dalis – nuo apie 33 proc. (iki 2010 m.) iki vos 5 proc. (2024 m.); tai rodo bendrą egzamino turinio supaprastėjimo ir atitolimo nuo matematinių žinių taikymo realiame kontekste tendenciją.
- Kontroliuojant dalyvavimo rodiklį, temą, kontekstą ir DOK lygmenį, nustatyta statistiškai reikšminga mokinių sėkmės tikimybės mažėjimo tendencija nuo maždaug 54 proc. *(95 % PI: 46,8–60,7 proc.)* (2009 m.) iki apie 27 proc. *(95 % PI: 19,7–34,7 proc.)* (2024 m.), o tai paneigia hipotezę, kad rezultatų kritimą lemia vien didesnė egzaminą laikančiųjų dalis („masifikacija“).
- Sėkmės tikimybė mažėjo visais DOK lygmenimis, įskaitant pačias paprasčiausias (DOK 1) užduotis, kurių sprendimo sėkmės tikimybė nukrito nuo 79 proc. *(95 % PI: 74,5–84,4 proc.)* (2009 m.) iki 55 proc. *(95 % PI: 46,4–64,4 proc.)* (2024 m.) – tai rodo, kad silpsta ne tik strateginis mąstymas, bet ir baziniai skaičiavimo įgūdžiai.
- Nustatyta, kad realaus konteksto poveikis priklauso nuo užduoties kognityvinio sudėtingumo („konteksto paradoksas“): paprastose (DOK 1) užduotyse kontekstas padeda spręsti, o sudėtingose (DOK 3) – apsunkina.

Kartu šie rezultatai rodo, kad mažėjančią egzamino kognityvinę apimtį lydi ir realus mokinių matematinių gebėjimų silpnėjimas, kurio negalima paaiškinti vien didėjančia egzaminą laikančiųjų dalimi. Egzamino turinio supaprastėjimas iš dalies užmaskuoja tikrąjį nuosmukio mastą, todėl būtina peržiūrėti VBE rengimo politiką, kad egzaminas patikimai matuotų aukštesniojo lygio matematinį mąstymą ir liktų palyginamas laike.

Literatūra

Darling-Hammond, L., Herman, J., Pellegrino, J., Abedi, J., Aber, J. L., Baker, E., Bennett, R., Gordon, E., Haertel, E., Hakuta, K., Ho, A., Linn, R. L., Pearson, P. D., Popham, J., Resnick, L., Schoenfeld, A. H., Shepard, L. A., Shulman, L., & Steele, C. M. (2013). *Criteria for high-quality assessment*. Stanford Center for Opportunity Policy in Education.

Webb, N. L. (2002). *Depth-of-knowledge levels for four content areas*. Wisconsin Center for Education Research.

Ar galima ugdyti matematinį samprotavimą nemokant logikos?

Eglė Jakaitytė

UIMM de Savoie, Vilniaus universitetas

Matematinio samprotavimo kompetencija yra viena svarbiausių matematinio ugdymo sudedamųjų dalių. Gebėjimai argumentuoti, pagrįsti sprendimus, analizuoti matematinius teiginius ir taikyti įvairius samprotavimo būdus svarbūs ne tik sprendžiant matematinius uždavinius, dalyvaujant matematikos olimpiadose, sėkmingai laikant valstybinius matematikos egzaminus, bet ir tęsiant studijas aukštojoje mokykloje bei priimant pagrįstus sprendimus kasdienėse situacijose.

Todėl kyla klausimas, kokį vaidmenį ugdant šiuos gebėjimus atlieka logikos mokymas. Logikos ir matematinio samprotavimo sąsajos matematikos didaktikoje nagrinėjamos jau ne vieną dešimtmetį (Durand-Guerrier & Arsac, 2003; Durand-Guerrier, 2005). Nors matematinis samprotavimas įvardijamas kaip vienas svarbiausių matematikos ugdymo tikslų, vis dar diskutuojama, kokia vieta turėtų būti skiriama logikai bendrojo ugdymo programose, nuo kada ją tikslinga pradėti sistemingai ugdyti ir kaip logikos mokymas siejasi su matematinio samprotavimo gebėjimų formavimu (Mesnil, 2012, 2016; Tanguay & Mathieu-Soucy, 2015).

Pranešimo tikslas – išanalizuoti logikos vietą matematiniame ugdyme ir įvertinti jos reikšmę ugdant matematinį samprotavimą. Bus analizuojama, kokia vieta logikai skiriama bendrojo ugdymo programose ir kokį ryšį ji turi su matematinio samprotavimo ugdymu. Remiantis Lietuvos ir Prancūzijos bendrojo ugdymo programų bei valstybinių matematikos egzaminų užduočių analize bus siekiama įvertinti, ar mokykloje ugdomos loginio samprotavimo kompetencijos atitinka ne tik baigiamųjų egzaminų, bet ir aukštojo mokslo keliamus reikalavimus.

Tikimasi, kad atlikta analizė leis geriau suprasti logikos vietą šiuolaikiniame matematikos ugdyme bei paskatins diskusiją apie jos reikšmę ugdant matematinį samprotavimą ir rengiant mokinius sėkmingam tolesniam mokymuisi.

Literatūra

Artigue, M., & Douady, R. (1986). La didactique des mathématiques en France : émergence d'un champ scientifique. *Revue française de pédagogie*, *76*, 69–88. https://doi.org/10.3406/rfp.1986.1503

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 216–235). Hodder & Stoughton.

Barrier, T., Durand-Guerrier, V., & Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématiques. *Éducation et didactique*, *13*(1), 61–81. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.3793

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.

Durand-Guerrier, V. (2005). *Recherches sur l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique dans une perspective didactique. Un cas exemplaire de l 'interaction entre analyses épistémologique et didactique. Apports de la théorie élémentaire des modèles pour une analyse didactique du raisonnement mathématique* [Habilitacijos darbas, Université Claude Bernard Lyon 1]. HAL. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00201626

Durand-Guerrier, V., & Arsac, G. (2003). Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23*(3), 295–342.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Ernoult, A., & Ycart, B. (2022). La logique : histoire et enseignement. *MathémaTICE*, *83*.

Mesnil, Z. (2012). La place de la logique dans l'enseignement des mathématiques au lycée en France. In J.-L. Dorier & S. Coutat (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (pp. 457–466). Université de Genève.

Mesnil, Z. (2016). Un retour de notions de logique dans les programmes de mathématiques pour le lycée : un nouveau savoir à enseigner. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *21*, 235–266. https://doi.org/10.4000/adsc.828

Tanguay, D., & Mathieu-Soucy, S. (2015). Logique et enseignement des mathématiques. *Bulletin AMQ*, *55*(1), 15–38.

Statistinių duomenų vizualizavimas matematikos bendrojoje programoje

Rūta Levulienė

Lietuvos statistikų sąjunga, Vilniaus universitetas

Duomenų vizualizavimui pastaruoju metu skiriamas itin didelis dėmesys, nes informaciją, pateiktą grafikais ir diagramomis, galima greičiau suprasti, pamatyti svarbias duomenų savybes. Pranešime aptariamos duomenų vizualizavimo tendencijos ir duomenų vizualizavimo svarba atliekant statistinius tyrimus. Apžvelgiami vizualizavimo metodai, įtraukti į bendrąją matematikos programą, akcentuojama, kad statistinių metodų mokymas yra itin svarbus ugdymo procese, nes šiuolaikinė visuomenė remiasi duomenimis grįstais sprendimais. Vizualizavimas yra svarbus statistinis metodas, kuris leidžia mokiniams geriau suprasti duomenis, ugdo kritinį mąstymą, duomenų raštingumą bei tarpdisciplinines kompetencijas. Aptariami mokymo aspektai: realių duomenų rinkimas, projektai, programiniai įrankiai. Akcentuojamas gebėjimas suprasti ir interpretuoti. Aptariamos dažniausios klaidos: netinkamas grafikų ir diagramų pasirinkimas, interpretavimo klaidos, klaidinantis pateikimas. Pabrėžiama mokytojo kompetencijos svarba ugdant mokinių gebėjimus kritiškai vertinti statistinę informaciją.

Kritinis mąstymas ir statistinis raštingumas dirbtinio intelekto valdomame pasaulyje: ar toli nuo Sokrato?

Audronė Jakaitienė

Vilniaus universitetas

Kritinis mąstymas ir statistinis raštingumas yra kritiškai svarbūs dirbtinio intelekto (DI) valdomame pasaulyje, nes jie leidžia atskirti objektyvius faktus nuo įtikinamų, bet klaidingų. Šie įgūdžiai leidžia atpažinti manipuliacijas ir padeda priimti objektyvius sprendimus, nesuteikiant technologijoms galimybės sumenkinti žmogaus kognityvinių gebėjimų. Statistinis raštingumas yra svarbus duomenų interpretavime, t. y. ar buvo panaudoti tinkami metodai ar formuluojamos korektiškos išvados, kaip ir tikimybių supratime, nes generatyvinis DI remiasi didžiaisiais kalbų modeliais, kur gauta informacija yra skaitytojui pateikiama su tam tikra tikimybe (Lau et al., 2026). Taigi tiek kritinis mąstymas, tiek ir statistinis raštingumas padeda nepasikliauti kiekvienu DI atsakymu kaip absoliučia tiesa. Jie yra esminiai vadovaujantis principu, kad technologijos turi atlikti techninį ir pasikartojantį darbą, o žmogus – išlaikyti kūrybiškumą, etinį vertinimą ir galutinę sprendimų kontrolę.

Didėjanti DI integracija į švietimą rodo didėjančią novatoriškų mokymo metodų arba egzistuojančių metodų naujoviško panaudojimo paklausą. Siūloma permąstyti Blumo taksonomiją, kas yra viena iš svarbiausių teorinių įtakų mąstymui apie mokymosi rezultatus ir pažangą (Gonsalves, 2026). Fakour ir Imani (2025) mano, kad Sokrato mokymas išlieka aktualus ir DI valdomame pasaulyje.

Pranešimo tikslas pademonstruoti, kad dirbtinis intelektas ir žmonės dėstytojai gali vienas kitą papildyti ugdydami kritinį ir statistinį mąstymą, akcentuojant sokratiškųjų dėstymo metodikų veiksmingumą šiuolaikiniame matematikos mokymo kontekste.

Literatūra

Fakour, H., & Imani, M. (2025). Socratic wisdom in the age of AI: A comparative study of ChatGPT and human tutors in enhancing critical thinking skills. *Frontiers in Education*, *10*, Article 1528603. https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1528603

Gonsalves, C. (2026). Generative AI's impact on critical thinking: Revisiting Bloom's taxonomy. *Journal of Marketing Education*, *48*(1), 4–19. https://doi.org/10.1177/02734753241305980

Lau, G. R., Low, W. Y., Tay, L., Guevarra, Y., Gašević, D., & Hartanto, A. (2026). Understanding critical thinking in generative artificial intelligence use: Development, validation, and correlates of the critical thinking in AI use scale. *Computers in Human Behavior Reports*, *22*, Article 101103. https://doi.org/10.1016/j.chbr.2026.101103

Matematinis lankstumas: kas, kaip ir kam?

Monika Grigaliūnienė

Erno Lehtinen, VDU, University of Turku

Jon R. Star, Harvard Graduate School of Education

Matematinis lankstumas suprantamas kaip gebėjimas ne tik teisingai išspręsti uždavinį, bet ir matyti, kad tą patį uždavinį galima spręsti skirtingais būdais, bei pasirinkti tam atvejui tinkamiausią. Pavyzdžiui, lygtį

$$3(x-1) = 27$$

galima pradėti spręsti atskliaudžiant arba galima pirmiausia abi lygties puses padalyti iš 3 ir taip sprendimą gerokai sutrumpinti. Abu būdai yra teisingi, tačiau lankstus matematinis mąstymas leidžia pastebėti, kada konkretaus uždavinio savybės suteikia galimybę pasirinkti paprastesnį ar efektyvesnį kelią.

Pranešime bus pristatomas tyrimas, kuriame dalyvavo daugiau nei 900 Lietuvos 6–12 klasių mokinių. Jie sprendė tiesines lygtis, vėliau buvo prašomi tas pačias lygtis išspręsti kitu būdu ir galiausiai įvertinti, kuris iš jų pačių pateiktų sprendimų buvo tinkamesnis. Rezultatai parodė, kad vien gebėjimas išspręsti lygtį dar nebūtinai reiškia gebėjimą ją spręsti lanksčiai. Vyresni mokiniai uždavinius sprendė tiksliau, tačiau didėjant uždavinių sudėtingumui teisingų sprendimų mažėjo. Beveik pusėje pateiktų uždavinių teisingai išsprendė mažiau nei pusė juos sprendusių mokinių. Daugumoje lengvesnių ir vidutinio sudėtingumo lygčių mokiniai labai dažnai rinkosi įprastą sprendimo algoritmą. Paprašyti tą pačią lygtį išspręsti kitu būdu, daugelis mokinių antro sprendimo apskritai nepateikė, o didėjant uždavinių sudėtingumui gebančių parodyti du skirtingus sprendimo būdus dar mažėjo. Ypač aukštas lankstumo lygis – kai mokinys ne tik žino skirtingus būdus, bet ir spontaniškai pasirenka konkrečiai lygčiai tinkamesnį – buvo labai retas.

Tyrimas atskleidė, kad susidūrę su sudėtingiausiomis lygtimis mokiniai ėmė dažniau rinktis ne standartinį algoritmą, o prie konkrečios lygties struktūros geriau pritaikytą sprendimą. Dalis mokinių, kurie paprastesnes lygtis beveik visada sprendė standartiniu būdu, sudėtingesnėse lygtimis savo strategiją pakeitė. Tai rodo, kad mokinių strategijų pasirinkimas nėra visiškai nekintantis – pats uždavinys gali paskatinti ieškoti kito kelio. Kartu rezultatai leidžia manyti, kad mokantis matematikos svarbu ne tik parodyti kelis sprendimo būdus, bet ir juos lyginti, kalbėtis apie jų privalumus bei trūkumus ir mokytis pastebėti, kada vienas būdas yra naudingesnis už kitą.

Literatūra

Jiang, R., Star, J. R., Hästö, P., Li, L., Liu, R.-D., Tuomela, D., Joglar Prieto, N., Palkki, R., Abánades, M. Á., & Pejlare, J. (2023). Which one is the “best”: A cross-national comparative study of student’ strategy evaluation in equation solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *21*(4), 1127–1151. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10282-6

Liu, R.-D., Wang, J., Star, J. R., Zhen, R., Jiang, R.-H., & Fu, X.-C. (2018). Turning potential flexibility into flexible performance: Moderating effect of self-efficacy and use of flexible cognition. *Frontiers in Psychology*, *9*, Article 646. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00646

Star, J. R., Tuomela, D., Joglar Prieto, N., Hästö, P., Palkki, R., Abánades, M. Á., Pejlare, J., Jiang, R. H., Li, L., & Liu, R.-D. (2022). Exploring students’ procedural flexibility in three countries. *International Journal of STEM Education*, *9*, Article 4. https://doi.org/10.1186/s40594-021-00322-y

Teminiai pranešimai

Aštuonios strategijos matematiniam komunikavimui[3]

Ieva Kilienė

Vilniaus universitetas

Matematinis komunikavimas yra viena iš svarbių kompetencijų, kurias įvardija pasaulio tyrėjai, mokantis matematikos. Taip pat Lietuvos matematikos mokymo bendrojoje programoje yra minima ši kompetencija ir iškeliami matematikos mokymo uždaviniai susiję su ja. Šiame straipsnyje apžvelgiamos priemonės, kurios gali būti įrankis lavinti matematinį komunikavimą įvairiuose amžiaus tarpsniuose.

Literatūra

Kaur, B., Yeap, B. H., & Low, H. K. (2010). *Enhancing the pedagogy of mathematics teachers to emphasize understanding, reasoning and communication in their classrooms (EPMT).* Centre for Research in Pedagogy and Practice, National Institute of Education.

[3] Tyrimus finansavo Edukologijos tyrimo proveržio programos paraiškos Nr. P-EDU-23-8 „Įrodymu grįstas mokymas mokyklinėje matematikoje“ vykdymas.

Aštuonių mąstymo ir samprotavimo strategijų taikymo galimybės ir reikšmė mokant tiesinių funkcijų 9 klasėje

Edita Naidaitė

Kauno Maironio universitetinė gimnazija

Šiuolaikiniame matematikos ugdyme svarbu ne tik išmokyti mokinius atlikti procedūrinius veiksmus, bet ir ugdyti jų gebėjimą argumentuoti, analizuoti, reflektuoti, kelti klausimus bei taikyti žinias įvairiuose kontekstuose. Atlikto tyrimo tikslas – ištirti aštuonių mąstymo ir samprotavimo strategijų taikymo galimybes ir reikšmę mokant tiesinių funkcijų 9 klasėje. Nagrinėtos strategijos „Koks skaičius tinka?“, „Ką darytum?“, „Kas čia neteisinga?“, „Kokius klausimus gali atsakyti?“, „Ko trūksta?“, „Kas būtų jeigu…?“, „Koks klausimas, jei žinai atsakymą?“ ir „Koks klausimas?“. Atliktas kokybinis edukacinis tyrimas, papildytas aprašomosios analizės elementais. Tyrime dalyvavo 28 vienos Kauno miesto gimnazijos I gimnazijos klasės mokiniai. Duomenims rinkti parengtas aštuonių atvirojo tipo užduočių rinkinys. Užduotis mokiniai individualiai atliko per 90 minučių, aiškino mąstymo eigą, pagrindė pasirinktus sprendimus ir reflektavo patirtus sunkumus. Mokinių darbai analizuoti pagal matematinio turinio supratimą, tiesinės funkcijos sąvokų taikymą, argumentavimo kokybę, klaidų atpažinimą, matematinio modelio perkėlimą į realią situaciją ir refleksijos gilumą.

Pranešimo tikslas – pristatyti aštuonių mąstymo ir samprotavimo strategijų taikymo galimybes mokant tiesinių funkcijų 9 klasėje ir, remiantis atlikto tyrimo rezultatais, atskleisti jų reikšmę mokinių matematiniam supratimui, argumentavimui, kritiniam bei kūrybiniam mąstymui ugdyti.

Taikyti tyrimo metodai:

- mokslinės literatūros ir ugdymo dokumentų analizė;
- kokybinis edukacinis tyrimas;
- mokinių atliktų atvirojo tipo užduočių kokybinė turinio analizė;
- aprašomoji analizė;
- rezultatų palyginimas pagal mokinių gebėjimų lygius.

Apibendrinimas

Rezultatai parodė, kad mokiniai dažniausiai geba atlikti pagrindinius skaičiavimus ir susieti tiesinės funkcijos modelį su realia situacija, tačiau ne visada paaiškina skaičių bei funkcijos koeficientų prasmę. Jiems lengviau atpažinti klaidą negu argumentuotai ją paaiškinti. Sudėtingiausios buvo informacijos pakankamumo, hipotetinio ir atvirkštinio mąstymo bei klausimų formulavimo strategijos. Aukštesnių gebėjimų mokiniai strategijas dažniau taikė sąmoningai, argumentavo sprendimus ir demonstravo konceptualų supratimą. Vidutinių gebėjimų mokinių paaiškinimai buvo fragmentiški, o žemesnių gebėjimų mokiniai dažniau apsiribodavo procedūriniais veiksmais. Tyrimas atskleidė, kad šios strategijos gali būti prasmingai integruojamos mokant tiesinių funkcijų, tačiau jas būtina taikyti nuosekliai, ypatingą dėmesį skiriant sprendimų pagrindimui, klaidų analizei, refleksijai, klausimų formulavimui ir funkcijos pokyčių tyrinėjimui.

Literatūra

Kaur, B., Yeap, B. H., & Low, H. K. (2010). *Enhancing the pedagogy of mathematics teachers to emphasize understanding, reasoning and communication in their classrooms.* National Institute of Education.

Kilienė, I., & Norvaiša, R. (2022). Solving word problems with reasoned judgement. *Lithuanian Mathematical Journal*, *62*(4), 467–480. https://doi.org/10.1007/s10986-022-09575-8

Mottlova, K. (2025). *Pupils' solving strategies of the word problems Fidgets type* [Daktaro disertacija, Charles University]. Charles University Digital Repository.

(Ne)apgalvoti mokyklinės matematikos uždaviniai

Erikas Karikovas

Vilniaus universitetas

Atnaujinta mokyklinės matematikos programa kartu pareikalavo naujų vadovėlių ir pratybų sąsiuvinių.

Straipsnyje pateikiami ir aptariami (ne)apgalvoti mokyklinės matematikos uždaviniai išrinkti iš naujų matematikos vadovėlių, pratybų sąsiuvinių ir egzaminų. Pateikiami pastebėjimai ir patarimai, kad klaidos nesikartotų.

Literatūra

Dranseikienė, R., Kuldoš, R. ir Šileikienė, V. (2024). *Matematika: išplėstinis kursas IV gimnazijos klasei* (1 dalis). Šviesa.

Dranseikienė, R., Širkevičius, M., Kravčenkienė, V., Kuldoš, R. ir Brazauskienė, I. (2024). *Matematika: išplėstinis kursas IV gimnazijos klasei* (2 dalis). Šviesa.

Gedminienė, J., Riukienė, D., Šukienė, I., Jačiauskaitė, J. ir Brazauskienė, I. (2024). *Matematika II gimnazijos klasei* (1 dalis). Šviesa.

Gedminienė, J., Riukienė, D., Šukienė, I., Jačiauskaitė, J., Brazauskienė, I. ir Kravčenkienė, V. (2024). *Matematika II gimnazijos klasei* (2 dalis). Šviesa.

Nacionalinė švietimo agentūra. (2026). *Egzaminų užduotys*. Švietimo, mokslo ir sporto ministerija. https://www.nsa.smsm.lt/pasiekimu-departamentas/egzaminai-ir-pasiekimu-patikrinimai/valstybiniai-brandos-egzaminai/egzaminu-uzduotys/

Padarauskienė, A., Rimšelienė, R. ir Kavaliauskienė, A. (2022). *Matematika: užrašai 3 klasei* (1–3 dalys, serija „Taip!“). Šviesa.

Padarauskienė, A., Rimšelienė, R. ir Kavaliauskienė, A. (2022). *Matematika: užrašai 4 klasei* (1–3 dalys, serija „Taip!“). Šviesa.

Šileikienė, V., Dranseikienė, R., Kuldoš, R. ir Greičiūtė, R. (2024). *Matematika III gimnazijos klasei* (1 dalis). Šviesa.

Šileikienė, V., Dranseikienė, R., Kuldoš, R., Greičiūtė, R. ir Širkevičius, M. (2024). *Matematika III gimnazijos klasei* (2 dalis). Šviesa.

„Kodėl mokyklinė istorija meluoja?“ arba mokyklinės istorijos Lietuvoje ypatumų paieškos

Rūta Šermukšnytė

Vilniaus universitetas

Siaurąja prasme mokyklinė istorija (angl. *school history*) yra apibrėžiama kaip istorijos disciplina mokykloje. Tačiau platesne prasme mokyklinė istorija suvoktina kaip visuma mokymui(si) skirtų istorijos žinių (ir vaizdinių), perduodamų mokiniams per mokytojų intepretacijas ir/ar per mokymo(si) priemones. Asmeninė patirtis rodo, kad dalis akademinių istorikų neigia esant *kažkokią* mokyklinę istoriją (jų manymu, vieninteležistorija yra akademinė istorija). Esama ir istorijos mokslininkų, kurie į istoriją mokykloje žiūri hierarchiškai – kaip į kažką žemesnio, nesolidaus (sužaidybinto), iškraipyto ir suprimityvinto. Tačiau Australijos istorijos didaktų Tony Tailoro ir Carmel Young nuomone, istorijos žinios yra daug komplesiškesnė žinojimo sritis. Pirma, istorijos žinios apima tai, kas vyko praeityje – jas pažįstame iš istorijos šaltinių. Antra, jos yra ir tai, ką istorikai tvirtina žiną apie praeitį. Trečia, istorijos žinios – tai ir tai, ką istorijos mokytojai žino apie praeitį, ir, galiausiai, ketvirta – tai, ką mokiniai žino apie praeitį iš mokyklinių ir užmokyklinių istorijos informacijos šaltinių (Tailor & Young, 2003, p. 2). Pasak šių istorijos didaktikos tyrinėtojų, istorijos mokymo sudėtingumas slypi praeities liudijimų, akademinės istorijos, mokytojų ir mokinių žinių sąveikoje, įvairių „praeičių“ konfrontacijoje. Tai, kad egzistuoja ženklus atotrūkis tarp mokyklinės istorijos ir akademinės istorijos Lietuvoje liudija ir pranešimo pavadinimui pasitelktas vieno pirmo kurso istorijos studijų studento(ės) klausimas dėstytojui: „Kodėl mokyklinė istorija meluoja?“. Jis kilo jam(jai) universitetinėse studijose susipažinus su daug platesne, įvairesne ir daugiareikšmiškai interpretuotina istorijos žinių sritimi nei mokyklinė istorija.

Šiuo klausimu išreiškiama mokyklinės istorijos specifika yra nulemta įvairių veiksnių, toli gražu neapsiribojančių vien bendrojo ugdymo programomis, ekspertų metodinėmis rekomendacijomis, mokymo(si) priemonėmis, naudojamais metodais ir vertinimo sistemomis. Šalia kitų mokyklinės istorijos veiksnių paminėtina ir istorinio pasakojimo tradicija (tai, kas įvardijama kaip „atminties atmintis“), istorijos mokytojų vertybinės trajektorijos, mokinių kultūrinis pagrindas, sociopolitinės, kultūrinės, istorijos (atminties) kultūros realijos.

Pranešimo tikslas ir yra apsibrėžus mokyklinę istoriją Lietuvoje lemiančius veiksnius, įvardinti esmines jos ypatybes. Pagrindiniai didaktinio tyrimo šaltiniai – autorės atlikti interviu su istorijos mokytojais bei akademiniais istorikais, istorijos švietimą Lietuvoje reglamentuojantys dokumentai ir istorijos didaktikos literatūra. Šaltinių aprėpties gausa ir įvairovė rodo, kad tyrimas – daugiau sintezės pobūdžio, apibendrinantis autorės, taip pat kitų istorijos didaktų, anksčiau atliktų tyrimų rezultatus, o kartu per naujos temos prizmę originaliai interpretuojantis istorijos didaktikos šaltinius. Tyrimas atskleidžia, kad tai, kas dalies istorijos mokytojų Lietuvoje suvokiama kaip mokyklinė istorija, neretai yra tam tikrų privalomų žinoti istorijos faktų, procesų, asmenybių paketas arba „kanonas“. Mokyklinei istorijai neretai būdingas dogmatiškas, sustabarėjęs šios faktografijos interpretavimas (dėl to sunkiai pasiduodantis naujoms sampratoms), jos kaip „istorinės tieso“ suvokimas. Šią mokyklinės istorijos ypatybę iš dalies lemia ir istorijos mokytojų konservatyvios nuostatos, kurias palaiko profesionalių, į istorijos žinių atnaujinimą orientuotų kvalifikacijos kėlimo kursų trūkumas Lietuvoje.

Literatūra

Taylor, T., & Young, C. (2003). *Making history: A guide for the teaching and learning of history in Australian schools*. Curriculum Corporation.

Matematikos mokymo įrankių analizė ir rekomendacijos

Eimutis Karčiauskas

Kauno technologijos universitetas

Matematikos mokymo praktika rodo, kad dėl VBE įvestų apribojimų pagrindinis šios dienos įrankis yra skaičiuotuvas, kuriuo greitai ir paprastai yra atliekami skaičiavimai ir mokinys įgyja galimybę teisingai pasirinkti variantus iš pateiktų atsakymo rinkinio. Tokius būdus dažnai pristato korepetitoriai kaip patikimą taškų rinkimo kelią, nors užduočių autoriai siekė visai kitų tikslų. Todėl siekiant tikslesnio matematinių žinių įvertinimo yra siūloma keisti taškų skyrimą skaičiuotuvų panaudojimo atveju, ką VBE informacinėje sistemoje nesunku atlikti.

GeoGebra yra bene labiausiai ištirtas įrankis mokyklinėje matematikoje. Tyrimai parodė, kad GeoGebra: padeda mokyti geometrijos, gerina vizualizaciją, stiprina problemų sprendimo gebėjimus, teigiamai veikia mokymosi rezultatus.

Desmos atsirado vėliau, todėl turi naujų savybių kaip slankiklius ir galimybę dinamiškai keisti parametrus. Tyrimuose nurodoma, kad tai gerina mokinių gebėjimą susieti: lygtį, grafiką ir parametrų reikšmes. Praktinės analizės rodo didesnį įsitraukimą bei mokinių aktyvumą, lyginant su tradicinėmis rutininėmis užduotimis.

Python matematikos mokyme yra viena sparčiausiai augančių krypčių, kai mokiniai ne tik sprendžia matematikos uždavinius, bet ir kuria modelius bei algoritmus. Ypač tai svarbu statistikos mokyme, kur Python leidžia: dirbti su realiais duomenimis, vykdyti simuliacijas, modeliuoti atsitiktinius procesus. Visi išvardinti įrankiai gali būti jau dabar naudojami mokymo procese, tiriant kelias sutartines temas iš 11–12 klasės kurso. Taikant mokymosi objektų standartus šie įrankiai yra rekomenduotini ir VBE vykdymo sistemoje.

Nuo generavimo prie įrodymo: patikimi DI kuriami matematikos mokymosi objektai Lietuvai ir Europai

Tomas Šiurna

Elicėjus, ISM Vadybos ir ekonomikos universitetas

Generatyvinis dirbtinis intelektas gali masiškai kurti interaktyvias matematikos užduotis. Tačiau mokyme „beveik teisingas“ objektas gali įtvirtinti klaidingą sąvokos modelį, o interaktyvumas savaime neįrodo mokymosi (Chi & Wylie, 2014; Drijvers & Sinclair, 2024; Bastani et al., 2025). Lietuvai tai strateginė problema: matematikos didaktikos tyrimų laukas tebėra silpnai institucionalizuotas (Narkevičienė ir Novikienė, 2018), o lietuvių kalbai stinga programą atitinkančio skaitmeninio turinio. Europoje tas pats klausimas kyla daugiakalbystės, lygių galimybių, ES DI akto ir etinių DI taikymo švietime gairių kontekste (Europos Komisija, 2026).

Pranešimo tikslas – apibrėžti, kada nedeterministiškai sugeneruotą objektą galima publikuoti be individualios žmogaus peržiūros. Atliekama kritinė integracinė literatūros analizė ir Lietuvoje kuriamos interaktyvių objektų sistemos projektavimo atvejis. Siūloma „pedagoginio užtikrinimo byla“, išplečianti įrodymais grįsto vertinimo logiką (Mislevy et al., 2003): deklaruojami tikslas, tikėtina klaida, invariantas, mokinio sprendimas ir stebimas įrodymas. Kadangi šališkumas gali atsirasti visuose modelio gyvavimo ciklo etapuose (Lee et al., 2024), atskirai tikrinami matematika, reprezentacijos, sąveikos būsenos, grįžtamasis ryšys, prieinamumas ir techninis veikimas. Kur įmanoma, taikomi deterministiniai testai; sprendžiant apie mokymąsi, būtini empiriniai duomenys, perkėlimo užduotys ir sistemos gebėjimas susilaikyti.

Teigiama, kad Europos kelias į patikimą DI švietime yra ne laisvas pokalbių robotas prieš mokinį ir ne rankinė kiekvieno objekto ekspertizė. Žmogaus didaktinė kompetencija perkeliama „aukštyn“ – į nacionalinius turinio kontraktus, vykdomas kokybės taisykles, kalibravimo rinkinius ir rizikos lygius. Lietuva galėtų tapti šio modelio bandymų erdve mažesnėms Europos kalboms: kurti lietuvišką, programą atitinkantį turinį mastu, bet publikuoti tik tai, kam surinkta audituojama įrodymų grandinė. Tikslas – ne daugiau DI turinio, o daugiau patikimo mokymosi.

Reikšminiai žodžiai: generatyvinis dirbtinis intelektas, matematikos didaktika, interaktyvūs mokymosi objektai, kokybės užtikrinimas, daugiakalbis švietimas.

Literatūra

Bastani, H., Bastani, O., Sungu, A., Ge, H., Kabakcı, Ö., & Mariman, R. (2025). Generative AI without guardrails can harm learning: Evidence from high school mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *122*(26), Article e2422633122. https://doi.org/10.1073/pnas.2422633122

Chi, M. T. H., & Wylie, R. (2014). The ICAP framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. *Educational Psychologist*, *49*(4), 219–243. https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823

Drijvers, P., & Sinclair, N. (2024). The role of digital technologies in mathematics education: Purposes and perspectives. *ZDM – Mathematics Education*, *56*(2), 239–248. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01562-4

Europos Komisija. (2026). *Guidelines on the ethical use of artificial intelligence and data in teaching and learning for educators*. Europos Sąjungos leidybos biuras.

Lee, J., Hicke, Y., Yu, R., Brooks, C., & Kizilcec, R. F. (2024). The life cycle of large language models in education: A framework for understanding sources of bias. *British Journal of Educational Technology*, *55*(5), 1982–2002. https://doi.org/10.1111/bjet.13505

Mislevy, R. J., Almond, R. G., & Lukas, J. F. (2003). A brief introduction to evidence-centered design. *ETS Research Report Series*, *2003*(1), i–29. https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.2003.tb01908.x

Narkevičienė, B. ir Novikienė, R. (2018). Matematikos didaktikos mokslas Lietuvoje: Quo vadis? *Lietuvos matematikos rinkinys*, *59*(B), 67–75. https://doi.org/10.15388/LMR.b.2018.12

Mokinių emocijos ir nuostatos įrodinėjimo atžvilgiu

Erikas Karikovas

Vilniaus universitetas

Straipsnyje aptariami vienos mokyklos 11 klasės mokiniams pateikto klausimyno apie mokyklinės matematikos įrodymo uždavinius atsakymai. Aptariama, kokias emocijas patiria mokiniai atlikdami įrodymo uždavinius, kokie įrodymo uždaviniai jiems patinka arba nepatinka ir su kokiais sunkumais bei iššūkiais jie susiduria. Taip pat straipsnyje pateikiami pastebėjimai ir pasiūlymai, kurie galėtų padėti mokiniams atliekant įrodymo uždavinius.

Literatūra

Lučinskienė, J., Stankevičienė, N., Gedminienė, J., Šileikienė, V. ir Dranseikienė, R. (2022–2024). *Matematika: Horizontai* (Vadovėlių serija 5–12 klasėms). Šviesa.

Matematikos mokymo metodų apžvalga ir taikymas mokant tikimybių teorijos

Rūta Simanavičienė

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Pastaraisiais dešimtmečiais matematikos didaktikos tyrimuose vis daugiau dėmesio skiriama aktyviems, mokinio pažinimo procesus skatinantiems mokymo metodams. Šiuolaikiniai matematikos didaktikos tyrimai pabrėžia, kad veiksmingas mokymas grindžiamas aktyviu mokinių įtraukimu į mokymosi procesą, tyrinėjimu, bendradarbiavimu, technologijų taikymu ir matematikos ryšio su realaus gyvenimo situacijomis kūrimu. Analizuojant mokslinius straipsnius pastebėta, kad veiksmingiausi matematikos mokymo metodai yra manipuliacinių priemonių naudojimas, probleminis mokymas, modeliavimas, skaitmeninių technologijų integravimas bei žaidybiniai mokymosi elementai, kurie didina mokinių įsitraukimą ir padeda giliau suvokti matematines sąvokas (Furner, 2024; Hoang et al., 2023).

Tikimybių teorija laikoma viena sudėtingiausių mokyklinės matematikos temų, nes mokiniai dažnai remiasi intuicija ir kasdienėmis nuostatomis, neatitinkančiomis matematinių tikimybės principų. Naujausi tikimybių mokymo tyrimai pabrėžia, kad tradicinis formulėmis grįstas mokymas nėra pakankamas siekiant ugdyti tikimybinį mąstymą. Todėl rekomenduojama taikyti eksperimentinę ir tyrinėjimu grįstą veiklą, kurioje mokiniai patys atlieka bandymus, analizuoja rezultatus ir formuluoja išvadas (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024).

Pranešime bus apžvelgiami pagrindiniai tikimybių mokymo metodai: žaidimais grįstas mokymas, kompiuterinės simuliacijos, matematinis modeliavimas, vizualizacijų naudojimas bei tyrinėjimu grįstas mokymasis. Tyrimai rodo, kad žaidimai, simuliacijos ir vizualios priemonės padeda geriau suprasti teorinės ir eksperimentinės tikimybės ryšį, palengvina sąlyginės tikimybės mokymąsi bei ugdo statistinį ir tikimybinį raštingumą (Koparan, 2019; Sharma et al., 2021; Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024).

Apžvelgtų tyrimų rezultatai leidžia daryti išvadą, kad veiksmingiausias tikimybių mokymas grindžiamas įvairių metodų integracija. Eksperimentai, simuliacijos, mokomieji žaidimai ir modeliavimas padeda mokiniams pereiti nuo intuityvaus tikimybės suvokimo prie matematiškai pagrįsto samprotavimo bei aktyvaus žinių konstravimo analizuojant realias situacijas.

Literatūra

Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM – Mathematics Education*, *56*(1), 5–17. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5

Furner, J. M. (2024). The best pedagogical practices for teaching mathematics revisited: Using math manipulatives, children's literature, and GeoGebra to produce math confident young people for a STEM world. *Pedagogical Research*, *9*(2), Article em0193. https://doi.org/10.29333/pr/14194

Jones, G. A. (Ed.). (2005). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (Vol. 40). Springer.

Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, *6*(2), 235–258. https://doi.org/10.21449/ijate.566563

Hoang, H. N., Hoang, T. N., Dang, H. T. T., & Nguyen, T. (2023). A review of studies on math teaching methods. *Journal for Educators, Teachers and Trainers*, *14*(2), 448–463. https://doi.org/10.47750/jett.2023.14.02.042

Sharna, S., Sharma, S., Doyle, P., Marcelo, L., & Kumar, D. (2021). Teaching and learning probability using games: A systematic review of research from 2010-2020. *Waikato Journal of Education*, *26*(2), 51–64. https://doi.org/10.15663/wje.v26i2.881

Dioklo cisoidė ir kubo dvigubinimo problema

Edmundas Mazėtis, Grigorii Melnichenko

Vilniaus universitetas

Trys klasikiniai geometrijos uždaviniai vaidino didžiulį vaidmenį matematikos mokslo istorijoje. Vienas jų – kubo dvigubinimo uždavinys, kurio sprendimui graikų matematikas Dioklas sugalvojo kelis būdus, taikydamas Dioklo cisoidę. Šie būdai yra prieinami ir vyresniųjų klasių mokiniams, nes jų sprendimams taikoma tik elementarioji geometrija.

Reikšminiai žodžiai: kreivė, kreivės parametrinės lygtys, racionalioji parametrizacija, kubo dvigubinimo uždavinys, Dioklo cisoidė.

Matematinio mąstymo lavinimas pradinėse mokyklose

Evita Vencevičė (Petkevičiūtė)

Vilniaus universitetas, Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Šiame darbe nagrinėjama, kokias galimybes pradinių klasių matematikos mokymo priemonės sudaro mokinių matematinio mąstymo ir argumentavimo gebėjimų ugdymui. Daugiausia dėmesio skiriama įrodymo ir pagrindimo pobūdžio uždaviniams, kurie skatina mokinius ne tik atlikti skaičiavimo veiksmus, bet ir paaiškinti sprendimo eigą, pagrįsti atsakymą, tikrinti teiginius bei kelti klausimą „kodėl?“. Tyrime analizuojami 1–4 klasių serijos „TAIP!“ matematikos vadovėlių uždaviniai bei analizuojami jų tipai ir vertinant jų tipą ir argumentavimo gylį. Gauti rezultatai parodė, kad įrodymo ir pagrindimo galimybes suteikiantys uždaviniai sudaro nedidelę visų nagrinėtų uždavinių dalį, o jų proporcija didėjant klasei reikšmingai nekinta. Taip pat nustatyta, kad dažniausiai mokinių prašoma paaiškinti, kodėl arba kaip buvo gautas atsakymas, tačiau daug rečiau pateikiami uždaviniai, skatinantys tikrinti bendro teiginio teisingumą, lyginti skirtingus sprendimus, analizuoti klaidas ar pagrįsti teiginio galiojimą visais atvejais. Šie rezultatai leidžia įvertinti esamą mokymo priemonių pasiūlą ir pateikti rekomendacijas, kaip nuosekliau įtraukti argumentavimo įgūdžius lavinančius uždavinius bei kaip įprastus procedūrinius uždavinius papildyti klausimais „kodėl?“, „ar visada?“ ir „kaip tai pagrįsti?“.

Algebros aksiomos mokykloje

Robertas Vilkas

Vilniaus Vytauto Didžiojo gimnazija

Kai pradėjau dirbti mokykloje, vienas devintokas paklausė, ar tikrai teisinga lygybė $x \cdot 1 = x$. Ar galime šią lygybę įrodyti? O ar galime įrodyti (1) lygybę?

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}. \tag{1}$$

Paprastai mokyklose skaičiai įvedami pradedant nuo natūraliųjų, po to pereinama prie sveikųjų ir racionaliųjų, kuriems (1) lygybė yra pagrindžiama. Skaičiai geometriškai vaizduojami atidedant juos skaičių tiesėje, tačiau kaip ten vėliau atsiranda iracionalieji (realieji) skaičiai yra nutylima, nes tam reikia ribos sąvokos, kuri atsiranda tik 12 klasėje ir tik išplėstiniame kurse. Nepaisant to, skaičius π atsiranda jau 7 klasėje, o skaičius $\sqrt{2}$ ir pan. atsiranda 8 klasėje. Yra tokia problema: kaip devintokui įrodyti (1) lygybę realiesiems skaičiams (kai $bd \neq 0$)?

Vienas iš būdų yra iš karto pateikti realiųjų skaičių lauko aksiomas, kurios leidžia įrodyti (1) lygybę bet kokiems realiesiems skaičiams, kai vardikliai nenuliniai (šiam tikslui ribos sąvoka nereikalinga). Su savo devintokais atlikau eksperimentą pateikdamas šias aksiomas. Eksperimento rezultatai net mane patį nustebino.

Tyrimas Nr. P-EDU-23-8 yra bendrai finansuojamas Europos Sąjungos (projektas „Edukacinių tyrimų proveržis“ Nr. 10-044-P-0001).

Literatūra

Landau, E. (1966). *Foundations of analysis: The arithmetic of whole, rational, irrational, and complex numbers* (F. Steinhardt, vert.; 3-iasis leid.). Chelsea Publishing Company. (Originalus darbas išleistas 1930)

Suppes, P. (1965). *The axiomatic method in high-school mathematics* (Techninė ataskaita Nr. 95). Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University.

Z kartos studentų asmenybės dimensijos kaip matematikos mokymo(si) proceso organizavimo veiksnys

Aurelija Kasparavičiūtė, Svetlana Danilenko, Rūta Simanavičienė

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Skaitmeninių technologijų plėtra ir Z kartos studentų poreikiai aukštajame moksle keičia požiūrį į matematikos studijų organizavimą (Kasparavičiūtė et al., 2026; Hendrastomo, 2023). Nors mokslinėje literatūroje aprašomi bendri Z kartos mokymo(si) ypatumai, individualūs studentų skirtumai leidžia manyti, kad tos pačios kartos studentai gali nevienodai vertinti matematikos mokymo(si) proceso organizavimo elementus (Kasparavičiūtė et al., 2016; Poropat, 2009). Vienas plačiausiai taikomų individualių skirtumų vertinimo modelių yra Didžiojo penketo asmenybės modelis, apimantis ekstraversijos, sąmoningumo, nuoširdumo, neurotiškumo ir atvirumo naujovėms dimensijas (Bunevičius, 2005). Moksliniuose tyrimuose Didžiojo penketo asmenybės dimensijos dažniausiai analizuojamos atskirų mokymosi proceso aspektų atveju ir dar nepakankamai ištirta, kaip kompleksiškai skirtingų asmenybės dimensijų studentai vertina konkrečius matematikos mokymo(si) proceso organizavimo elementus, tokius kaip mokymosi priemonės, paskaitų organizavimo formos, dėstytojo pedagoginė sąveika ar mokymo organizavimo principai.

Šio tyrimo tikslas – ištirti Didžiojo penketo asmenybės dimensijų sąsajas su matematikos mokymo(si) proceso organizavimo elementais. Empirinis tyrimas atliktas Vilniaus Gedimino technikos universitete, apklausiant 242 informatikos inžinerijos ir verslo vadybos krypčių pirmo ir antro kurso studentus, iš kurių tolesnei analizei atrinkti 205 studentai, turintys aiškiai išreikštą vieną dominuojančią asmenybės dimensiją. Tyrime vertinti mokymosi medžiagos naudojimo, paskaitų organizavimo, studijų proceso organizavimo, dėstytojo bendravimo, asmeninio mokymosi proceso ir laiko planavimo aspektai. Pirminiai rezultatai rodo, kad dauguma matematikos studijų organizavimo elementų studentai vertina panašiai, tačiau reikšmingi skirtumai išryškėja vertinant dėstytojo pedagoginę sąveiką, studento vidinius mokymosi motyvus ir saviorganizacijos aspektus bei paskaitų organizavimo formą.

Literatūra

Bunevičius, A. (2005). Didžiojo penketo asmenybės dimensijos (DPAD). *Biologinė psichiatrija ir psichofarmakologija*, *6*, 34.

Hendrastomo, G., & Januarti, N. E (2023). The characteristics of Generation Z students and implications for future learning methods. *Jurnal Kependidikan: Jurnal Hasil Penelitian dan Kajian Kepustakaan di Bidang Pendidikan, Pengajaran dan Pembelajaran*, *9*(2), 484–496. https://doi.org/10.33394/jk.v9i2.7745

Kasparavičiūtė, A., Danilenko, S., & Simanavičienė, R. (2026). Exploring the connection between personality dimensions and learning strategies in mathematics. *Baltic Journal of Modern Computing*, *14*(1), 217–237. https://doi.org/10.22364/bjmc.2026.14.1.12

Poropat, A. E. (2009). A meta-analysis of the five-factor model of personality and academic performance. *Psychological Bulletin*, *135*(2), 322–338. https://doi.org/10.1037/a0014996

Kokios matematikos užduotys nesulaukia prasmingų bandymų? Užduočių sunkumo peržiūra pagal mokinių elgseną Elicėjaus platformoje

Paulius Šatkus

Elicėjus, ISM Vadybos ir ekonomikos universitetas

Šiame straipsnyje nagrinėjama, kaip mokinių atsakymo elgsena keičia matematikos užduočių sunkumo interpretaciją Elicėjaus platformoje. Analizuoti 329 284 atsakymai į 229 „Protau“ užduotis iš pirmųjų 50 testo pozicijų, apimančių nuo 8 iki 11 klasių. Atsakymai suskirstyti į prasmingus (ne tuščius ir pateiktus po ne trumpesnio kaip 10 s darbo), tuščius ir per greitus. Prasmingi sudarė 72,3 proc., tušti sudarė 25,9 proc., o per greiti sudarė 1,8 proc. Kiekvienai užduočiai apskaičiuoti bendras teisingų atsakymų rodiklis, teisingų atsakymų tarp prasmingai bandžiusiųjų rodiklis ir šių rodiklių skirtumas, vadinamas validumo atotrūkiu. Vidutinis atotrūkis buvo 0,117, todėl vien bendras užduoties balas dažnai apėmė ne tik matematinio sprendimo sunkumą, bet ir tikimybę, kad mokinys apskritai pradės prasmingą bandymą. Ryškiausias skirtumas siejosi su atsakymo forma. Pasirenkamojo atsakymo užduotys buvo paliekamos neatsakytos apie 17 proc. atvejų, o įrašomojo atsakymo užduotys apie 32 proc.; įrašomąsias užduotis bandę mokiniai jas išspręsdavo net kiek sėkmingiau. Šis ryšys išliko palyginus panašaus stebėto gebėjimo grupes ir skirtingas testo pozicijas, tačiau tai nėra priežastinis įrodymas. Tos pačios gebėjimų kategorijos užduotys, pateiktos skirtingomis formomis, duomenyse retos: iš 168 gebėjimų kategorijų tik trys turėjo abiejų formų užduočių. Todėl duomenys nerodo, kad konkretus mokinys moka atlikti A srities procedūrą, bet nesugeba jos išreikšti B srities formatu; jie rodo atsakymo formos ir neatsakymo ryšį. Be to, neatsakymas didėjo mokiniams judant per testą, todėl užduočių palyginimai turi būti vertinami atsižvelgiant į pozicijos poveikį. Straipsnyje teigiama, kad elgsenos rodikliai padeda atskirti užduotis, kurias mokiniai bando spręsti, bet jiems nesiseka, nuo užduočių, kurios dažnai nesulaukia prasmingo bandymo. Tai diagnostinis, o ne priežastinis matas; rezultatų negalima tiesiogiai prilyginti mokinių motyvacijai, supratimui ar komunikaciniams gebėjimams.

Reikšminiai žodžiai: matematikos užduotys, mokinių elgsena, neatsakyti atsakymai, atsakymo forma, validumo atotrūkis.